

**METODY ILOŚCIOWE
W BADANIACH EKONOMICZNYCH**

QUANTITATIVE METHODS
IN ECONOMICS

Vol. XI, No. 2

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego
Wydział Zastosowań Informatyki i Matematyki
Katedra Ekonometrii i Statystyki

METODY ILOŚCIOWE
W BADANIACH EKONOMICZNYCH

Tom XI/2

Redaktor Naczelny
Bolesław Borkowski

Warszawa 2010

KOMITET REDAKCYJNY

prof. Zbigniew Binderman – przewodniczący, prof. Bolesław Borkowski,
prof. Wojciech Zieliński, dr hab. Stanisław Gędek, dr Hanna Dudek, dr Monika Krawiec,
dr Agata Binderman – sekretarz

RADA NAUKOWA

prof. Bolesław Borkowski – przewodniczący (SGGW w Warszawie)
prof. Zbigniew Binderman (SGGW w Warszawie)
prof. Paolo Gajo (University of Florence)
prof. Vassilis Kostoglou (Alexander Technological Educational Institute of Thessaloniki),
prof. Leszek Kuchar (Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu)
prof. Karol Kukuła (Uniwersytet Rolniczy w Krakowie)
prof. Yochanan Shachmurove (The City College of The City University of New York and
the University of Pennsylvania)
prof. Waldemar Tarczyński (Uniwersytet Szczeciński)
prof. Tadeusz Trzaskalik (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach)
prof. Dorota Witkowska (SGGW w Warszawie)
dr Monika Krawiec – sekretarz (SGGW w Warszawie)

Skład i łamanie: dr Jolanta Kotlarska, dr Elżbieta Saganowska

RECENZENCI

Piotr Bilski, Zbigniew Binderman, Bolesław Borkowski,
Ryszard Budziński, Mariola Chrzanowska, Adam Ciarkowski,
Hanna Dudek, Marek Gruszczyński, Stanisław Jaworski,
Irena Jędrzejczyk, Andrzej Karpio, Stanisław Kasiewicz,
Krzysztof Kompa, Leszek Kuchar, Karol Kukuła,
Joanna Landmesser, Wanda Marcinkowska–Lewandowska,
Aleksandra Matuszewska–Janica, Joanna Olbryś,
Arkadiusz Orłowski, Maria Podgórska, Honorata Sosnowska,
Ewa Syczewska, Wiesław Szczesny, Jacek Sztaudynger,
Tadeusz Trzaskalik, Krystyna Twardowska,
Mirosław Wasilewski, Dorota Witkowska,
Mirosław Woźniakowski, Wojciech Zieliński.

© Copyright by Katedra Ekonometrii i Statystyki SGGW, Warszawa 2010

ISBN 978-83-7583-240-2

Druk: Agencja Reklamowo-Wydawnicza A. Grzegorzcyk, www.grzeg.com.pl

SPIS TREŚCI

Iwona Bąk – Zastosowanie analizy korespondencji w badaniu aktywności turystycznej emerytów i rencistów	1
Aneta Becker, Jarosław Becker – Integracja źródeł wiedzy w rankingu ofert biznesowych	12
Agata Binderman – Wpływ sposobu normalizacji zmiennych na ocenę regionalnego zróżnicowania rolnictwa	25
Agata Binderman, Jarosław L. Bojarski – Monotoniczność miernika opartego na dwóch wzorcach. Rozważania teoretyczne	39
Zbigniew Binderman – Zjawisko niedosytu w polu preferencji indukowanej przez miernik dwuwzorcowy	62
Lucyna Błażejczyk-Majka, Radosław Kala – Estymacja kombinowana granicznej funkcji produkcji	71
Ryszard Budziński, Olga Pilipczuk – Ocena jakości procesów gospodarczych z uwzględnieniem danych lingwistycznych	81
Ryszard Budziński, Arkadiusz Sokal – Model systemu rekrutacji pracownika z wykorzystaniem lingwistycznej bazy wiedzy	91
Katarzyna Cheba, Maja Kiba-Janiak – Przestrzenne zróżnicowanie wybranych wskaźników poziomu życia mieszkańców miast średniej wielkości a system logistyczny miasta	102
Izabela Cichocka, Jolanta Wojnar – Próba wyznaczenia psychograficznych modeli konsumpcji żywności ekologicznej metodą regresji logit.....	112
Tomasz Dudek – Integracja metod i danych w otwartym systemie wieloaspektowej analizy porównawczej	120
Jarosław Jankowski – Dynamiczna wycena produktów cyfrowych w wirtualnych systemach ekonomicznych z wykorzystaniem modelowania rozmytego	130
Stanisław Kasiewicz – Nowy cel zarządzania ryzykiem regulacyjnym	139

Joanna Kisielińska – Różniczkowy model inflacji rejestrowanej w Polsce	151
Monika Krawiec – Weryfikacja efektywności pośrednich form inwestowania w towary na przykładzie Deutsche Bank Liquid Commodity Index	161
Karol Kukuła, Jacek Strojny – Ocena konkurencyjności międzynarodowej polskiej branży mięsnej w oparciu o koncepcję atrakcyjności i pozycji rynkowej	171
Marek Kwas – Zastosowanie metod ekonometrycznych na konkurencyjnych rynkach energii elektrycznej	181
Małgorzata Machowska-Szewczyk Agnieszka Sompolska-Rzechuła – Wykorzystanie modelu logitowego do oceny jakości życia kobiet	191
Elżbieta Majewska – Wykorzystanie współczynnika Giniego do oceny ryzyka systematycznego	201
Aleksandra Matuszewska-Janica, Dorota Witkowska – Nierówności płacowe kobiet i mężczyzn a struktura zatrudnienia w Unii Europejskiej	211
Aldona Mięgała-Warchoł – Ocena zróżnicowania poziomu życia mieszkańców województwa podkarpackiego	222
Marta Szarafińska, Luiza Fabisiak – Analiza porównawcza metod wielokryterialnych w ocenie audyencji serwisów internetowych	232
Krzysztof Szlichciński – Zachłanność inwestorów a zmiany cen akcji spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	242
Agnieszka Tłuczak – Modele autoregresyjne w prognozowaniu cen zbóż w Polsce	254
Ewa Wasilewska – Wyznaczanie struktury ekonomicznej w przypadku wystąpienia ujemnych składowych	264
Tadeusz H. Waściński, Grzegorz Przekota, Lidia M. Sobczak – Reakcja detalicznych cen paliw na zmiany cen hurtowych PKNOrlen i Lotos	273
Dorota Witkowska – Zastosowanie syntetycznych mierników taksonomicznych do pomiaru efektywności chińskich banków	281

ZASTOSOWANIE ANALIZY KORESPONDENCJI W BADANIU AKTYWNOŚCI TURYSTYCZNEJ EMERYTÓW I RENCISTÓW

Iwona Bąk

Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii, Zachodniopomorski Uniwersytet
Technologiczny w Szczecinie
e-mail: iwona.bak@zut.edu.pl

Streszczenie: Celem artykułu jest analiza aktywności turystycznej emerytów i rencistów zamieszkujących województwo zachodniopomorskie a w szczególności wykrycie powiązań pomiędzy zmiennymi charakteryzującymi ich wyjazdy turystyczne. Jako narzędzie badawcze wykorzystano wielowymiarową analizę korespondencji. Ze względu na dość dużą liczbę wariantów analizowanych zmiennych zastosowano metodę Warda, która umożliwiła wyznaczenie powiązań pomiędzy wariantami zmiennych.

Słowa kluczowe: aktywność turystyczna, analiza korespondencji, metoda Warda

WPROWADZENIE

Wydłużanie się średniej długości ludzkiego życia oraz systematyczny spadek urodzeń sprawia, że zwiększa się odsetek ludzi starszych. Według prognoz demograficznych do roku 2020, powyżej 60 lat mieć będzie ponad miliard ludzi, czyli prawie 1/6 ogółu mieszkańców całego świata, ale w 2050 roku – w związku z 2-procentową stopą rocznego przyrostu populacji starszych osób – liczba osób w wieku 60 lat i więcej wyniesie około 2 miliardów i będzie większa od liczby dzieci w wieku 0-14 lat. Zmiany demograficzne już dziś wywołują wiele implikacji w różnych sferach życia, wpływają na model produkcji, konsumpcji, strukturę wydatków budżetowych, rynek pracy, system ubezpieczeń i świadczeń socjalnych, inwestycje, oszczędzanie, stosunki społeczne, rodzinne, styl życia [Śniadek 2007]. Rosnąca liczba osób starszych może stać się też potężnym źródłem koniunktury dla szeroko pojętego przemysłu turystycznego. Ludzi w starszym wieku należy zachęcać do uprawiania turystyki o każdej porze roku i dążyć do wyrobienia trwałego nawyku aktywności. Pozytywny wpływ aktywności turystycznej na zdrowie i samopoczucie starszych osób jest niezaprzeczalny i potwierdzony

wieloma wynikami badań. Turystyka może stać się elementem rehabilitacji geriatrycznej, pełniąc dużą rolę w zaspakajaniu nie tylko potrzeb ruchowych człowieka, ale również psychicznych i intelektualnych.

Za aktywność turystyczną uznaje się zespół zachowań człowieka przejawiający się w jego aktywnej postawie wobec turystyki uprawianej w czasie wolnym, zakładający zmianę miejsca pobytu [Bərbeka i in. 2008]. Emeryci i renciści to grupa społeczna dysponująca dość dużymi zasobami wolnego czasu i to w ciągu całego roku. Przejście na emeryturę lub rentę umożliwiło podróżowanie wielu ludziom.

Głównym celem badania było wykrycie powiązań między kategoriami zmiennej określającej częstość wyjazdów turystycznych emerytów i rencistów a kategoriami zmiennych o charakterze społeczno-demograficznym, czyli: wiekiem, płcią, wykształceniem, miejscem zamieszkania i dochodem. Ponadto, podjęto także próbę odpowiedzi na pytanie, czy występują powiązania pomiędzy zmiennymi charakteryzującymi wyjazdy turystyczne badanej grupy społecznej.

METODA BADAWCZA

Narzędziem umożliwiającym badanie współwystępowania kategorii dwóch lub kilku cech nominalnych opisujących obiekty (np. respondentów) jest analiza korespondencji, która należy do grupy wielowymiarowych metod badania współzależności. W przypadku rozpatrywania wielu cech stosuje się wielowymiarową analizę, korzystając z jednego z czterech sposobów zapisu zaobserwowanych liczebności kategorii cech: złożonej macierzy znaczników, macierzy Burta, wielowymiarowej analizy kontyngencji, łączonej tablicy kontyngencji. W artykule wykorzystano drugi sposób zapisu danych, tzn. macierz Burta, który jest najczęściej podstawą przeprowadzania analizy korespondencji [Stanimir 2005, s. 42-51]. Następnie wyznaczono wymiar rzeczywistej przestrzeni współwystępowania (K) na podstawie wzoru:

$$K = \sum_{q=1}^Q (J_q - 1) \quad (1)$$

gdzie:

J_q – liczba kategorii zmiennej q ($q = 1, 2, \dots, Q$),

Q – liczba zmiennych.

Z uwagi na fakt, że wynik wielowymiarowej analizy korespondencji jest przedstawiany graficznie zazwyczaj w przestrzeni dwu- lub trójwymiarowej, sprawdzono najpierw w jakim stopniu wartości własne (λ_k) przestrzeni o niższym wymiarze wyjaśniają inercję całkowitą ($\lambda = \sum_{k=1}^K \lambda_k$). W tym celu zastosowano kryterium Greenacre'a, według którego za istotne dla badania uznaje się te wartości własne (λ_k), dla których spełniona jest nierówność:

$$\lambda_k > \frac{1}{Q} \quad (2)$$

gdzie:

Q – liczba zmiennych.

Następnie jakość odwzorowania podwyższono poprzez modyfikację wartości własnych według propozycji Greenacre'a na podstawie wzoru:

$$\tilde{\lambda}_k = \left(\frac{Q}{Q-1} \right)^2 \cdot \left(\sqrt{\lambda_k} - \frac{1}{Q} \right)^2 \quad (3)$$

gdzie:

λ_k – k -ta wartość własna ($k = 1, 2, \dots, K$),

Q – liczba zmiennych.

MATERIAŁ BADAWCZY

Z uwagi na cel badania w listopadzie 2009 roku wśród emerytów i rencistów przeprowadzono ankietę. Ankieta miała charakter anonimowy i objęła 200 osób (127 emerytów i 73 rencistów). Formularz ankiety dotyczył charakterystyki wyjazdów i zawierał metryczkę oraz pytania dotyczące: częstotliwości wyjazdów turystycznych, rodzaju wyjazdów (krajowy, zagraniczny), celu wyjazdów, formy wyjazdów, usług zakupionych u pośrednika, środków transportu wykorzystywanych na dojazd, obiektów noclegowych, z jakich korzystano podczas wyjazdów, miejsc spędzania czasu wolnego oraz szacunkowych wielkości wydatków poniesionych w związku z wyjazdami.

Uwzględniając cel badania przyjęto następujące warianty odpowiedzi dla zmiennej określającej częstość wyjazdów turystycznych w ciągu roku: Cz1 – wcale, Cz2 – jeden raz, Cz3 – dwa razy, Cz4 – więcej niż dwa razy. Dla zmiennych społeczno - demograficznych wyróżniono następujące warianty:

- E – emeryt, R – rencista,
- płeć: K – kobieta, M – mężczyzna,
- miejsce zamieszkania: W – wieś, Ms1 – miasto poniżej 100 tys. mieszkańców, Ms2 – miasto powyżej 100 tys. mieszkańców,
- wiek: W1 – do 50 lat, W2 – 51-60 lat, W3 – 61-70 lat, W4 – powyżej 71 lat,
- wykształcenie: P – podstawowe, Z – zawodowe, S – średnie, WY – wyższe,
- dochód: D1 – do 500 zł, D2 – 500-1000 zł, D3 – 1000-1500 zł, D4 – powyżej 1500 zł.

W przypadku zmiennych odnoszących się do charakterystyki zrealizowanego wyjazdu turystycznego przyjęto oznaczenia:

- rodzaj wyjazdu: – R1 – krajowy, R2 – zagraniczny,

- forma organizacji wyjazdu: O1 – pakiety biur podróży, O2 – organizacja we własnym zakresie,
- kierunek wyjazdu: K1 – morze, K2 – jezioro, K3 – góry, K4 – inny,
- cel wyjazdu: C1 – wypoczynek, C2 – poprawa zdrowia, C3 – odwiedzić krewnych lub znajomych, C4 – inny,
- główny środek transportu wykorzystywany na dojazd: T1 – samolot, T2 – samochód osobowy, T3 – kolej, T4 – autokar, T5 – inny,
- baza noclegowa: B1 – hotel, B2 – wynajęta kwatera prywatna, B3 – pensjonat, B4 – uzdrowisko, B5 – inna,
- czas trwania pobytu: H1 – do 3 dni, H2 – tydzień, H3 – 2 tygodnie, H4 – dłużej niż 2 tygodnie,
- sposób finansowania wyjazdu: F1 – w całości środki własne, F2 – współfinansowany częściowo, F3 – współfinansowany w całości,
- wydatki ogółem poniesione w związku z wyjazdem: W1 – do 500 zł, W2 – 500-1000 zł, W3 – 1000-2000 zł, W4 – powyżej 2000 zł.

WYNIKI BADANIA

W celu wykrycia powiązań między kategoriami zmiennej określającej częstość wyjazdów turystycznych emerytów i rencistów a kategoriami zmiennych o charakterze społeczno-demograficznym utworzono macierz Burta o wymiarach 23×23 . Dla badanych siedmiu zmiennych wymiar rzeczywistej przestrzeni współwystępowania odpowiedzi na pytania wynosi 16.

Następnie sprawdzono, w jakim stopniu wartości własne przestrzeni o niższym wymiarze wyjaśniają inercję całkowitą ($\lambda = 2,2857$). W tym celu zastosowano kryterium Greenacre'a, według którego za istotne dla badania uznaje się inercje główne większe niż $\frac{1}{Q} = \frac{1}{7} = 0,1429$. Z tabeli 1 wynika, że są to inercje dla K

przyjmującego wartości co najwyżej 6. Dla tych wymiarów przeanalizowano wartości miernika τ_k^1 i okazało się, że stopień wyjaśnienia inercji w przestrzeni dwuwymiarowej wynosi 26,49%, a w przestrzeni trójwymiarowej 35,42%². W celu podwyższenia jakości odwzorowania w przestrzeni trójwymiarowej przeprowadzono modyfikację wartości własnych według propozycji Greenacre'a.

Zmodyfikowane wartości współrzędnych w przestrzeni trójwymiarowej ($k = 3$) dla kategorii badanych zmiennych wyznaczono na podstawie wzoru:

$$\tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{F}^* \cdot \Gamma^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{\Lambda}}, \quad (4)$$

¹ Miernik ten określa udział inercji wybranego wymiaru (λ_k) w inercji całkowitej (λ).

² W celu określenia wymiaru przestrzeni odwzorowania dodatkowo sporządzono wykres wartości własnych i wykorzystując kryterium „łokcia” stwierdzono, że przestrzeń ta powinna być trójwymiarowa.

gdzie:

$\tilde{\mathbf{F}}$ – macierz zmodyfikowanych wartości współrzędnych dla kategorii badanych zmiennych o wymiarze $K \times k$,

\mathbf{F}^* – macierz pierwotnych wartości współrzędnych dla kategorii badanych zmiennych o wymiarze $K \times k$,

Γ^{-1} – diagonalna macierz odwrotna wartości osobliwych (γ_k) o wymiarze $k \times k$,

γ_k – k -ta wartość osobliwa będąca pierwiastkiem kwadratowym z k -tej wartości własnej (λ_k),

$\tilde{\Lambda}$ – diagonalna macierz zmodyfikowanych wartości własnych o wymiarze $k \times k$,

K – wymiar rzeczywistej przestrzeni współwystępowania.

Po modyfikacji trzy pierwsze wartości własne stanowią 67,31% zmodyfikowanej inercji całkowitej. Zatem uwzględnienie pierwszych trzech wymiarów pozwala na wyjaśnienie przeszło połowy inercji całkowitej. Dlatego też graficznej prezentacji wyników analizy korespondencji w przestrzeni trójwymiarowej dokonano z uwzględnieniem modyfikacji wartości własnych (rys. 1). W celu dokonania bardziej jednoznacznej interpretacji wyników wykorzystano metodę Warda, która umożliwiła wyznaczenie powiązań pomiędzy wariantami zmiennych³. Na rysunku 2 przedstawiającym łączenia kategorii w klasy zaznaczono poziomą linią etap, w którym przerwano łączenie klas.

Tabela 1. Wartości osobliwe oraz wartości własne wraz ze stopniem wyjaśnienia inercji całkowitej w wersji pierwotnej i zmodyfikowanej

Liczba wymiarów K	Wartości osobliwe γ_k	Wartości własne λ_k	λ_k / λ	τ_k	$\tilde{\lambda}_k$	$\tilde{\lambda}_k / \tilde{\lambda}$	$\tilde{\tau}_k$
1	0,5903	0,3485	15,2470	15,2470	0,2726	31,4780	31,4780
2	0,5068	0,2569	11,2381	26,4852	0,1803	20,8246	52,3026
3	0,4519	0,2042	8,9334	35,4185	0,1300	15,0113	67,3139
4	0,4174	0,1743	7,6236	43,0421	0,1026	11,8519	79,1658
5	0,4056	0,1645	7,1982	50,2403	0,0940	10,8539	90,0197
6	0,3948	0,1559	6,8201	57,0604	0,0864	9,9803	100,0000
7	0,3755	0,1410	6,1677	63,2281	$\tilde{\lambda}_k = 0,8659$		
8	0,3615	0,1307	5,7168	68,9450			
9	0,3535	0,1249	5,4661	74,4111			
10	0,3491	0,1219	5,3311	79,7421			
11	0,3078	0,0948	4,1457	83,8878			
12	0,2999	0,0900	3,9360	87,8238			
13	0,2902	0,0842	3,6844	91,5082			

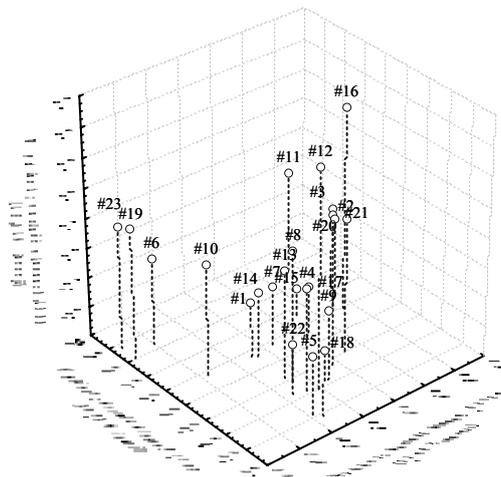
³ Metoda Warda jest jedną z aglomeracyjnych metod grupowania. Znajduje zastosowanie w badaniach empirycznych zarówno w odniesieniu do klasyfikacji obiektów, jak i cech. W metodzie tej odległość między grupami jest definiowana jako moduł różnicy między sumami kwadratów odległości punktów od środków grup, do których punkty te należą.

Cd. Tabela 1.

Liczba wymiarów K	Wartości osobliwe γ_k	Wartości własne λ_k	λ_k / λ	τ_k	$\tilde{\lambda}_k$	$\tilde{\lambda}_k / \tilde{\lambda}$	$\tilde{\tau}_k$
14	0,2788	0,0777	3,4001	94,9082			
15	0,2531	0,0641	2,8036	97,7119			
16	0,2287	0,0523	2,2881	100,0000			

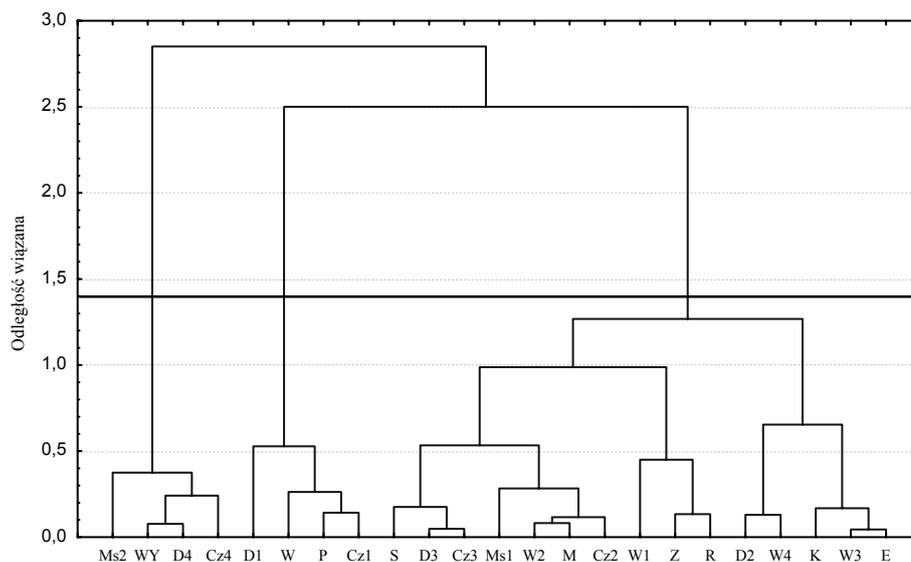
Źródło: obliczenia własne

Rysunek 1. Trójwymiarowa prezentacja wyników analizy korespondencji z uwzględnieniem modyfikacji wartości własnych



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 2. Diagram hierarchicznej klasyfikacji kategorii zmiennych wykonanej metodą Warda



Źródło: opracowanie własne

Jak wynika z wykresu można wyodrębnić trzy skupienia zmiennych. Pierwszą grupę stanowią emeryci i renciści, którzy w ogóle nie uczestniczą w wyjazdach turystycznych. Należą do niej osoby z wykształceniem podstawowym, mieszkające na wsi o dochodach do 500 zł. Drugie skupienie obejmuje mieszkańców dużych miast z wykształceniem wyższym o dochodach powyżej 1500 zł, którzy deklarują więcej niż dwa wyjazdy turystyczne w roku. Trzecia grupa dotyczy pozostałych emerytów i rencistów w różnym wieku, mieszkających w miastach poniżej 100 tys. mieszkańców, o dochodach od 500 - 1500 zł, z wykształceniem zawodowym i średnim. Osoby z tej grupy wyjeżdżają w celach turystycznych jeden lub dwa razy w roku.

Analizę korespondencji przeprowadzono także w celu wykrycia powiązań pomiędzy zmiennymi charakteryzującymi wyjazdy turystyczne badanej grupy emerytów i rencistów. W pierwszym kroku wyznaczono macierz Burta dla analizowanych zmiennych, która miała wymiary 56×56 oraz wymiar rzeczywistej przestrzeni współwystępowania odpowiedzi na pytania, który wyniósł 40.

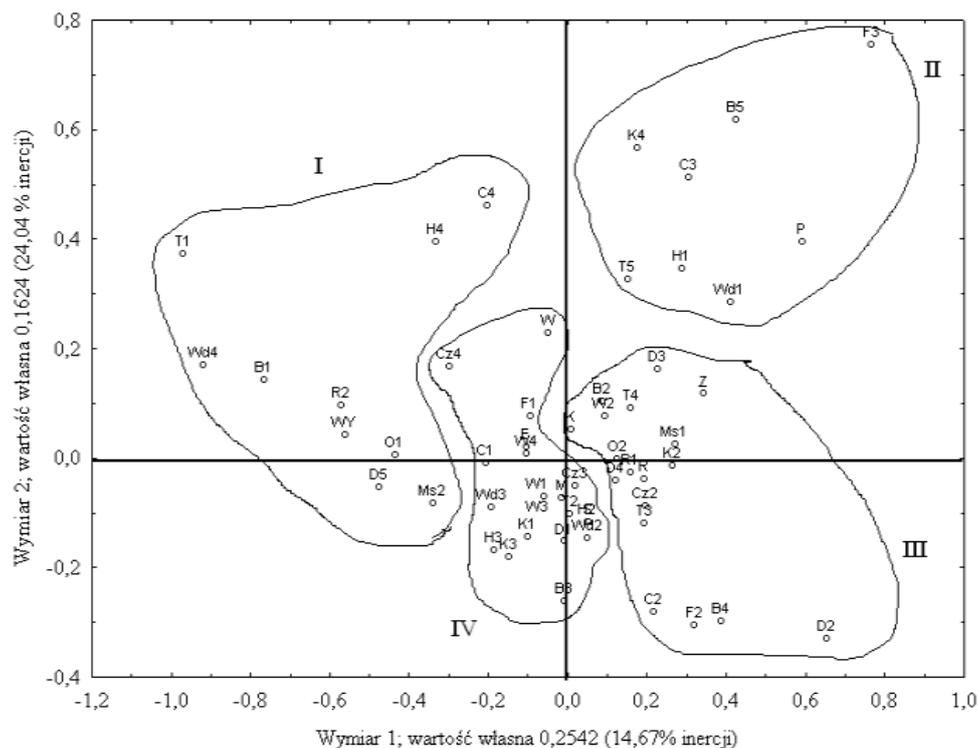
Następnie sprawdzono, w jakim stopniu wartości własne przestrzeni o niższym wymiarze wyjaśniają inercję całkowitą, wynoszącą 2,500. Zastosowano także kryterium $1/Q$, wynoszące w tym przypadku 0,0625, które służy do określenia wymiaru przestrzeni rzutowania. Na podstawie tab. 2 można stwierdzić, że są to inercje dla K przyjmującego wartości co najwyżej 16. Dodatkowo sporządzono wykres wartości własnych i stwierdzono, że tzw. „łokiec” występuje dla $k = 2$, ale za szóstą wartością własną także następuje uskok. Wynika z tego, że należy dokonać wyboru między prezentacją w przestrzeni dwuwymiarowej lub sześciowymiarowej. Wysoki wymiar przestrzeni odwzorowania utrudnia a nawet uniemożliwia graficzną prezentację uzyskanych wyników. Dlatego też zdecydowano się na przestrzeń dwuwymiarową. Po dokonaniu modyfikacji dwie pierwsze wartości własne stanowią 24,04% zmodyfikowanej inercji całkowitej.

Tabela 2. Wartości osobliwe oraz wartości własne wraz ze stopniem wyjaśnienia inercji całkowitej w wersji pierwotnej i zmodyfikowanej

Liczba wymiarów K	Wartości osobliwe γ_k	Wartości własne λ_k	λ_k / λ	τ_k	$\tilde{\lambda}_k$	$\tilde{\lambda}_k / \tilde{\lambda}$	$\tilde{\tau}_k$
1	0,4968	0,2468	9,8723	9,8723	0,2542	14,6724	14,6724
2	0,3988	0,1590	6,3607	16,2330	0,1624	9,3714	24,0437
3	0,3775	0,1425	5,7003	21,9333	0,1451	8,3776	32,4213
4	0,3592	0,1290	5,1602	27,0935	0,1311	7,5657	39,9871
5	0,3390	0,1149	4,5958	31,6894	0,1164	6,7185	46,7056
6	0,3373	0,1138	4,5510	36,2404	0,1152	6,6513	53,3569
7	0,3181	0,1012	4,0475	40,2879	0,1022	5,8967	59,2536
8	0,3100	0,0961	3,8428	44,1307	0,0969	5,5902	64,8438
9	0,3010	0,0906	3,6230	47,7538	0,0912	5,2616	70,1054
10	0,2883	0,0831	3,3243	51,0781	0,0834	4,8153	74,9206
11	0,2824	0,0797	3,1898	54,2678	0,0799	4,6144	79,5350
12	0,2796	0,0782	3,1275	57,3954	0,0783	4,5215	84,0565
13	0,2713	0,0736	2,9435	60,3388	0,0736	4,2471	88,3036
14	0,2671	0,0714	2,8542	63,1930	0,0713	4,1140	92,4177
15	0,2611	0,0682	2,7264	65,9194	0,0680	3,9239	96,3415
16	0,2524	0,0637	2,5480	68,4674	0,0634	3,6585	100,0000
					$\tilde{\lambda}_k = 1,7325$		

Źródło: obliczenia własne

Rysunek 3. Prezentacja wyników analizy korespondencji kategorii wszystkich zmiennych z uwzględnieniem modyfikacji wartości własnych wraz z wynikami uzyskanymi metodą Warda



Źródło: opracowanie własne

Na rys. 3 przedstawiono prezentację powiązań między kategoriami zmiennych społeczno-demograficznych i zmiennych charakteryzujących wyjazdy turystyczne emerytów i rencistów wraz z wynikami uzyskanymi metodą Warda. Na podstawie uzyskanych klas można wskazać na powiązania pomiędzy kategoriami analizowanych zmiennych, które pozwoliły na zidentyfikowanie prawidłowości dotyczącej wyjazdów turystycznych emerytów i rencistów w województwie zachodniopomorskim. Prawidłowości te można zidentyfikować w następujący sposób:

Klasa I (Wd4, Bz1, T1, C4, H4, Ms2, D5, O1, WY, R2): Obejmuje osoby mieszkające w dużych miastach, z wykształceniem wyższym, które wyjeżdżają za granicę i korzystają z pakietów biur podróży, środkiem transportu jest samolot, a wydatki ogółem poniesione z związku z wyjazdem przekraczają 2000 zł.

Klasa II (F3, P, Wd1, H1, T5, Bz5, C3, K4): Dotyczy badanych z wykształceniem podstawowym, których głównym celem wyjazdów turystycznych są odwiedziny krewnych lub znajomych. Podróż najczęściej trwa do

3 dni i odbywa się innym środkiem transportu (np. komunikacją miejską). Podczas wyjazdu turyści korzystają z noclegów u krewnych lub znajomych, a wydatki poniesione w związku z tym wyjazdem nie przekraczają 500 zł.

Klasa III (D2, C2, F2, Bz4, Z, D3, Ms1, K2, K, W2, Bz2, T4, T3, Cz2, D4, O2, R1, R): Obejmuje osoby, które jako miejsce wypoczynku wybierają obszary położone w pobliżu jezior. Wyjazdy organizują we własnym zakresie, nocują w kwaterach prywatnych lub w uzdrowiskach, a wydatki ogółem poniesione w związku z wyjazdem kształtują się na poziomie od 500 do 1000 zł. Podróż najczęściej odbywa się koleją lub autokarem. Badani należący do tej grupy to renciści legitymujące się wykształceniem zawodowym o dochodach przekraczających 500 zł, zamieszkałe w miastach poniżej 100 tys. mieszkańców i korzystające z częściowego współfinansowania wyjazdu turystycznego.

Klasa IV (Wd2, S, H2, Bz3, W3, W1, M, T2, Cz3, C1, Wd3, H3, K3, K1, W, Cz4, F1, W4, E): Dotyczy emerytów wyjeżdżających w celach wypoczynkowych nad morze lub w góry. Wyjazd trwa tydzień lub dwa i w całości jest finansowany ze środków własnych podróżującego. Podróż odbywa się samochodem osobowym, a wydatki ogółem poniesione w związku z wyjazdem kształtują się na poziomie od 500 do 2000 zł.

PODSUMOWANIE

W artykule zastosowano analizę korespondencji do badania powiązań między kategoriami cech wyrażonymi na skali nominalnej. Analizowano powiązania pomiędzy zmiennymi charakteryzującymi wyjazdy turystyczne badanej grupy emerytów i rencistów z województwa zachodniopomorskiego. Okazało się, że większość ankietowanych przynajmniej raz w roku korzysta z wyjazdów turystycznych. Z uwagi na brak środków finansowych są to przede wszystkim wyjazdy krajowe w celach wypoczynkowych, zdrowotnych albo odwiedzin u krewnych lub znajomych. Badani sami organizują sobie wyjazdy, a z ofert biur podróży korzystają sporadycznie i to głównie dotyczy wyjazdów zagranicznych.

Z przeprowadzonych badań wynika również, że rodzaj wyjazdu zależy przede wszystkim od potencjalnych możliwości finansowych respondentów. Wyjazd zagraniczny najczęściej wybierają osoby z wyższym wykształceniem, których dochód miesięczny przekracza 1500 zł, a środkiem transportu do miejsca docelowego jest najczęściej samolot. W przypadku wyjazdu krajowego można wskazać więcej czynników, które decydują o takim rodzaju podróży. Ten rodzaj wypoczynku preferują głównie osoby, które wyjeżdżają w celach wypoczynkowych i zdrowotnych, a ich wyjazd często jest współfinansowany (rodzina, zakład pracy), skłonne są wydać od 0,5 do 1 tys. zł, podróżują najczęściej koleją lub autokarem.

Uzyskane wyniki są zgodne z wynikami badań dotyczącymi wyjazdów turystycznych emerytów i rencistów w Polsce opracowanymi na podstawie badań

reprezentacyjnych przeprowadzonych przez Główny Urząd Statystyczny w 2005 roku [Bąk i in. 2009].

LITERATURA

- Bąk I., Wawrzyniak K. (2009) Zastosowanie analizy korespondencji w badaniach związanych z motywami wyboru rodzajów wyjazdów turystycznych przez emerytów i rencistów w 2005 roku, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 47, Taksonomia 16. Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław, str. 324-332.
- Berbeka J., Makówka M., Niemczyk A. (2008), Podstawy ekonomiki i organizacji czasu wolnego, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków, str. 72.
- Stanimir A. (2005) Analiza korespondencji jako narzędzie do badania zjawisk ekonomicznych, Wydawnictwo AE we Wrocławiu, Wrocław.
- Śniadek J.(2007) Konsumpcja turystyczna polskich seniorów na tle globalnych tendencji w turystyce, Gerontologia Polska, Tom 15, nr 1-2, str. 21-30.

The application of the correspondence analysis in the study of tourist activity of pensioners and annuitants

Abstract: The purpose of the article is an analysis of tourism activity and pensioners living in West County in particular, to detect relationships between variables characterizing their vacations. The study used a multidimensional analysis of the correspondence. Due to the relatively large number of variants of the analyzed variables using Ward method, which allowed setting the links between the variants of variables.

Key words: tourist activity, multiple correspondence analysis, Ward method

INTEGRACJA ŹRÓDEŁ WIEDZY W RANKINGU OFERT BIZNESOWYCH

Aneta Becker

Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii, Wydz. Ekonomiczny
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie
e-mail: aneta.becker@zut.edu.pl

Jarosław Becker

Katedra Inżynierii Systemów Informacyjnych, Wydz. Informatyki
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie
e-mail: jbecker@wi.zut.edu.pl

Streszczenie. W artykule zaprezentowano proces integracji źródeł wiedzy na potrzeby rankingu ofert biznesowych. Przyjęto założenia, że kryteria mogą pochodzić z grupowych ocen lingwistycznych (lub mieszanych), być defragmentowane na mniejsze składniki i oceniane łącznie (poprzez preferencje tych składników) oraz transponowane na pożądane postacie wyjścia (np. postać binarna). Zadanie szeregowania ofert, w formie studium przypadku, zrealizowano w informatycznym systemie klasy DSS (ang. *Decision Support Systems*) opracowanym w środowisku akademickim Szczecina (DSS 2.0, aut.: R. Budziński, J. Becker).

Słowa kluczowe: wspomaganie wielokryterialnych decyzji, walidacja parametrów modeli wielokryterialnego programowania liniowego (WPL), systemy wspomaganie decyzji (SWD)

WSTĘP

Podjęty w artykule problem rankingu i wyboru najlepszych ofert biznesowych jest złożony oraz charakteryzuje się szerokim zakresem stosowalności. Można w nim wyróżnić dwie kategorie zagadnień. Do pierwszej zaliczymy zadania związane z organizacją przetargu publicznego (lub prywatnego) na zakup produktów lub usług, np.: remont budynku, zakup samochodu, floty samochodowej, wybór ubezpieczenia, kredytu [Szumski 2007] [Kaplan, Zrnik 2007]. Do drugiej, zadania podziału pewnej puli środków na określone cele

gospodarcze, np.: fundusze (dotacje) z Unii Europejskiej, budżety zadaniowe gmin, środki finansowe NFZ [Sikorska, Bulzacki 2005]. W obydwu kategoriach problemów występuje ta sama relacja pomiędzy stronami gry decyzyjnej, jeden kupujący do wielu oferujących dobra lub fundator do wielu wnioskujących o dotacje. Tezą tego rodzaju postępowania (aukcji odwróconej) jest maksimum jakości przy możliwie najniższej cenie.

W wielu przypadkach formalny proces wyboru lub rankingu wariantów decyzyjnych (wniosków, ofert) wspomagany jest wiedzą ekspercką. Problem integracji wiedzy z różnych źródeł jest zagadnieniem bardzo złożonym. Wynika to przede wszystkim z tego, że wiedza ta może być rozproszona i dotyczyć różnych dziedzin oraz być wyrażona: w postaci opinii, ocen, oszacowań lub wyników głosowań, przez określoną grupę osób o odpowiednim poziomie kompetencji (np. eksperci, rada nadzorcza, zarząd, pracownicy), w dowolnej formie: liczbowej lub lingwistycznej. W artykule przykładem takiego problemu jest wieloetapowa procedura przyznawania dotacji z udziałem grupy recenzentów (ekspertów) o odpowiednich kompetencjach. Jest to reprezentatywna kategoria zagadnień, w których pozyskiwanie danych do interpretacji wielokryterialnej może cechować rozproszenie terytorialne.

Celem artykułu jest zaprezentowanie procedury walidacyjnej parametrów zadania WPL na potrzeby rzeczywistego systemu informatycznego klasy DSS. System służy do grupowego rozwiązywania złożonych problemów decyzyjnych, poszukiwania rozwiązań najlepszych i badania ich uwarunkowań. Szczególną jego cechą jest możliwość zastosowania różnych metod – m. in.: WPL, AHP (ang. *Analytic Hierarchy Process*), zbiorów przybliżonych i MNK – na tych samych danych numerycznych i lingwistycznych.

FUNKCJONALNOŚĆ INFORMATYCZNEGO SYSTEMU DSS

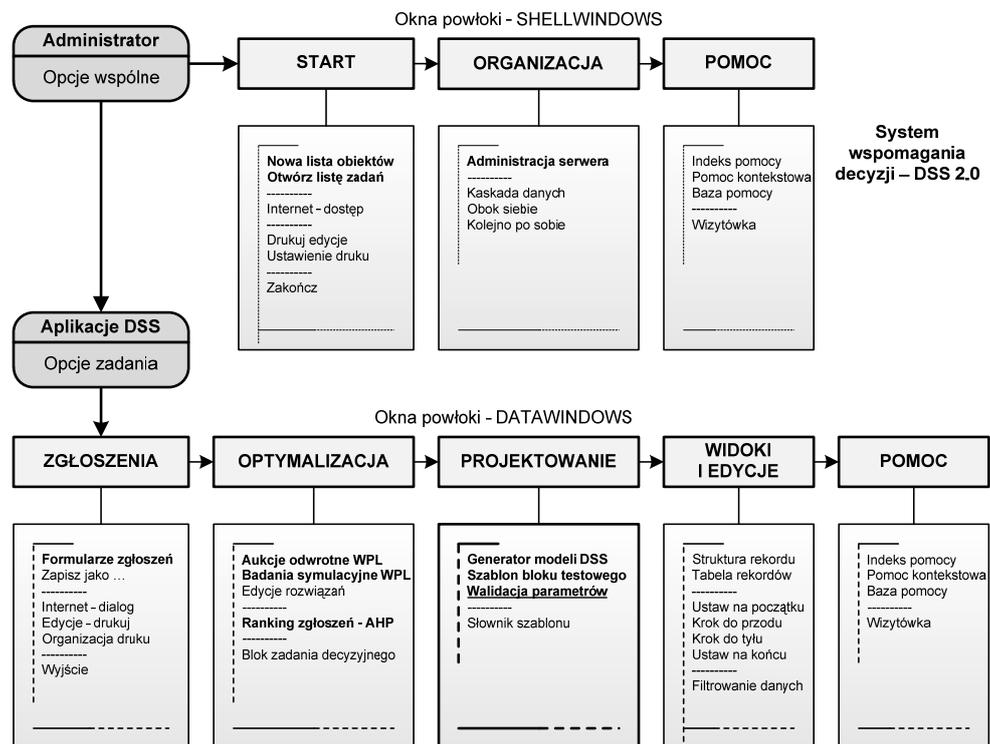
Prototyp prezentowanego systemu DSS opracowano w środowisku akademickim Szczecina (DSS 2.0, aut.: R. Budziński, J. Becker, 2010) przy użyciu technologii CA Visual Object 2.8 firmy GrafX Software. Koncepcję systemu oparto na opisie problemu w konwencji interpretacyjnej stosownego zadania WPL. W szczególności programowania celowego (ang. *Goal Programming*) o specyficznym (diagonalnym i blokowym) układzie macierzy parametrów, gdzie każdemu z bloków odpowiada jeden wniosek lub oferta przetargowa [Becker 2008]. Bloki traktowane oddzielnie tworzą samodzielne zadania WPL, a rozpatrywane łącznie pozwalają na wybór bloku najlepszego (również w sensie PARETO). W ujęciu bazodanowym blok odpowiada rekordowi (o zmiennych długościach), a całe zadanie formalnie spełnia warunek relacyjnej bazy danych ze wszystkimi jej atrybutami [Becker, Budziński 2008]. Proponowany system informatyczny umożliwi budowę cząstkowych modeli (wniosków ofertowych), łączenie ich w jeden megamodel (kilkadziesiąt tys. zmiennych decyzyjnych)

i rozpatrywanie problemów automatycznego wyboru dla różnie opisanych sytuacji decyzyjnych.

W architekturze systemu DSS dominują dwa poziomy przetwarzania danych. Pierwszy reprezentowany jest przez opcje administrowania systemem, zbiorem szablonów i zadań decyzyjnych oraz bazą kompetencji, natomiast drugi poziom zawiera funkcje zarządzania konkretnym zadaniem decyzyjnym. Struktury funkcjonalne dla tych rozwiązań przedstawia rys. 1, pogrubioną czcionką zaznaczono najważniejsze funkcje. W części administratora wyróżniono opcje menu:

- START → Punktem startowym jest opcja: *Nowa lista obiektów*, w której powołuje się nowe zadanie decyzyjne i wybiera jego postać pierwotną (startową). Jest ona pobierana z archiwum szablonów decyzyjnych i może być dalej modyfikowana oraz uzupełniana.
- ORGANIZACJA → *Administracja serwera* jest złożonym podsystemem zarządzania: bazą kartotek osobowych, uprawnień i kompetencji eksperckich, bazą szablonów modeli matematycznych i powstałą na ich podstawie bazą zadań decyzyjnych oraz słownikiem kodów.

Rysunek 1. Schemat funkcjonalności systemu informatycznego DSS



Źródło: opracowanie własne na podstawie [Becker J., Budziński R. 2010]

W części obsługi informatycznej zadań decyzyjnych (*Aplikacje DSS*) wyróżniono opcje w menu:

- ZGŁOSZENIA → *Formularze zgłoszeń* służą do wprowadzania danych dotyczących wariantów decyzyjnych (wniosków). Dla określonych parametrów funkcja ta wykorzystuje zaprojektowane szablony walidacji.
- OPTYMALIZACJA → Do dyspozycji użytkownika opracowano kilka procedur optymalizacyjnych, adresowanych dla różnych zastosowań praktycznych: *aukcje odwrotne WPL*, *badania symulacyjne WPL*, *ranking zgłoszeń AHP*.
- PROJEKTOWANIE → W tym miejscu zgrupowano opcje dedykowane dla operatora systemu, który pośredniczy i wspomaga decydentów, dysponentów środków finansowych w projektowaniu szablonu zadania decyzyjnego oraz szablonu walidacji jego parametrów (problem dotyczy dopuszczalności wartości wejścia w ujęciu różnych źródeł ich pochodzenia i interpretacji).

INTEGRACJA ŹRÓDEŁ WIEDZY W PROCESIE WALIDACJI POZYSKIWANIA DANYCH

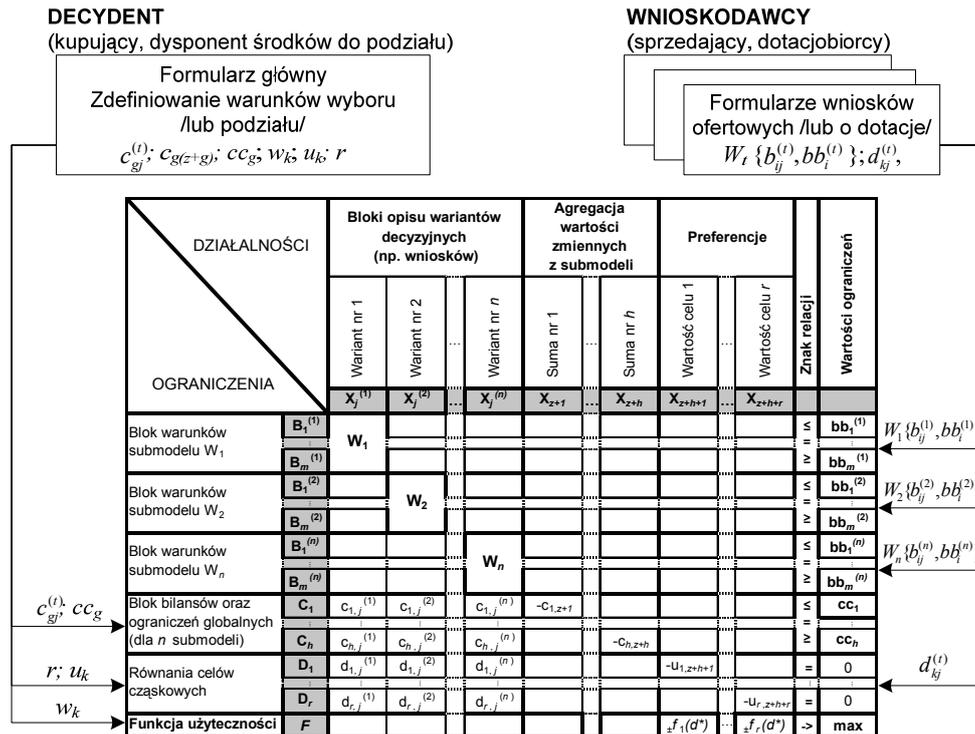
Przygotowanie systemu DSS do obsługi rzeczywistych problemów decyzyjnych rozpoczyna się od zdefiniowania modelu cząstkowego, według którego będą formułowane wszystkie wprowadzane do zadania bloki W_1, W_2, \dots, W_n (rys. 2) opisujące warianty decyzyjne (np. wnioski przetargowe). W realizacji systemu informatycznego podejście to wymusiło wprowadzenie specjalnej opcji dla SZABLONU. Jest to podsystem oparty tylko na przyjętym modelu cząstkowym, który umożliwia jego weryfikację i wykrycie wszystkich potencjalnych zagrożeń dla przyszłego działania całego systemu DSS. Dalej, uzupełnia się powstały szablon o parametry nastawialne, szczególnie: globalnie dysponowane zasoby (rys. 2, bilanse wspólne: C_1, C_2, \dots, C_h) oraz preferencje celów cząstkowych zadania (rys 2, kryteria: D_1, D_2, \dots, D_r). Szablon stanowi podstawę do wprowadzenia danych testujących oraz rzeczywistych, zgłaszanych we wnioskach (więcej w pracy: [Becker J., 2008]).

Funkcje opracowanego modułu SZABLON to przede wszystkim:

- weryfikacja zastosowania modelu cząstkowego do większych zadań decyzyjnych; zadanie WPL jest wielokrotnością zmiennych modelu cząstkowego przemnożoną przez np. liczbę wniosków (model cząstkowy może posiadać maksymalnie 99 zmiennych i być opisany 99 ograniczeniami oraz zbliżoną ilością kryteriów oceny), co przy kilkuset wnioskach tworzy zadanie o wyjątkowo dużych wymiarach;
- przygotowanie parametrów wzorcowych dla zadań rzeczywistych; przyjęto założenie, że w dość małej skali następuje indywidualizacja danych wejścia wobec wszystkich niezbędnych parametrów; zmieniamy tylko to co trzeba zmienić, korzystając przy tym z odpowiedzi zawartych w SZABLONIE;

- określanie dopuszczalnych przedziałów walidacyjnych dla wszystkich parametrów, które wprowadza użytkownik, co minimalizuje ryzyko powstania sprzeczności w dużych zadaniach decyzyjnych.

Rysunek 2. Uogólniona postać szablonu zadań decyzyjnych w systemie DSS



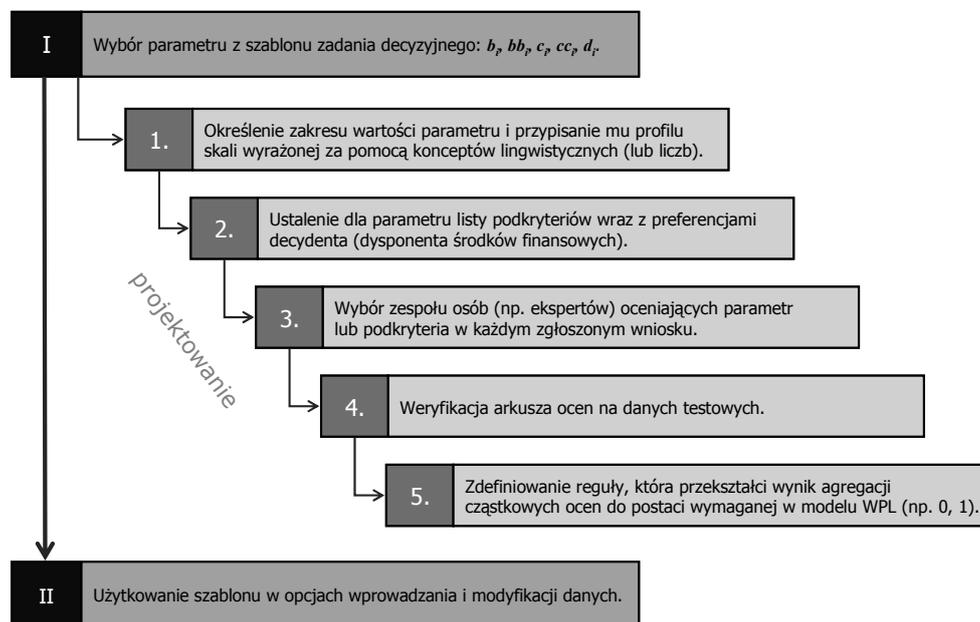
Źródło: [Becker, Budziński 2008]

Zakres walidacji wartości parametrów modelu, które muszą mieścić się w dopuszczalnych przedziałach, został znacznie poszerzony. Kontrola podlega także proces integracji źródeł wiedzy, wyrażanych za pomocą liczb lub konceptów lingwistycznych, przekształcanych do wymaganego przez parametr w modelu matematycznym formacie liczbowego. Przygotowanie szablonu do walidacji procesu pozyskiwania danych w systemie DSS podzielono na 5 faz (rys. 3).

Faza 1. Walidacja parametrów. Faza ta sprowadza się do określenia zakresu wartości parametru i przypisania mu profilu konceptów lingwistycznych lub liczbowych. Projektowanie rozpoczyna się od wskazania na liście parametru oznaczonego symbolem: b , bb , c , cc lub d z odpowiednim indeksem porządkowym (np. cc_1 , d_1 , d_2 , d_3 , dd_1). Dla uproszczenia niech p^* oznacza wybrany parametr. W następnym kroku określa się dla niego przedział wartości dopuszczalnych, czyli górną p^*_{max} i dolną p^*_{min} jego granicę. Poszukiwanie przedziału wartości parametru, dla których układ zadania nie jest sprzeczny, przy pozostałych jego czynnikach

niezmienionych, można wykonać w systemie DSS za pomocą funkcji symulatora rozwiązań decyzyjnych. W ostatnim kroku tej fazy dla określonego przedziału wartości wybiera się (lub buduje nowy) profil dowolnej skali ocen. W systemie dostępne są skale proste (ciągłe oraz skokowe z dowolną kafeterią), które można dziedziczyć i dostosowywać do własnych potrzeb. Dla skal z kafeterią możliwa jest zmiana stopnia gradacji ocen oraz budowa nowego słownika konceptów lingwistycznych (np. wysoki, średni, niski, nie wiem).

Rysunek 3. Fazy projektowania szablonu do walidacji procesu pozyskiwania danych w systemie DSS



Źródło: opracowanie własne

Faza 2. Preferencje walidacji. Decydent (dysponent środków, zarząd) określa dla parametru p^* zbiór podkryteriów k_i^* ($i = 1, 2, \dots, n^*$), którym nadaje odpowiednie wartości rang ważności r_i^* (RNG – oznaczenie w systemie DSS). Przyjęto założenie, że elementy r_i^* jednokolumnowej macierzy rang R wyrażają odsetek wartości parametru głównego p^* i ich suma równa jest jedności:

$$R := (r_i^*)_{n^* \times 1}, \quad \sum_{i=1}^{n^*} r_i^* = 1. \quad (1)$$

Brak podziału na podkryteria powoduje przejście do fazy 3 i poddanie parametru bezpośredniej ocenie ($r_i^* = 1, i = n^* = 1$).

Faza 3. Zespół ekspertów. Etap ten obejmuje dobór zespołu eksperckiego lub grupy respondentów do oceny parametrów i/lub podkryteriów. Oznaczmy przez OC_j ($j = 1, 2, \dots, m^*$) osobę oceniającą, gdzie m^* oznacza liczbę osób

zakwalifikowanych do zaopiniowania parametrów p^* każdego z n wariantów decyzyjnych W_t , $t = 1, 2, \dots, n$ (np. zgłoszonych w formie wniosków). Na wstępie fazy 3 należy ustalić charakter opinii. Czy opinia ma być grupowa ($m^* > 1$)? Ma wyrażać pogląd ogółu (np. pracowników, rady zakładowej, przypadkowej grupy respondentów), czy też osób kompetentnych, ekspertów? W systemie DSS założono, że każdemu parametrowi p^* można przyporządkować indywidualny zespół osób oceniających. Uzupełnieniem, dla poprawności grupowego wyznaczania parametrów zadania, jest końcowa ocena kompetencji ekspertów (opcja w przygotowaniu).

Faza 4. Szablon danych. Faza ta obejmuje wprowadzenie danych testujących do weryfikacji arkusza oceny grupowej. Z uwagi na złożoność procesu integracji źródeł wiedzy wyrażonych: w postaci opinii, ocen, oszacowań lub wyników głosowań, przez określoną grupę osób (np. ekspertów, zarząd, grupę podwładnych), w dowolnej formie, liczbowej lub lingwistycznej, projektowany szablon walidacji wymaga wszechstronnego sprawdzenia. Kontroli podlega przyjęta formuła konwersji i agregacji ocen cząstkowych. Niech τ oznacza liczbę kwantyfikatorów lingwistycznych $a^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2, \dots, \tau$), które tworzą zdefiniowaną w fazie 1 kafeterię skali prostej (np. $a^{(1)}$: mały, $a^{(2)}$: średni, $a^{(3)}$: duży). Uproszczona technika skalowania polega na podzieleniu zakresu ocenianego parametru (p_{\min}^*, p_{\max}^*) na $\tau-1$ równych odcinków. Przyporządkowanie $a^{(\alpha)} | p^{(\alpha)}$ otrzymamy obliczając

$$p^{(\alpha)} = p_{\max}^* + \frac{(p_{\max}^* - p_{\min}^*)(\alpha - 1)}{\tau - 1}, \text{ dla } \tau > 1. \quad (2)$$

Jeśli parametr p^* podzielono na n^* podkryteriów k_i^* ($i = 1, 2, \dots, n^*$), które poddano grupowej ocenie, przez m^* osób OC_j ($j = 1, 2, \dots, m^*$), to wówczas uzyskamy macierz ocen jednostkowych

$$A := (a_{i,j}^{(\alpha)} | p_{i,j}^{(\alpha)})_{n^* \times m^*}. \quad (3)$$

Dla każdego podkryterium k_i^* , wiersza w macierzy A, obliczamy średnią arytmetyczną ocen cząstkowych, tworzymy macierz kolumnową

$$P := (\bar{p}_i)_{n^* \times 1}. \quad (4)$$

Następnie, mnożąc wektor średnich ocen grupowych P przez wektor rang decydentów R, uzyskujemy wektor wartości podkryteriów K:

$$K := (k_i^*)_{n^* \times 1}, K = P \times R. \quad (5)$$

W wyniku zsumowania jednostkowych wartości wektora K otrzymamy syntetyczną wartość grupowego oszacowania parametru p^* :

$$p^* = \sum_{i=1}^{n^*} k_i^* \quad (6)$$

W systemie DSS przewidziano możliwość kontrolowania zgodności preferencji podkryteriów nadanych przez decydentów (wyrażonych za pomocą wektora rang: R) z średnią preferencją grupową. W tym celu przekształca się

jednostkowe wartości wektora P na wielkości wyrażające odsetek sumy średnich ocen, tworząc dodatkowy wektor W:

$$W := (w_i^*)_{n \times 1}, \text{ gdzie } w_i^* = \frac{\bar{p}_i}{\sum_{i=1}^n \bar{p}_i}. \quad (7)$$

Decydent porównuje własne poglądy r_i^* z opiniami grupy w_i^* . Duża rozbieżność poglądów może być czymś naturalnym w przypadku konfliktu interesów pomiędzy stronami (np. dyrekcją a pracownikami zakładu). W innych okolicznościach różnica może wynikać z niekompetencji samych oceniających, np. z jednej strony nieprawidłowo dobranej grupy ekspertów lub z drugiej, może stanowić asumpt do rewizji własnych poglądów.

Faza 5. Reguły programatora. Zastosowanie programatora systemowego sprowadza się do budowy funkcji zawierającej warunki logiczne i dowolne działania arytmetyczne, które przekształcają wartość parametru p^* do postaci wyjściowej

$$p_{wyj.}^* = f(p^*, p_{\max}^*, p_{\min}^*, r_i^*, p_{i,j}^{(\alpha)}, \bar{p}_i, k_i^*, w_i^*), \quad (8)$$

wymaganej w zadaniu WPL (np. postać binarna). Programator systemowy jest wyposażony w monitor kontrolujący poprawność programowania cząstkowych wyrażeń arytmetycznych i złożonych z nich warunków logicznych.

ZASTOSOWANIE ARKUSZA WALIDACJI W MODELOWANIU WNIOSKÓW O DOFINANSOWANIE

Dla zilustrowania złożoności procesu integracji źródeł wiedzy (ocen eksperckich) niech posłuży przykład, w którym wykorzystano materiały opracowane przez Wojewódzkie Biuro Wdrażania Programów – województwa zachodniopomorskiego dotyczące zasad ubiegania się o dotację na zadania realizowane w ramach Programu Aktywizacji Obszarów Wiejskich – PAOW (podkomponent B2 – edukacja). A także informacje, które pochodziły z uchwały nr 54/2003 Regionalnego Komitetu Sterującego Województwa Zachodniopomorskiego dla Programu PAOW i SAPARD z dnia 6 listopada 2003 roku. Nabór wniosków odbywał się na przełomie roku 2003/2004.

Dofinansowanie można było przeznaczyć na rozbudowę, remonty i modernizację budynków szkolnych szkół podstawowych, gimnazjów i szkół specjalnych na terenach wiejskich oraz remonty i wyposażenie świetlic szkolnych w ramach konsolidacji sieci szkolnej. Uprawnionymi do ubiegania się o dotacje, czyli wnioskodawcami były gminy wiejskie, gminy wiejsko-miejskie (z wyłączeniem zadań w szkołach miejskich) oraz powiaty – szkoły specjalne na terenach wiejskich. Łącznie z 43 gmin województwa zachodniopomorskiego wstępnie zakwalifikowano do rankingu 65 wniosków. Przewidywano, że zadania w ramach podkomponentu B2 – edukacja zostaną zrealizowane do końca grudnia 2004 roku.

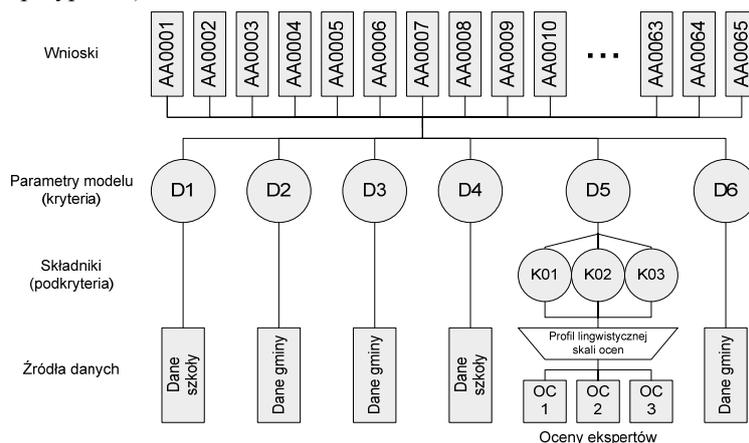
Tryb uzyskania dotacji został szczegółowo opisany w oddzielnym punkcie informacji o zasadach ubiegania się o dotację na zadania realizowane w ramach podkomponentu B2 edukacja. Pozycja ta zawierała między innymi kolejne etapy składania wniosków, wzory formularzy, przekazanie informacji na temat zakresu zadań oraz całą procedurę weryfikacji składanych wniosków. Według zasad obowiązujących w związku z zamówieniami publicznymi, przetarg organizował i przeprowadzał beneficjent.

Szczegółowe kryteria oceny wniosków zostały opracowane przez Regionalny Komitet Sterujący i podane do publicznej wiadomości zaraz po ich uchwaleniu, przed terminem składania wniosków. Kryteriami kwalifikacyjnymi do ubiegania się o dotacje na realizację zadań remontowo-inwestycyjnych były następujące wskaźniki:

- D1 – wykorzystanie bazy dydaktycznej, liczba metrów kwadratowych powierzchni obiektów szkolnych przypadających na jednego ucznia (30 pkt.),
- D2 – stosunek liczby zarejestrowanych bezrobotnych do ludności (15 pkt.),
- D3 – dochód budżetu gminy ogółem w przeliczeniu na jednego mieszkańca (15 pkt.),
- D4 – wielkość zgłaszanego zapotrzebowania na środki finansowe z PAOW w stosunku do całkowitych kosztów przedsięwzięcia (10 pkt.),
- D5 – realizacja komplementarnych zadań szkoleniowo-dydaktycznych, potrzeba realizacji zadań (20 pkt.),
- D6 – uzyskany efekt w wyniku konsolidacji sieci szkolnej (10 pkt.).

Każdemu ze wskaźników przyporządkowano pewną liczbę punktów, która w sumie dawała liczbę 100. W systemie DSS punkty te zostały odpowiednio przekształcone na współczynniki wagowe.

Rysunek 4. Struktura parametrów modelu w ocenie wniosków o dotacje (studium przypadku)



Źródło: opracowano na podstawie danych z Wojewódzkiego Biura Wdrażania Programów

Pracę w systemie DSS rozpoczęto od opracowania szablonu modelu matematycznego opisującego wnioski zgodnie z ideą przedstawioną na rys. 2, który w jednorodnej postaci matematycznej posłużył do budowy rzeczywistej macierzy zadania decyzyjnego (dla $n = 65$ wniosków). Blok wniosku wyrażono za pomocą binarnej zmiennej decyzyjnej x_i ($i = 1, \dots, n$) i wektora kryteriów (D1, ..., D6). Ponadto określono wektor preferencji kryteriów $w_1 = 0,3$; $w_2 = 0,15$; $w_3 = 0,15$; $w_4 = 0,1$; $w_5 = 0,2$; $w_6 = 0,1$ oraz kwotę środków do podziału (cc1 = 1 315 tys. zł). Następnie wprowadzono dane testowe i sprawdzono poprawność działania modelu. Wartości liczbowe kryteriów D1 i D4 charakteryzowały podmiot, który starał się o dofinansowanie (szkołę), natomiast D2, D3 i D6 opisywały sytuację danej gminy. Z kolei kryterium D5 zostało zdekomponowane na trzy podkryteria: K01 – znaczenie zadania dla gminy; K02 – zgodność z celami PAOW; K03 – zaangażowanie nauczycieli. Założono, że każde z podkryteriów zostanie ocenione przez grupę ekspertów (OC1, OC2, OC3), którzy mogli wyrażać swoje opinie za pomocą dziesięciostopniowej, lingwistycznej skali ocen, rys. 4.

Rysunek 5. Definiowanie szablonu walidacji parametrów modelu matematycznego w systemie DSS

The image shows two screenshots of the 'WALIDACJA MODELU [D5_Potrzeba realizacji zadań (pkt)]' window in the DSS system.

The top screenshot shows the 'Walidacja główna' tab. It features a table with columns: S, Nazwa potoczna, JM, WTest, OD ..., DO ..., T/N, and Profil. The table lists criteria d1 through d6. Criterion d5 is highlighted. Below the table, there are input fields for 'Dopuszczasz wartości' (From: 0,000, To: 20,000) and 'Aktywacja' (tak). Buttons for 'OTWÓRZ', 'Reset', and 'Zapisz' are visible.

The bottom screenshot shows the 'Oszacowania danych' tab. It displays a table with columns: KRT, RNG, Nazwa potoczna, JM, *OC_01 Jan, *OC_02 Waldemar, ECN, SRD, and OCN. The table lists sub-criteria K01, K02, and K03. Below the table, there is a 'Symulacja' section with a slider showing 'd5 = 13,240' and 'd5 := #(ocn <= 0,1,ocn)'. Buttons for 'Reset' and 'Zapisz' are also present.

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Becker, Budziński 2010]

Zgodnie z szablonem walidacji procesu pozyskiwania danych w systemie DSS określono zakres wartości parametru D5 i przypisano mu profil skali ocen. Następnie wprowadzono podkryteria i przydzielono im rangi. W celu wyliczenia rang określono relację przewyższania (zgodnie ze skalą Saaty'ego) [Saaty 1997] porównywanych parami podkryteriów. W kolejnym kroku wybrano zespół ekspertów oceniających składniki parametru D5 oraz zweryfikowano poprawność arkusza ocen lingwistycznych, wprowadzając przykładowe wartości, rys. 5. W opcji *reguły programatora* pozostawiono domyślną formułę, co oznacza, że parametr D5 mógł przyjmować wartość zagregowanej grupowej oceny (OCN).

Rysunek 6. Zastosowanie szablonu walidacji parametrów modelu matematycznego w opcjach systemu DSS

Zastosowanie szablonu walidacji parametrów modelu matematycznego w funkcjach wprowadzania i modyfikacji danych

A) Formularze zgłoszeń – wprowadzanie danych opisujących warianty decyzyjne (np. wnioski ofertowe).

B) Badania symulacyjne WPL – poszukiwanie strategii kompromisu (np. optymalizacja WPL w planowaniu).

C) Aukcje odwrotne WPL – zautomatyzowany podsystem służący do rozwiązywania zadań adaptacyjnych (np. iteracyjny proces licytacji wieloparametrycznej).

D) Ranking zgłoszeń AHP – zastosowanie metody AHP do uszeregowania wariantów (wniosków) według grupowej, wielokryterialnej i jakościowej oceny decydentów.

ID	ZMN	Bilans i ograniczenia	JM	REL	SMB	WARTOŚĆ
D01	X01	Wsk. wyk. bory dydaktycznej	pkt	**	d1	3,648
D02	X01	Odsłatek bezrobotnych	%	**	d2	7,000
D03	X01	Wsk. dochodu budżetu gminy	pkt	**	d3	15,000
D04	X01	Udział środków własnych	%	**	d4	58,000
D05	X01	Przebieg realizacji zadań	pkt	**	d5	10,600
D06	X01	Efekt konsolidacji sekcji szkolnej	%	**	d6	18,430

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Becker, Budziński 2010]

Przygotowany szablon walidacji posłużył do oceny każdego z rozpatrywanych wniosków. Proces wprowadzania danych rozpoczął się od wpisania wszystkich informacji dotyczących kwoty zapotrzebowania (c1) oraz wartości poszczególnych kryteriów – oprócz D5. Wartość tego kryterium została oszacowana przez trzech ekspertów. Przykładowo, dla wniosku AA0065 wartość oszacowania wyniosła 10,6 pkt. i wynikała z ocen lingwistycznych trzech podkryteriów, rys. 6. Warto dodać, że eksperci mogli zamieścić, dla każdego podkryterium komentarz, uzasadniający nadanie oceny jakościowej. W wyniku przeprowadzonego postępowania optymalizacyjnego uzyskano ranking wniosków, który wskazał 44 beneficjentów spośród 65 wnioskodawców ubiegających się o dofinansowanie.

System DSS jest wyposażony w funkcję *wielokryterialnej symulacji rozdziału zasobów*, która umożliwia badanie wpływu poszczególnych parametrów wniosku, między innymi lingwistycznych ocen ekspertów, na jego wybór za pomocą rachunku optymalizacyjnego oraz pozycję w rankingu – opcja *ranking zgłoszeń AHP*. W opcji *badania optymalizacyjne WPL* dysponent zasobów może korygować zasadnicze parametry postępowania decyzyjnego. Natomiast opcja *aukcje odwrotne WPL* umożliwia wnioskodawcom korektę parametrów wniosku i jego ponowne uczestnictwo w rachunku optymalizacyjnym.

ZAKOŃCZENIE

W artykule zaprezentowano procedurę walidacyjną parametrów zadania decyzyjnego WPL na potrzeby rzeczywistego systemu informatycznego klasy DSS. Ogólnie pojęcie walidacji dotyczy procesów i środków ich kontroli. W tym kontekście rozumiane jest jako deklaracja zgodności, czyli potwierdzenie przez dostarczenie dowodu obiektywnego, że zostały spełnione wymagania odnośnie konkretnego użycia lub zastosowania. Istotną częścią walidacji jest „opracowanie procedury postępowania, zapewniającej żądany poziom niepewności w wszystkich znanych i możliwych do skorygowania czynników wpływających na ostateczny wynik badania” [Zalewski 2002]. Przedstawiona w systemie DSS funkcja walidacji parametrów modelu matematycznego jest w pełni sprawna i dobrze odwzorowuje proces integracji źródeł wiedzy. Rozpatrzono w niej problemy dopuszczalności wartości wejścia, które mają różne źródła pochodzenia oraz interpretacji. Proces walidacji nie polega tylko na kontrolowaniu zakresu dopuszczalnych wartości liczbowych, ale na szerszej interpretacji źródłowych wartości wprowadzanych danych. Przyjęto założenia, że parametry te mogą pochodzić z grupowych ocen lingwistycznych (lub mieszanych), być defragmentowane na mniejsze składniki i oceniane łącznie poprzez preferencje tych składników oraz transponowane na pożądane postacie wyjścia (np. postać binarną).

LITERATURA

- Becker J. (2008) Architektura informatycznego systemu generowania wielokryterialnych rozwiązań decyzyjnych: (cz. 1) Koncepcja budowy modelu WPL oparta na niestandardowych zadaniach decyzyjnych, Seria IBS PAN: Badania Systemowe, Tom 64, Wyd. Instytut Badań Systemowych PAN & Polskie Towarzystwo Badań Operacyjnych i Systemowych, Warszawa.
- Becker J., Budziński R. (2008) Architektura informatycznego systemu generowania wielokryterialnych rozwiązań decyzyjnych: (cz. 2) Organizacja struktur informacyjnych i funkcjonowanie systemu informatycznego, Seria: Badania Systemowe, Tom 62, Wyd. Instytut Badań Systemowych PAN & Polskie Towarzystwo Badań Operacyjnych i Systemowych, Warszawa.
- Becker J., Budziński R. (2010) Prototyp systemu DSS (wersja 2.0), Szczecin.

- Kaplan M., Zrnik J. (2007) Przetargi on-line w zaopatrzeniu firm. Jak lepiej i taniej kupować, Wyd. Helion.
- Saaty T.L. (1997) The analytic hierarchy process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation, Pittsburgh, PA RWS Publications.
- Sikorska K., Bulzacki T. (2005) Dotacje z Unii Europejskiej, Wyd. Helion. Zalewski R.I. (2002) Zarządzanie jakością w produkcji żywności, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.
- Szumski O. (2007) E-procurement. Systemy elektronicznych zamówień publicznych, Wyd. Difin, Warszawa.
- Kryteria kwalifikacyjne do ubiegania się o dotacje na realizację zadań remontowo-inwestycyjnych o podkomponencie B2 – edukacja, załącznik nr 1 do uchwały RKS 54/2003 z dnia 6 listopada 2003 r.
- Uchwała nr 54/2003 Regionalnego Komitetu Sterującego Województwa Zachodniopomorskiego dla Programów PAOW i SAPARD z dnia 6 listopada 2003 r.
- Zasady ubiegania się o dotację na zadania realizowane w ramach podkomponentu B2 edukacja, Wojewódzkie Biuro Wdrażania Programów – Województwa Zachodniopomorskiego, Szczecin, listopad 2003.

Integration of knowledge sources within the ranking of business proposals

Abstract: In the article presented the integration of knowledge sources for the ranking of business proposals. Assumptions are that criteria may be derived from a group linguistic assessment (or mixed), de-fragmented into smaller components and evaluated altogether (through the preferences of these ingredients), and transposed to the desired output figures (such as binary form). A task of scheduling offers (in a form of case studies) was conducted in an information system of DSS class (*Decision Support Systems*) built in academic environment of Szczecin (DSS 2.0, aut.: J. Becker., R. Budziński).

Key words: support for multiple criteria decisions, validation of parameters in MLP models, Decision Support System (DSS)

WPLYW SPOSOBU NORMALIZACJI ZMIENNYCH NA OCENĘ REGIONALNEGO ZRÓŻNICOWANIA ROLNICTWA

Agata Binderman

Katedra Ekonometrii i Statystyki SGGW
e-mail: agata_binderman@sggw.pl

Streszczenie: W pracy zbadano problem dotyczący oceny regionalnego zróżnicowania rolnictwa w Polsce, ze względu na sposób normalizacji zmiennych i wybór klasyfikatora. Do analizy posłużono się wzorcowymi i bezwzorcowymi miernikami syntetycznymi, wykorzystując trzy różne sposoby normalizacji cech. Na podstawie syntetycznych mierników dokonano uporządkowania i klasyfikacji poszczególnych województw. Wyniki badań autorki dotyczące polskiego rolnictwa wykazują, że klasyfikacje i grupowania województw zależą w istotny sposób od metody normowania zmiennych. Praca stanowi kontynuację badań autorki na ten temat. Materiałem empirycznym w pracy były dane regionalne dotyczące stanu polskiego rolnictwa w roku 2008.

Słowa kluczowe: metody normalizacji zmiennych, mierniki syntetyczne, funkcje użyteczności, poziom rozwoju rolnictwa, klasyfikacja, grupowanie

WSTĘP

Do analizy zjawisk złożonych takich jak poziom rozwoju czy potencjał rolnictwa oraz oceny pod tym kątem województw, konieczne jest rozważenie wielu zmiennych diagnostycznych. Zmienne te, objaśniające dane zjawisko są zarówno mierzalne jak i niemierzalne. Analiza na podstawie tych danych może mieć charakter niejednoznaczny. Do sumarycznego charakteryzowania zjawisk złożonych stosuje się zmienne syntetyczne (agregatowe). Zastąpienie zestawu wielu zmiennych objaśniających badanego zjawiska przez zmienną syntetyczną daje pewną ocenę badanego zjawiska. Wadą zmiennych syntetycznych jest niejednoznaczność oraz to, że nie zawsze można im nadać interpretację merytoryczną. Istnieje wiele metod tworzenia zmiennych syntetycznych. Metody wzorcowe zakładają istnienie pewnego hipotetycznego obiektu wzorcowego,

uporządkowania badanych obiektów dokonuje się w zależności od osiągniętych przez nie odległości od obiektu wzorcowego. Metody te wykorzystują odpowiednio wybrane zmienne diagnostyczne (objaśniające), charakteryzujące badane zjawisko, różnią się między sobą, co do sposobu normalizacji zmiennych oraz postaci funkcji je agregujących [Kukuła 2000, Malina 2004, Młodak 2006, Nowak 1990, Zeliaś 2000].

Badania autorki dotyczące polskiego rolnictwa [Binderman 2005a,b 2006a,b, 2008] wykazały, że klasyfikacje i grupowania województw, uzyskiwane za pomocą metod wzorcowych w istotny sposób zależą zarówno od wybranej metryki, jak i od wyboru wzorca. W niniejszej pracy natomiast autorka podjęła temat zależności klasyfikacji obiektów opartej na miernikach syntetycznych od wyboru metody normalizacji cech.

METODYKA BADAŃ

Przyjmijmy założenie, że dane zjawisko jest opisane przez zmienne, które są symulantami, mającymi wartości nieujemne. Przy takim podejściu dany obiekt (obserwacja) badanego zjawiska jest opisany za pomocą wektora, będącego elementem przestrzeni $\mathfrak{R}_+^n := \{\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_n): x_i \geq 0, i=1, 2, \dots, n\}$ gdzie $n \geq 1$ jest liczbą zmiennych zakwalifikowanych do oceny zjawiska.

Rozważmy problem polegający na klasyfikacji $m \in N$ obiektów $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_m$ badanego zjawiska za pomocą $n \in N$ zmiennych. Zgodnie z przyjętymi założeniami każdy taki obiekt daje się przedstawić za pomocą wektora należącego do przestrzeni \mathfrak{R}_+^n . Niech wektor $\mathbf{x}_i=(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$, $i=1, 2, \dots, m$, opisuje i -ty obiekt \mathbf{Q}_i .

Jeżeli $x_{ik} > x_{jk}$ ($x_{ik} \geq x_{jk}$) dla $k=1, 2, \dots, n$, to pisać będziemy:

$$\mathbf{x}_i > \mathbf{x}_j, (\mathbf{x}_i \geq \mathbf{x}_j), \text{ gdzie } i, j \in [1, m].$$

Jeżeli $\mathbf{x}_i \geq \mathbf{x}_j$ i $\mathbf{x}_i \neq \mathbf{x}_j$, to naturalnym jest nazywać obiekt \mathbf{x}_i lepszym (wyżej ocenianym) od obiektu \mathbf{x}_j . Oznacza to, że żadna z wartości składowych wektora \mathbf{x}_i nie jest mniejsza od odpowiednich wartości składowych wektora \mathbf{x}_j , a przynajmniej jedna z nich ma wartość większą, tj. istnieje takie $k \in [1, n]$, że $x_{ik} > x_{jk}$.

Przyjmijmy następujące oznaczenia:

$$\mathbf{X}_{m+1,k} := \max_{1 \leq i \leq m} x_{ik}, \quad \mathbf{X}_{0,k} := \min_{1 \leq i \leq m} x_{ik}, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

oraz $\mathbf{x}_0 := (x_{0,1}, x_{0,2}, \dots, x_{0,n})$, $\mathbf{x}_{m+1} := (x_{m+1,1}, x_{m+1,2}, \dots, x_{m+1,n})$.

Tak określone obiekty \mathbf{x}_0 , \mathbf{x}_{m+1} (być może fikcyjne) są nie gorsze oraz nie lepsze od pozostałych $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m$, tj. $\mathbf{x}_{m+1} \geq \mathbf{x}_i$ oraz $\mathbf{x}_i \geq \mathbf{x}_0$ dla każdego $i: m \geq i \geq 1$.

W dalszej części rozważań przyjmijmy założenie, że \mathbf{Q}_{m+1} , \mathbf{Q}_0 są różnymi obiektami wzorcowymi, reprezentowanymi przez odpowiednio wektory \mathbf{x}_{m+1} i \mathbf{x}_0 , ($\mathbf{x}_{m+1} \neq \mathbf{x}_0$).

W celu uporządkowania zbioru obiektów $\mathcal{Q} := \{\mathbf{Q}_0, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_m, \mathbf{Q}_{m+1}\}$ rozważmy dwie następujące funkcje [por. Binderman 2009, Kukuła 2000]:

$$u(\mathbf{x}) = \frac{\langle \mathbf{x}_{m+1} - \mathbf{x}_0, \mathbf{x} - \mathbf{x}_0 \rangle}{\|\mathbf{x}_{m+1} - \mathbf{x}_0\|^2}, \quad (1)$$

$$v(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} + \frac{d(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}) - d(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{m+1})}{2d(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_{m+1})}, \quad (2)$$

gdzie $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle$ - oznacza iloczyn skalarny wektorów $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_n)$; $\mathbf{y}=(y_1, y_2, \dots, y_n) \in \mathfrak{R}^n$, norma wektora $\|\mathbf{x}\|=(\langle \mathbf{x}, \mathbf{x} \rangle)^{1/2}$, natomiast $d_p(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ oznacza metrykę Minkowskiego, tj.:

$$d_p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left(\sum_{k=1}^n (x_k - y_k)^p \right)^{1/p}, \quad (3)$$

gdzie $p \in [1, \infty)$.

Zauważmy, że powyższe funkcje mają następujące własności [zob. Binderman 2009]:

$$u(\mathbf{x}_0) = v(\mathbf{x}_0) = 0, \quad u(\mathbf{x}_{m+1}) = v(\mathbf{x}_{m+1}) = 1,$$

$$0 \leq u(\mathbf{x}_i) \leq 1, \quad 0 \leq v(\mathbf{x}_i) \leq 1 \quad \text{dla każdego } i=1, 2, \dots, m.$$

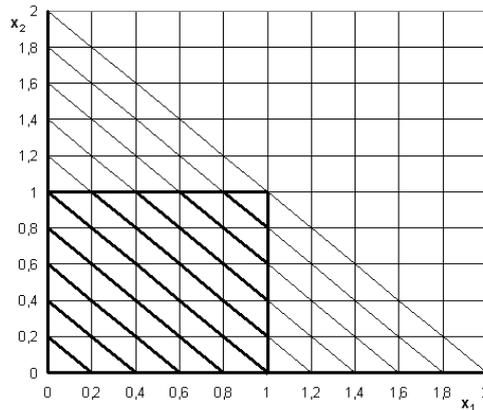
Jeżeli $u(\mathbf{x}_i)=u(\mathbf{x}_j)$ to mówić będziemy, że obiekty \mathbf{Q}_i i \mathbf{Q}_j są obojętne (indyferentne) względem siebie. Jeżeli $u(\mathbf{x}_i)>u(\mathbf{x}_j)$ ($u(\mathbf{x}_i)\geq u(\mathbf{x}_j)$) to obiekt \mathbf{Q}_i uważać będziemy za lepszy (nie gorszy) od obiektu \mathbf{Q}_j . Fakty te zapisywać będziemy odpowiednio w następujący sposób:

$$\mathbf{Q}_i \sim_u \mathbf{Q}_j, \quad \mathbf{Q}_i \succ_u \mathbf{Q}_j, \quad \mathbf{Q}_i \succeq_u \mathbf{Q}_j, \quad i, j \in [0, 1, \dots, m, m+1],$$

gdzie funkcja $u(\mathbf{x})$ jest określona za pomocą wzoru (1).

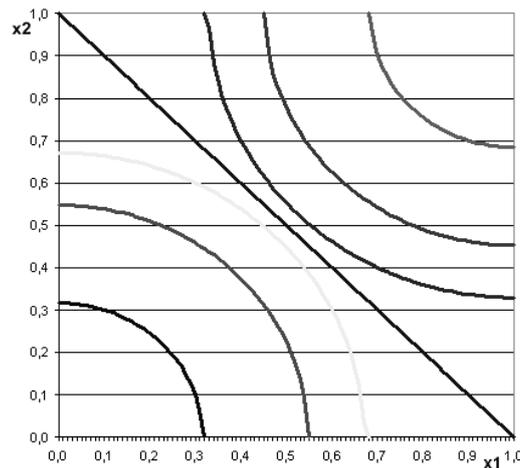
Uporządkowane pary $(\mathcal{Q} \sim_u)$, $(\mathcal{Q} \succ_u)$, $(\mathcal{Q} \succeq_u)$ nazywamy odpowiednio relacją indyferencji, słabej i silnej preferencji [Allen 1964, Panek 2000]. W podobny sposób określić można relacje preferencji $(\mathcal{Q} \sim_v)$, $(\mathcal{Q} \succ_v)$, $(\mathcal{Q} \succeq_v)$, generowane przez funkcje $v(\mathbf{x})$, określoną za pomocą wzoru (2). Można pokazać, że jeżeli $\mathbf{x}_i \geq \mathbf{x}_j$ i $\mathbf{x}_i \neq \mathbf{x}_j$, gdzie $i, j \in [0, m+1]$, to $u(\mathbf{x}_i) > u(\mathbf{x}_j)$ oraz $v(\mathbf{x}_i) > v(\mathbf{x}_j)$. Oznacza to, że w polach słabej preferencji $(\mathcal{Q} \succeq_u)$, $(\mathcal{Q} \succeq_v)$ zachodzi *zjawisko niedosytu*. Funkcje u , v są *funkcjami użyteczności* dla relacji \succeq_u , \succeq_v , odpowiednio [Panek 2000].

Obszary obojętności dla wybranego obiektu, generowane przez funkcję użyteczności $u(\mathbf{x})$, indukującą relację preferencji leżą na hiperpłaszczyznach ($u(\mathbf{x})=\text{constans}$). W szczególności, na płaszczyznach dla $n=3$ oraz na prostych dla $n=2$ [Binderman 2007]. Dla $n=2$ krzywe obojętności są odcinkami leżącymi na prostych równoległych do prostej o równaniu $x_2=1-x_1$, patrz rysunek 1 (przy założeniu, że dla $i=1, 2, \dots, m$: $0 \leq x_i \leq 1$).

Rysunek 1. Krzywe obojętności liniowej funkcji użyteczności $u: x_2=c-x_1$ 

Źródło: opracowanie własne

Obszary obojętności generowane przez równanie $v(\mathbf{x})=\text{constans}$ nie będą, jak w przypadku funkcji liniowej u , hiperpłaszczyznami. Jednak kiedy $n=2$, $p=2$ (tj. metryka Euklidesa [Bartosiewicz 1976]) krzywa obojętności wyznaczona przez równanie $v(\mathbf{x})=c$, $c \in [0,1]$ jest odcinkiem prostej o równaniu $x_2=1-x_1$ (przekątną kwadratu) dla $c=0,5$ oraz hiperbolą dla pozostałych c . Wynika to z faktu, że hiperbola jest miejscem geometrycznym punktów, których różnica odległości od dwóch stałych punktów zwanych ogniskami jest stała. Krzywe obojętności przedstawia rysunek 2 (przy założeniu, że dla $i=1,2,\dots,m: 0 \leq x_i \leq 1$).

Rysunek 2. Krzywe obojętności funkcji nieliniowej v 

Źródło: opracowanie własne

Niniejsze rozważania pokazują, że rozpatrywane funkcje $u(\mathbf{x})$ i $v(\mathbf{x})$, określone za pomocą wzorów (1), (2) służyć mogą do liniowego uporządkowania obiektów $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_m$.

Złożone zjawiska ekonomiczne, określone są najczęściej za pomocą wielu zmiennych o różnych mianach oraz rzędach wielkości. Powstaje problem przekształcenia tych cech w taki sposób, aby rozpatrywane łącznie, spełniały warunek porównywalności. Transformację zmiennych diagnostycznych, która prowadzi do porównywalności oraz addytywności wartości tych cech nazywamy normalizacją lub normowaniem zmiennych [Borkowski, Dudek, Szczesny 2006, Kukuła 2000, Zeliaś 2002].

Problem normowania różnoimiennych zmiennych od strony metodologicznej ma zasadnicze znaczenie. Prawidłowo dobrana metoda normalizacyjna wpływa bezpośrednio na wyniki badań, dlatego normowanie cech diagnostycznych pełni często kluczową rolę w procedurach badawczych szczególnie, jeśli chodzi o analizę przestrzenną zjawisk ekonomiczno – społecznych. W trakcie badań empirycznych, po dokonaniu wyboru cech diagnostycznych, należy zdecydować, którą z wielu przedstawionych w literaturze przedmiotu metodę normowania użyć. Za pomocą analizy własności poszczególnych formuł normalizacyjnych trzeba zbadać, która metoda w danym przypadku będzie najlepsza.

W literaturze przedmiotu można wyróżnić cztery grupy metod normalizacji:

1. standaryzację,
2. unitaryzację,
3. przekształcenia ilorazowe względem punktu odniesienia,
4. rangowanie wartości zmiennych.

Wyczerpująca lista sposobów normalizacji zmiennych podana jest w książkach [Kukuła 2000, Młodak 2006, Zeliaś 2002].

Niech będzie dany układ wektorów $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m, \mathbf{x}_{m+1}$ opisujących obiekty $\mathbf{Q}_0, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_m, \mathbf{Q}_{m+1}$. Rozważmy trzy często stosowane sposoby normalizacji zmiennych [Kukuła 2000, Zeliaś 2002]:

1. unitaryzacji zerowanej

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - x_{0j}}{x_{m+1j} - x_{0j}}, \quad 0 \leq i \leq m+1, \quad 1 \leq j \leq n; \quad (4)$$

2. standaryzacji

$$t_{ij} = \frac{x_{ij} - x_{0j}}{S_j}, \quad (5)$$

gdzie $S_j^2 = \sum_{k=1}^m (x_{kj} - \bar{x}_j)^2$, $\bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_{kj}$, $0 \leq i \leq m+1, \quad 1 \leq j \leq n$;

3. przekształcenia ilorazowego

$$r_{ij} = \frac{X_{ij} - X_{0j}}{\sum_{k=1}^m X_{kj}}, \quad 0 \leq i \leq m+1; 1 \leq j \leq n. \quad (6)$$

W wyniku normalizacji zmiennych przy pomocy wspomnianych wyżej reprezentantów, trzech sposobów normalizacji zmiennych, otrzymujemy trzy różne układy wektorów:

- $\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_m, \mathbf{z}_{m+1}$ – dla unitaryzacji zerowanej,
- $\mathbf{t}_0, \mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \dots, \mathbf{t}_m, \mathbf{t}_{m+1}$ – dla standaryzacji,
- $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_m, \mathbf{r}_{m+1}$ – dla przekształcenia ilorazowego.

Funkcje użyteczności $u(\mathbf{x})$ i $v(\mathbf{x})$ określone za pomocą wzorów (1) i (2) dla wektorów $\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_m, \mathbf{z}_{m+1}$ przyjmują (w zależności od przyjętej metryki typu Minkowskiego) następujące postacie:

$$u(\mathbf{z}_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n z_{ik}, \quad (7)$$

$$v(\mathbf{z}_i) = \frac{1}{2n^{1/p}} \left[n^{1/p} + \left(\sum_{j=1}^n z_{ij}^p \right)^{1/p} - \left(\sum_{j=1}^n (1 - z_{ij})^p \right)^{1/p} \right], \quad 1 \leq p < \infty, \quad (8)$$

W celu otrzymania prostych wzorów na użyteczności obiektów po normalizacji zmiennych typu standaryzacja i przekształcenia ilorazowe, dokonajmy następujących transformacji:

$$t'_{ij} = \frac{X_{ij} - X_{0j}}{\alpha S_j}, \quad (9)$$

$$\text{gdzie: } S_j^2 = \sum_{k=1}^m (X_{kj} - \bar{X}_j)^2, \quad \bar{X}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m X_{kj}, \quad 0 \leq i \leq m+1; 1 \leq j \leq n, \quad \alpha^p = \sum_{k=1}^n \left(\frac{X_{m+1k} - X_{0k}}{S_k} \right)^p,$$

$$\text{oraz} \quad r'_{ij} = \frac{X_{ij} - X_{0j}}{\beta s_j}, \quad (10)$$

$$\text{gdzie: } s_j = \sum_{k=1}^m X_{kj}, \quad 0 \leq i \leq m+1; 1 \leq j \leq n, \quad \beta^p = \sum_{k=1}^n \left(\frac{X_{m+1k} - X_{0k}}{S_k} \right)^p, \quad 1 \leq p < \infty.$$

Po takiej zamianie zmiennych transformacje wektorów wzorcowych mają następujące własności:

$$\mathbf{t}'_0 = 0, \quad d(\mathbf{t}'_0, \mathbf{t}'_{m+1}) = 1, \quad \mathbf{r}'_0 = 0, \quad d(\mathbf{r}'_0, \mathbf{r}'_{m+1}) = 1,$$

gdzie metryka d_p określona jest za pomocą wzoru (3).

Znormalizowane funkcje użyteczności $u(\mathbf{x})$ i $v(\mathbf{x})$ według wzorów (1) i (2) przyjmują dla wektorów $\mathbf{t}'_i, \mathbf{r}'_i$ ($i = 0, 1, \dots, m+1$) następujące postacie:

$$u(\mathbf{t}'_i) = \frac{1}{\|\mathbf{t}'_{m+1}\|^2} \sum_{k=1}^n t'_{m+1k} t'_{ik}, \quad (11)$$

$$v(\mathbf{t}'_i) = \frac{1}{2} \left[1 + \left(\sum_{j=1}^n (t'_{ij})^p \right)^{1/p} - \left(\sum_{j=1}^n (t'_{m+1j} - t'_{ij})^p \right)^{1/p} \right], \quad (12)$$

$$u(\mathbf{r}'_i) = \frac{1}{\|\mathbf{r}'_{m+1}\|^2} \sum_{k=1}^n r'_{m+1k} r'_{ik}, \quad (13)$$

$$v(\mathbf{r}'_i) = \frac{1}{2} \left[1 + \left(\sum_{j=1}^n (r'_{ij})^p \right)^{1/p} - \left(\sum_{j=1}^n (r'_{m+1j} - r'_{ij})^p \right)^{1/p} \right]. \quad (14)$$

W pracy dokonano porównania wyników, otrzymanych za pomocą rozważanych wyżej mierników syntetycznych i sposobów normalizacji zmiennych, z jednowzorcową metodą Zdzisława Hellwiga [Hellwig 1968]. W tym celu przekształcono zmienne za pomocą wzoru:

$$w_{ij} = \frac{x_{ij} - x_{0j}}{\frac{1}{\sqrt{m}} S_j} = \sqrt{m} \cdot t_{ij}, \quad (15)$$

gdzie: $i = 0, 1, \dots, m+1$; $j = 1, 2, \dots, n$.

Na tej podstawie otrzymano znormalizowaną funkcję Hellwiga [Binderman 2009], określoną za pomocą wzoru:

$$H(\mathbf{w}_i) := \frac{h(\mathbf{w}_i) - h(\mathbf{w}_0)}{1 - h(\mathbf{w}_0)}, \quad i = 0, 1, \dots, 17; \quad (16)$$

$$\text{gdzie: } h(\mathbf{w}_i) = 1 - \frac{\sqrt{m} \cdot c_i}{\sqrt{m} \cdot \bar{c} + 2d_2(\mathbf{c}, \bar{\mathbf{c}})}, \quad c_i = d_2(\mathbf{w}_i, \mathbf{w}_{m+1}), \quad \mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_m),$$

$$\bar{c} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m c_k, \quad \bar{\mathbf{c}} = (\bar{c}_1, \bar{c}_2, \dots, \bar{c}_m) \in \mathfrak{R}_+^m, \quad i = 0, 1, 2, \dots, m+1;$$

d_2 – jest metryką Euklidesa, określoną za pomocą wzoru (3), dla $p=2$.

WYNIKI BADAŃ

Materiałem empirycznym w pracy były dane Głównego Urzędu Statystycznego, dotyczące czynników opisujących polskie rolnictwo w 2008 roku, w podziale na szesnaście województw. Czynniki zostały odpowiednio wybrane, a dane przeliczone tak, że wszystkie zmienne diagnostyczne miały charakter stymulant. Oznacza to, że wyższe wartości zmiennej wskazywały na wyższy poziom badanego zjawiska (uzasadnienie wyboru cech opisano w pracy [Binderman 2007]). Tymi zmiennymi były poniższe czynniki.

- X_1 Udział użytków rolnych w % powierzchni ogółem.
- X_2 Wskaźnik waloryzacji rolniczej przestrzeni produkcyjnej (w punktach).
- X_3 Plony zbóż w tonach z 1 hektara.
- X_4 Obsada bydła w sztukach dużych na 100 hektarów użytków rolnych.
- X_5 Skup owoców z drzew w kg na 1 hektar powierzchni upraw.
- X_6 Wartość skupu produktów rolnych ogółem w zł na 1 ha użytków rolnych.
- X_7 Nakłady inwestycyjne w rolnictwie w zł na 1 hektar użytków rolnych.
- X_8 Wskaźnik zatrudnienia w rolnictwie w %.
- X_9 Średnia powierzchnia gospodarstwa rolnego w hektarach.
- X_{10} Produkt krajowy brutto w zł na 1 mieszkańca.

W ten sposób otrzymano $m=16$ obiektów Q_1, Q_2, \dots, Q_{16} , gdzie każdy był opisany przez $n=10$ cech: X_1, X_2, \dots, X_{10} . Wartości przyjętych zmiennych diagnostycznych dla 16 województw w 2008 roku utworzyły następnie macierz X o wymiarach 16×10 . Na podstawie wartości zmiennych w 16 województwach, stworzono dwa hipotetyczne (wzorcowe) obiekty, minimalne Q_0 oraz maksymalne Q_{17} , określone za pomocą najmniej i najbardziej korzystnego zestawu wartości cech (odpowiednio). Hipotetyczne województwa reprezentowane były przez wektory x_0 oraz x_{17} , każdy o 10 składowych.

Ze względu na różne miana i rzędy wielkości, zmienne poddano normalizacji, oczywiście dla celów pracy wykorzystując trzy różne metody: unitaryzację zerowaną - wg wzoru (4), standaryzację - wzory (5) i (15) oraz przekształcenie ilorazowe - wg wzoru (6).

Do konstrukcji mierników syntetycznych województw w 2008 roku, określających poziom polskiego rolnictwa wykorzystano rozważane wcześniej dwie znormalizowane funkcje użyteczności $u(x)$ i $v(x)$, dla trzech różnych sposobów normalizacji, tj. $u(z_i)$ wg wzoru (7), $v(z_i)$ wzór - (8), po unitaryzacji, $u(t'_i)$ wg wzoru (11), $v(t'_i)$ - wzór (12), po standaryzacji, $u(r'_i)$ - wzór (13), $v(r'_i)$ - wzór (14), po przekształceniu ilorazowym oraz znormalizowaną funkcję Hellwiga $H(w_i)$ wzór (16).

Wszystkie w ten sposób wyznaczone mierniki były znormalizowanymi funkcjami użyteczności, przyjmującymi wartości z przedziału $[0,1]$.

Na podstawie wartości mierników syntetycznych województw w następnym kroku dokonano uporządkowania obiektów i na tej podstawie otrzymano klasyfikację województw ze względu na poziom rolnictwa w 2008 roku. Pojedynczy klasyfikator (miernik syntetyczny) może być daleki od „optymalnego”, natomiast kombinacje wielu, dają na ogół klasyfikator bliski „optymalnemu” [por. Breiman 1966, 1968]. Z tego względu, jako ostateczny (wynikowy) miernik poziomu rozwoju rolnictwa dla poszczególnych województw, w badaniach posłużono się dodatkowym miernikiem, określonym za pomocą wzoru:

$$\bar{m}_i := \bar{m}(x_i) = \frac{H(w_i) + u(t_i) + v(t_i) + u(z_i) + v(z_i) + u(r_i) + v(r_i)}{7}, \quad (17)$$

gdzie: $i = 1, 2, \dots, 16$.

W tabeli 1 podane zostały wartości mierników polskich województw w roku 2008, otrzymanych za pomocą rozważanych ośmiu funkcji.

Tabela 1. Mierniki syntetyczne województw w 2008 roku

Województwo	$H(w_i)$	$u(t_i)$	$v(t_i)$	$u(z_i)$	$v(z_i)$	$u(r_i)$	$v(r_i)$	\bar{m}_i
Dolnośląskie	0,359	0,402	0,411	0,390	0,400	0,248	0,268	0,354
Kujawsko-pomorskie	0,400	0,442	0,447	0,448	0,453	0,457	0,459	0,444
Lubelskie	0,314	0,394	0,412	0,419	0,433	0,477	0,481	0,418
Lubuskie	0,167	0,182	0,204	0,187	0,211	0,178	0,211	0,191
Łódzkie	0,348	0,395	0,405	0,408	0,418	0,406	0,410	0,399
Małopolskie	0,301	0,334	0,348	0,340	0,355	0,295	0,309	0,326
Mazowieckie	0,426	0,518	0,516	0,531	0,526	0,626	0,610	0,536
Opolskie	0,430	0,541	0,534	0,522	0,518	0,296	0,326	0,452
Podkarpackie	0,166	0,190	0,221	0,189	0,219	0,151	0,169	0,186
Podlaskie	0,325	0,406	0,421	0,437	0,446	0,603	0,591	0,461
Pomorskie	0,374	0,386	0,390	0,400	0,403	0,427	0,431	0,402
Śląskie	0,374	0,425	0,433	0,410	0,421	0,272	0,306	0,377
Świętokrzyskie	0,242	0,272	0,294	0,277	0,299	0,236	0,246	0,267
Warmińsko-mazurskie	0,353	0,407	0,418	0,434	0,442	0,600	0,586	0,463
Wielkopolskie	0,512	0,601	0,588	0,608	0,595	0,583	0,577	0,581
Zachodnio-pomorskie	0,256	0,296	0,318	0,309	0,334	0,312	0,344	0,310

Źródło: obliczenia własne

W tabeli 2 podane zostały podstawowe charakterystyki opisowe mierników syntetycznych opisujących poziom rolnictwa polskich województw w roku 2008. Natomiast w tabeli 3 współczynniki korelacji Pearsona między wektorami wyników.

Tabela 2. Charakterystyki opisowe dla syntetycznych mierników województw

Charakterystyki opisowe	$H(w_i)$	$u(t_i)$	$v(t_i)$	$u(z_i)$	$v(z_i)$	$u(r_i)$	$v(r_i)$	\bar{m}_i
Średnia arytmetyczna	0,334	0,387	0,394	0,397	0,412	0,394	0,399	0,385
Mediana	0,351	0,398	0,406	0,411	0,419	0,409	0,413	0,400
Rozstęp	0,347	0,419	0,397	0,384	0,363	0,421	0,397	0,394
Odchylenie standardowe	0,090	0,111	0,105	0,101	0,094	0,111	0,105	0,107
Wsp. zmienności	27%	29%	27%	25%	23%	28%	26%	28%
Wsp. asymetrii	-0,287	-0,135	-0,212	-0,215	-0,216	-0,265	-0,301	-0,295

Źródło: obliczenia własne

Tabela 3. Współczynniki korelacji Pearsona

	$H(w_i)$	$u(t_i)$	$v(t_i)$	$u(z_i)$	$v(z_i)$	$u(r_i)$	$v(r_i)$	\bar{m}_i
$H(t_i)$	1							
$u(t_i)$	0,981	1						
$v(t_i)$	0,976	0,999	1					
$u(z_i)$	0,970	0,993	0,994	1				
$v(z_i)$	0,965	0,991	0,993	0,999	1			
$u(r_i)$	0,648	0,674	0,684	0,756	0,760	1		
$v(r_i)$	0,662	0,691	0,701	0,770	0,775	0,998	1	
\bar{m}_i	0,926	0,947	0,951	0,978	0,979	0,875	0,885	1

Źródło: obliczenia własne

Otrzymane wyniki (patrz tabela 2) wskazują, że w Polsce, niezależnie od zastosowanych mierników, poziom rolnictwa w województwach był mocno zróżnicowany. Wskazuje na to między innymi wielkość rozstępu. Dla danego miernika syntetycznego, przy ustalonym sposobie normalizacji zmiennych, różnica pomiędzy maksymalnymi a minimalnymi wartościami mierników była większa od średniej arytmetycznej. Potwierdzają to również wielkości współczynników zmienności, które wskazują, że odchylenie standardowe stanowi (zależnie od funkcji) od 23% do 29% średniej arytmetycznej.

Ocena asymetrii rozkładów wartości mierników województw pokazuje, że w badanym okresie rozkłady charakteryzują się słabą asymetrią lewostronną (ujemną), tj. skupienie badanych województw przy wyższych niż średnie wartościach cechy. Lewostronny asymetryczny rozkład wartości mierników wskazuje, że poziom rolnictwa większości województw w 2008 roku był wyższy od średniej. Świadczą o tym również wartości mediany, które dla wszystkich funkcji, a także dla miernika \bar{m}_i , miały wartości powyżej średniej arytmetycznej.

Na podstawie obliczeń przedstawionych w tabeli 3 zauważamy, że współczynniki korelacji dla wszystkich mierników są bardzo wysokie. Można wnioskować, że w ramach tej samej metody normalizacji wyniki nie różnią się od siebie znacząco. Warto zauważyć, że wyniki otrzymane przy pomocy metody unitaryzacji zerowanej oraz funkcji nieliniowej, opartej na dwóch wzorcach, wykazują największą sumaryczną korelację w stosunku do pozostałych mierników. Najmniejszą korelację z pozostałymi wynikami wykazują rezultaty otrzymane poprzez ilorazową normalizację zmiennych.

W celu analizy różnic pomiędzy różnymi sposobami liczenia mierników zbadano również, jak zmienia się uporządkowanie województw. W tabeli 4 podane zostały pozycje poszczególnych województw ze względu na wartości rozważanych mierników.

Tabela 4. Uporządkowanie województw w 2008 roku

Województwo	H(w _i)	u(t _i)	v(t _i)	u(z _i)	v(z _i)	u(r _i)	v(r _i)	\bar{m}_i
Wielkopolskie	1	1	1	1	1	4	4	1
Mazowieckie	3	3	3	2	2	1	1	2
Warmińsko-mazurskie	8	6	7	6	6	3	3	3
Podlaskie	10	7	6	5	5	2	2	4
Opolskie	2	2	2	3	3	10	10	5
Kujawsko-pomorskie	4	4	4	4	4	6	6	6
Lubelskie	11	10	8	7	7	5	5	7
Pomorskie	6	11	11	10	10	7	7	8
Łódzkie	9	9	10	9	9	8	8	9
Śląskie	5	5	5	8	8	12	12	10
Dolnośląskie	7	8	9	11	11	13	13	11
Małopolskie	12	12	12	12	12	11	11	12
Zachodnio-pomorskie	13	13	13	13	13	9	9	13
Świętokrzyskie	14	14	14	14	14	14	14	14
Lubuskie	15	16	16	16	16	15	15	15
Podkarpackie	16	15	15	15	15	16	16	16

Źródło: obliczenia własne

Przy użyciu wyznaczonych mierników dla województw, dokonano następnie podziału województw na 4 klasy, charakteryzujące się (w obrębie klasy) zbliżonym poziomem rozwoju rolnictwa. Podstawą podziału województw na klasy były wartości syntetycznych mierników przy wykorzystaniu tzw. metody E. Nowaka [Nowak 1990]. Grupowanie województw przy wszystkich sposobach obliczania mierników przedstawia tabela 5.

Tabela 5. Klasyfikacja województw w 2008 roku

Województwo	H(w _i)	u(t _i)	v(t _i)	u(z _i)	v(z _i)	u(r _i)	v(r _i)	\bar{m}_i
Wielkopolskie	I	I	I	I	I	I	I	I
Mazowieckie	I	I	I	I	I	I	I	I
Warmińsko-mazurskie	II	II	II	II	II	II	II	II
Podlaskie	III	II	II	II	II	II	II	II
Opolskie	I	I	I	I	I	I	I	II
Kujawsko-pomorskie	II	II	II	II	II	II	II	II
Lubelskie	III	II	II	II	II	II	II	II
Pomorskie	II	III	III	III	III	II	II	II
Łódzkie	II	II	II	II	II	II	II	II
Śląskie	II	II	II	II	II	II	II	III
Dolnośląskie	II	II	II	II	II	III	III	III
Małopolskie	III	III	III	III	III	III	III	III
Zachodnio-pomorskie	III	III	III	III	III	III	III	III
Świętokrzyskie	IV	IV	IV	IV	III	IV	IV	IV
Lubuskie	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV
Podkarpackie	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV

Źródło: obliczenia własne

Na podstawie uzyskanych wyników można sądzić, że dla rozpatrywanego zestawu zmiennych diagnostycznych wybór sposobu normalizacji, miał większy wpływ na uporządkowanie województw niż wybór miernika. Natomiast na rezultat grupowania, nie miał znaczącego wpływu ani wybór sposobu normalizacji, ani miernika syntetycznego. Jedyne niewielkie różnice w przyporządkowaniu do danej grupy występują w przypadku zastosowania metody Hellwiga oraz mierników wykorzystujących normalizację metodą przekształcenia ilorazowego.

Uporządkowanie województw według wartości funkcji porządkującej \bar{m}_i (patrz tabela 4) wskazuje, że najlepszym regionem pod względem poziomu rolnictwa w 2008 roku było województwo wielkopolskie. Wysoką drugą pozycję zajęło następnie województwo mazowieckie. Wspomniane wyżej województwa pod względem poziomu rolnictwa odstają „na plus” od pozostałych województw. Dwa ostatnie miejsca pod względem poziomu rolnictwa w 2008 roku, zajęły województwa: lubuskie i podkarpackie, które miały dużo niższe od pozostałych wartości mierników syntetycznych.

Analizując podział województw na grupy (patrz tabela 5), ze względu na wartości funkcji porządkującej \bar{m}_i można wnioskować, że do I grupy zaliczają się dwa województwa – wielkopolskie oraz mazowieckie, co potwierdza, że odznaczają się najwyższym poziomem rozwoju rolnictwa w Polsce. Do grupy II zaliczonych zostało siedem województw: warmińsko-mazurskie, podlaskie, opolskie, kujawsko-pomorskie, lubelskie, pomorskie, łódzkie, które charakteryzują się stosunkowo wysokim (powyżej średniej) poziomem rozwoju rolnictwa. W III grupie znalazły się cztery województwa o niskim, poniżej przeciętnego poziomie rolnictwa. Było to województwo śląskie, dolnośląskie, małopolskie i zachodnio-pomorskie. Grupa IV obejmuje trzy województwa: świętokrzyskie, lubuskie i podkarpackie, co wskazuje na to, że w 2008 roku były to regiony, które miały najniższy poziom rozwoju rolnictwa w Polsce.

WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonych badań można wnioskować, że przy przyjętym zestawie zmiennych diagnostycznych wybór metody normalizacyjnej miał większy wpływ na uporządkowanie województw niż wybór miernika syntetycznego, natomiast wybór sposobu normalizacji i miernika nie miał znaczącego wpływu na wynik grupowania. Wyniki otrzymane przy tym samym sposobie normalizacji nie różnią się znacząco między sobą.

Opierając się na otrzymanych rezultatach można twierdzić, że najwyższym poziomem rolnictwa w 2008 roku charakteryzowało się województwo wielkopolskie. Wraz z województwem mazowieckim wyraźnie odbiegało swoim poziomem od pozostałych województw. Najniższym poziomem rolnictwa charakteryzowały się województwa podkarpackie i lubuskie. One również wyraźnie odbiegały swoim poziomem od pozostałych województw.

Otrzymane wyniki pokazują duże zróżnicowanie polskiego rolnictwa w 2008 roku. Dla potwierdzenia tego zjawiska wskazana jest dalsza analiza występujących zależności.

LITERATURA

- Allen R. G. D. (1964) *Ekonomia matematyczna*, PWN, Warszawa.
- Bartosiewicz S. (1976) Propozycja metody tworzenia zmiennych syntetycznych, *Prace Naukowe AE we Wrocławiu*, nr 84, Wrocław.
- Binderman A. (2005a) Klasyfikacja polskich województw według poziomu rozwoju rolnictwa, *RNR, Seria G.*, T.92, Z.1, str.42, Warszawa.
- Binderman A. (2005b) O problemie wyboru wzorca przy badaniu przestrzennego zróżnicowania potencjału rolnictwa w Polsce, *MIBE V*, Warszawa, str. 46.
- Binderman A. (2006a) Wykorzystanie funkcji użyteczności do badania przestrzennego zróżnicowania rolnictwa, *RNR SERiA*, T.VIII, Z.5, Warszawa, s.5.
- Binderman A. (2006b) Klasyfikacja obiektów oparta na dwóch wzorcach, *EiOGŻ, Zeszyty Naukowe SGGW*, nr 60, Warszawa, str. 25.
- Binderman A. (2007) *Wielowymiarowa analiza regionalnego zróżnicowania rolnictwa w Polsce*, praca doktorska, SGGW, Warszawa.
- Binderman A. (2008) Zastosowanie liniowej i nieliniowej funkcji użyteczności do badania poziomu rolnictwa w Polsce, *MIBE IX*, wyd. SGGW, Warszawa, str. 29.
- Binderman A. (2009) Dynamika rozwoju rolnictwa w Polsce po akcesji do Unii Europejskiej, *Roczniki Nauk Rolniczych, SERiA*, Tom XI, Zeszyt 3.
- Borkowski B., Dudek H., Szczesny W. (2004) *Ekonometria. Wybrane zagadnienia*, PWN, Warszawa.
- Borkowski B., Dudek H., Szczesny W. (2006) O pewnych problemach przekształcania wartości cech, *ACTA AGRARIA ET SILVESTRIA*, vol. XLVII.
- Breiman L. 1994, *Bagging predictors*, Technical Report 420, Department of Statistics, University of California, CA, USA.
- Breiman L. 1996, *Arcing Classifiers*, Technical Report 460, Department of Statistics, University of California, CA, USA.
- Hellwig Z. (1968) Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę kwalifikowanych kadr, „*Przegląd Statystyczny*”, z. 4.
- Kukuła K. (2000) *Metoda unitaryzacji zerowanej*, PWN, Warszawa.
- Malina A. (2004) *Wielowymiarowa analiza przestrzennego zróżnicowania struktury gospodarki Polski według województw*, AE, Seria Monografie nr 162, Kraków.
- Młodak A. (2006) *Analiza taksonomiczna w analizie regionalnej*, Difin, Warszawa.
- Nowak E. (1990) *Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych*, PWE, Warszawa.
- Panek E. (2000) *Ekonomia matematyczna*, Akademia Ekonomiczna, Poznań.
- Zeliaś A. (2000) *Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym*, Wyd. Akademii Ekonomicznej, Kraków.
- Zeliaś A. (2002) Some notes on the selection of normalization of diagnostic variables, *Statistics in transition*, Vol 5, No. 5, pp 787 – 802.

Dependence of development level analysis of Polish agriculture on choice of ways of normalization

Abstract: The paper studied the problem of stability of evaluations of regional diversification of Polish agriculture with regard to the way of variables normalization. The methods applied use three types of normalization. The analysis is based on synthetic measures that use two patterns of objects. On the basis of synthetic measures there were made arrangement and classification of different voivodeships. The subject of this study was regional variability of Polish voivodeships in terms of level of agricultural development in the 2008 year. As diagnostic variables, factors affecting the development of agriculture were used. The paper is a continuation of the author's research in this field.

Key words: methods of normalization, synthetic measures, utility functions, agriculture development level, classification, class division

MONOTONICZNOŚĆ MIERNIKA OPARTEGO NA DWÓCH WZORCACH

ROZWAŻANIA TEORETYCZNE

Agata Binderman

Katedra Ekonometrii i Statystyki SGGW
e-mail: agata_binderman@sggw.pl

Jarosław L. Bojarski

Katedra Zastosowań Matematyki SGGW
e-mail: jaroslaw_bojarski@sggw.pl

Streszczenie: Celem pracy jest podanie kryterium monotoniczności dla funkcji użyteczności. Podajemy liczne przykłady nie monotonicznych (lokalnie malejących) funkcji użyteczności. Badamy możliwość wprowadzenia relacji preferencji przy pomocy funkcji użyteczności. Ponadto definiujemy zjawisko niedosytu w polu preferencji zadany funkcją użyteczności. W drugiej części pracy podamy przykład nie monotonicznej (lokalnie malejącej) funkcji użyteczności uzyskanej metodą zwykłego "przeksięgowania" (które może wynikać ze zmiany prawa).

Słowa kluczowe: funkcje użyteczności, mierniki syntetyczne, pole preferencji, zjawisko niedosytu, norma, klasyfikacja

WSTĘP

Podstawowym celem analizy taksonomicznej jest dokonanie porządkowania i grupowania obiektów (jednostek) będących elementami wielowymiarowej przestrzeni cech. Do klasyfikacji i grupowania stosowanych jest wiele metod [Gatnar E, Walesiak M. 2009, Kukuła K. 2000, Malina A. 2004, Młodak A. 2006, Zeliaś A. 2000]. Mnogość tych metod wynika z faktu, że klasyfikacje wykorzystujące jeden wzorzec mają istotne wady [Binderman A. 2005]. W pracy [Binderman A. 2006a] do porządkowania i klasyfikacji obiektów podano miernik syntetyczny, który wykorzystuje dwa obiekty wzorcowe. W kolejnych pracach pierwszego z autorów podane zostały własności tego miernika i przykłady jego

przydatności do badania regionalnego zróżnicowania rolnictwa w Polsce [Binderman A. 2006b, 2006c, 2007a, 2007b, 2008a, 2008b, 2009a, 2009b, 2010a, 2010b].

W pracy [Binderman Z. 2010], dla omawianego miernika zbadano problem wyboru takiego sposobu mierzenia odległości między rozważanymi obiektami, aby w polu preferencji indukowanym przez ten miernik występowało zjawisko niedosytu. Niniejsza praca jest ściśle związana z tym problemem.

Celem pracy jest podanie kryterium monotoniczności dla funkcji użyteczności. Konstruujemy całą serię przykładów niemonotonicznych (lokalnie malejących) funkcji użyteczności, pozornie poprawnie zdefiniowanych. Definiujemy zjawisko niedosytu w polu preferencji zadany funkcją użyteczności. Ponadto dyskutujemy zasadność wprowadzania relacji niedosytu.

W drugiej części pracy podamy przykład niemonotonicznej (lokalnie malejącej) funkcji użyteczności uzyskanej z najprostszych norm (stosowanych w analizie matematycznej) metodą zwykłego "przeksięgowania" środków. Tego typu przeksięgowanie może wynikać ze zmiany regulacji prawnych. Niniejszy artykuł ma charakter ściśle matematyczny.

Punkty w przestrzeni \mathfrak{R}^n (iloczyn kartezjański n zbiorów liczb rzeczywistych) oznaczamy symbolami \mathbf{v} , \mathbf{w} , \mathbf{h} , \mathbf{x} , \mathbf{y} , $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\gamma}$, gdzie $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$. Norma w przestrzeni \mathfrak{R}^n , dana wzorem $\mathfrak{R}^n \ni \mathbf{v} \mapsto \|\mathbf{v}\| \in [0, \infty)$, spełnia warunki (patrz [Dunford i in. 1958], [Bourbaki 1966, Rozdział 1, Paragraf 1])

$$\|\mathbf{v}\| \geq 0 \quad \forall \mathbf{v} \in \mathfrak{R}^n \text{ oraz } \|\mathbf{v}\| = 0 \text{ wtedy}$$

$$\text{i tylko wtedy gdy } \mathbf{v} = \mathbf{0} = (0, \dots, 0), \quad (1)$$

$$\|a\mathbf{v}\| = |a| \|\mathbf{v}\| \quad \forall \mathbf{v} \in \mathfrak{R}^n \quad \forall a \in \mathfrak{R}, \quad (2)$$

$$\|\mathbf{v} + \mathbf{w}\| \leq \|\mathbf{v}\| + \|\mathbf{w}\| \quad \forall \mathbf{v} \in \mathfrak{R}^n \quad \forall \mathbf{w} \in \mathfrak{R}^n. \quad (3)$$

Tutaj $\forall \mathbf{v}$ oznacza kwantyfikator "dla każdego" argumentu \mathbf{v} .

Definicja 1. Mówimy, że $\mathbf{v} \leq \mathbf{w}$ wtedy i tylko wtedy gdy $v_1 \leq w_1$ oraz $v_2 \leq w_2$ oraz oraz $v_n \leq w_n$.

Zauważmy, że powyżej zdefiniowana relacja nierówności (Definicja 1) nie spełnia warunków pełnego porządku na S_n , mianowicie nie jest spełniony warunek:

$$\text{dla dowolnych } \mathbf{v}, \mathbf{w} \in S_n \text{ mamy } \mathbf{v} \leq \mathbf{w} \text{ lub } \mathbf{w} \leq \mathbf{v}.$$

Symbolem S_n oznaczamy stożek wypukły n wymiarowy $[0, \infty)^n$, czyli S_n jest iloczynem kartezjańskim n półprostych $[0, \infty)$. Podobnie $K_n = [0, 1]^n$ jest kostką n wymiarową. Symbolami $\mathbf{1} = (1, \dots, 1)$ oraz $\mathbf{0} = (0, \dots, 0) \in \mathfrak{R}^n$ oznaczamy wierzchołki K_n . Niech $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n) \in \mathfrak{R}^n$ oraz $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n) \in \mathfrak{R}^n$.

Definicja 2. Funkcję użyteczności definiujemy na K_n wzorem

$$K_n \ni \mathbf{x} \mapsto U(\mathbf{x}) = \frac{\|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{1}\| - \|\mathbf{1} - \mathbf{x}\|}{2\|\mathbf{1}\|}, \quad (4)$$

gdzie $\mathbf{1} = (1, \dots, 1)$. Jeśli nierówność $\mathbf{x} \leq \mathbf{y}$ pociąga za sobą warunek $U(\mathbf{x}) \leq U(\mathbf{y})$, to mówimy, że funkcja U jest niemalejąca. Jeśli natomiast $\mathbf{x} \leq \mathbf{y}$ oraz $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$ pociąga za sobą warunek $U(\mathbf{x}) < U(\mathbf{y})$, to mówimy, że funkcja U jest rosnąca.

Definicja 3. W ekonometrii dowolny podzbiór $X \subset S_n = [0, \infty)^n$ z relacją \leq , definiującą porządek pomiędzy elementami X , nazywamy polem słabej preferencji.

W naukach ekonomicznych mówimy, że na $X \subset S_n = [0, \infty)^n$ obserwujemy zjawisko niedosytu, jeśli

dla dowolnych $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$ z warunków $\mathbf{x} \leq \mathbf{y}$ i $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$

wynika, iż $\mathbf{x} \leq \mathbf{y}$ i nieprawda jest $\mathbf{y} \leq \mathbf{x}$

(por. [Panek 2000], [Binderman 2010]). Oczywiście, autorzy definiują tę własność dla relacji \leq spełniającej warunki pełnego preporządku (patrz [Panek 2000]).

Rozważymy poniżej kilka wariantów wprowadzenia relacji niedosytu (czy też relacji zbliżonej do relacji niedosytu) na podzbiorach $X \subset S_n$. Najważniejszy przypadek będzie następujący.

Bierzemy pod uwagę relację porządku (będącą rozszerzeniem relacji zadanej Definicją 1) spełniającą warunki pełnego preporządku i związaną z różniczkowalną funkcją użyteczności. Wtedy zjawisko niedosytu będziemy mogli wprowadzić, na co najwyżej 1-wymiarowym podzbiorku X zbioru S_n (lub K_n).

Model 1. Rozważmy przypadek 2-wymiarowy. Załóżmy, że $X_2 \subset S_2 = [0, \infty)^2$ spełnia jeden z dwóch warunków

$$\begin{aligned} & \forall x \in [0, \infty) \quad \exists y_x \in [0, \infty) \quad (x, y_x) \in X_2 \\ \text{lub} \quad & \forall y \in [0, \infty) \quad \exists x_y \in [0, \infty) \quad (x_y, y) \in X_2. \end{aligned}$$

Jeśli dodatkowo $X_2 \subset S_2$ ma tą własność, że z faktów $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X_2$, $\mathbf{x} \leq \mathbf{y}$ i $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$ wynika $x_1 < y_1$ i $x_2 < y_2$ (gdzie $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ oraz $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$) to X_2 musi być:

(i) podzbiorem wykresu funkcji różnowartościowej zdefiniowanej na $\{x_1 \in \mathfrak{R} \mid x_1 \geq 0\}$ o wartościach w $\{x_2 \in \mathfrak{R} \mid x_2 \geq 0\}$,

lub

(ii) podzbiorem wykresu funkcji różnowartościowej zdefiniowanej na $\{x_2 \in \mathfrak{R} \mid x_2 \geq 0\}$ o wartościach w $\{x_1 \in \mathfrak{R} \mid x_1 \geq 0\}$.

Oczywiście taki podzbiór $X_2 \subset S_2$ jest zbyt ubogi, aby mógł służyć do opisywania rzeczywistych procesów ekonomicznych.

Model 2. Rozważamy $S_n = [0, \infty)^n$ z relacją \leq podaną w Definicji 1. Zauważamy, że dla dowolnego podzbioru $X_n \subset S_n$ zachodzi implikacja:

jeśli $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X_n$, $\mathbf{x} \leq \mathbf{y}$ i $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$ to $\mathbf{x} \leq \mathbf{y}$ i nie jest prawdą, że $\mathbf{y} \leq \mathbf{x}$.

W tym przypadku wprowadzenie relacji niedosytu nie wnosi nic nowego. Istotnie, dowolny podzbiór $X_n \subset S_n$ z nierównością \leq podaną w Definicji 1, jest relacją niedosytu. Pamiętajmy, że relacja \leq sformułowana w Definicji 1 nie spełnia warunków pełnego porządku.

Jeśli funkcja użyteczności zdefiniowana na zbiorze $K_n = [0, 1]^n$ wzorem (4) jest funkcją niemalejącą to relację słabej preferencji możemy określić także dla tych par punktów $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in K_n$, dla których $U(\mathbf{x}) \leq U(\mathbf{y})$. Zatem teraz będziemy mogli porównywać elementy $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in K_n$ nawet wtedy, gdy $x_1 < y_1$ oraz $x_2 > y_2$ (gdzie $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ oraz $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$).

Definicja 4. Niech funkcja użyteczności $U: K_n \rightarrow \mathfrak{R}$ będzie niemalejąca. Mówimy, że $\mathbf{x} \preceq_U \mathbf{y}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $U(\mathbf{x}) \leq U(\mathbf{y})$, czyli \mathbf{x} jest mniejsze lub równe \mathbf{y} względem relacji preferencji definiowanej funkcją użyteczności U .

Jest oczywiste, że z faktu $\mathbf{x} \leq \mathbf{y}$ wynika, iż $\mathbf{x} \preceq_U \mathbf{y}$ gdy funkcja U jest niemalejąca. Tak wprowadzona relacja słabej preferencji spełnia warunki pełnego porządku (por. [Panek 2000]).

Definicja 5. Niech funkcja użyteczności $U_1: K_n \rightarrow \mathfrak{R}$ będzie rosnąca. Mówimy, że $\mathbf{x} \prec_{U_1} \mathbf{y}$ wtedy i tylko wtedy, gdy $U_1(\mathbf{x}) < U_1(\mathbf{y})$, czyli \mathbf{x} jest mniejsze od \mathbf{y} względem relacji preferencji definiowanej funkcją użyteczności U_1 .

Jeśli $U_2: K_n \rightarrow \mathfrak{R}$ jest rosnącą funkcją użyteczności to formuła

$$\mathbf{x} \preceq_{U_2} \mathbf{y} \text{ wtedy i tylko wtedy gdy } U_2(\mathbf{x}) \leq U_2(\mathbf{y})$$

definiuje relację preferencji (dla której z faktu $\mathbf{w} \leq \mathbf{z}$ wynika, że $\mathbf{w} \preceq_{U_2} \mathbf{z}$).

Wprowadzimy teraz zmodyfikowaną definicję zjawiska niedosytu (por. [Panek 2000], [Binderman 2010]).

Definicja 6. Mówimy, że w polu preferencji (K_n, \preceq_U) , gdzie relacja preferencji \preceq_U zadana jest rosnącą funkcją użyteczności U na zbiorze K_n , występuje zjawisko niedosytu, jeżeli dla wszystkich wektorów $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in K_n$ prawdziwa jest implikacja

$$\text{jeśli } \mathbf{x} \leq \mathbf{y} \text{ oraz } \mathbf{x} \neq \mathbf{y} \text{ to } \mathbf{x} \prec_U \mathbf{y} \text{ (czyli } U(\mathbf{x}) < U(\mathbf{y})). \quad (5)$$

Wniosek 1. Jeśli U_1 jest rosnącą funkcją użyteczności, definiującą na K_n relację preferencji \preceq_{U_1} to w polu preferencji (K_n, \preceq_{U_1}) występuje zjawisko niedosytu.

Dowód. Istotnie, z warunków $\mathbf{x} \leq \mathbf{y}$ (czyli $x_1 \leq y_1; x_2 \leq y_2; \dots; x_n \leq y_n$) oraz $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$ wynika, że $U_1(\mathbf{x}) < U_1(\mathbf{y})$, bo U_1 jest rosnącą funkcją użyteczności.

Uwaga 1. Jeśli U jest niemalejącą funkcją użyteczności, która nie jest rosnąca (czyli istnieją $\mathbf{w}, \mathbf{z} \in K_n$, $\mathbf{w} \leq \mathbf{z}$, $\mathbf{w} \neq \mathbf{z}$ oraz $U(\mathbf{w}) = U(\mathbf{z})$) to nie ma sensu rozpatrywać zjawiska niedosytu, bo wówczas nie definiujemy poprawnie relacji \preceq_U (poprawnie z punktu widzenia przyjętych definicji).

Musimy zauważyć, że zjawisko niedosytu wprowadzone Definicją 6 nie wyróżnia żadnego podzbioru K_n (podzbioru, na którym by zachodziło to zjawisko). Inaczej mówiąc, w tym przypadku zjawisko niedosytu zachodzi na dowolnym podzbiorze K_n . Zatem przyjęta definicja nie wnosi nic nowego (mamy własność, która jest spełniona na całym K_n).

Model 3. Rozważmy przypadek, gdy zjawisko niedosytu jest zdefiniowane inaczej niż poprzednio. Możemy się domyślać, że jest to powszechnie obowiązująca definicja (por. [Panek 2000]). Rozpatrujemy podzbiór $X \subset K_n$ taki, że dla dowolnych $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$ spełniony jest warunek

$$\text{jeśli } \mathbf{x} \preceq_U \mathbf{y} \text{ oraz } \mathbf{x} \neq \mathbf{y} \text{ to } \mathbf{x} \prec_U \mathbf{y} \quad (6)$$

gdzie $U: K_n \rightarrow \mathfrak{R}$ jest rosnącą funkcją użyteczności. Ponadto, niech U będzie funkcją różniczkowalną (z ciągłą pochodną, różną od zera) na zbiorze $K_n \setminus \{\mathbf{0}\}$, co zapisujemy $U \in C^1(K_n \setminus \{\mathbf{0}\})$, gdzie $\mathbf{0} = (0, \dots, 0) \in \mathfrak{R}^n$. Jak pamiętamy różniczkowalność na zbiorze $K_n \setminus \{\mathbf{0}\}$ oznacza, że istnieje różniczkowalne przedłużenie funkcji U na otoczenie zbioru $K_n \setminus \{\mathbf{0}\}$. Na mocy twierdzenia Sarda [Giaquinta i in. 1998, str. 89, Corollary 1] dla każdego $z \in \mathfrak{R}$ zbiór

$$\{\mathbf{x} \in K_n \setminus \{\mathbf{0}\} \mid U(\mathbf{x}) = z\} \quad (7)$$

jest $(n-1)$ wymiarową podzaimością $K_n \setminus \{\underline{\mathbf{0}}\}$, punktem lub zbiorem pustym. Oznacza to, że zbiór X może mieć, co najwyżej jeden punkt wspólny z każdym ze zbiorów (7), aby był spełniony warunek (6). Zatem podzbiór X był by zbyt ubogi aby mógł służyć do badań ekonometrycznych. Inaczej mówiąc, jeśli państwo A wyznaczy jakąś ścieżkę rozwoju w sytuacji niedosytu, to państwo B będzie musiało poruszać się dokładnie po tej samej ścieżce, abyśmy mogli powiedzieć, że rozwija się w sytuacji niedosytu.

Uwaga 2. Jeśli będziemy rozpatrywać rosnącą funkcję użyteczności U_1 zdefiniowaną na $S_n = [0, \infty)^n$, różniczkowalną z ciągłą pochodną, to zbiór X_1 (na którym będzie zachodziło zjawisko niedosytu) będzie miał co najwyżej po jednym punkcie wspólnym z każdym ze zbiorów $\{\mathbf{x} \in S_n \setminus \{\underline{\mathbf{0}}\} \mid U_1(\mathbf{x}) = z\}$ gdzie $z \in \mathfrak{R}$. Podobnie jak poprzednio, $\{\mathbf{x} \in S_n \setminus \{\underline{\mathbf{0}}\} \mid U_1(\mathbf{x}) = z\}$ jest $(n-1)$ wymiarową podzaimością lub zbiorem pustym.

Normę, która jest różniczkowalna na zbiorze $\text{int } S_n = (0, \infty)^n$ oraz jednostronnie różniczkowalna na brzegu tego zbioru (czyli na $S_n \setminus \text{int } S_n$), z wyjątkiem punktu $\underline{\mathbf{0}} = (0, \dots, 0) \in \mathfrak{R}^n$, oznaczamy symbolem $\|\cdot\|_R$. Ponadto zakładamy, że pochodna normy $\|\cdot\|_R$ jest ciągła na $S_n \setminus \{\underline{\mathbf{0}}\}$, natomiast sama norma $\|\cdot\|_R$ jest określona na \mathfrak{R}^n .

MONOTONICZNOŚĆ FUNKCJI UŻYTECZNOŚCI

Poniżej podajemy kryteria monotoniczności funkcji użyteczności U . Rozpatrywać będziemy zarówno przypadek, gdy funkcja U jest zdefiniowana przy pomocy normy różniczkowalnej na $\text{int } S_n$ jak i normy nie różniczkowalnej.

Twierdzenie 1. Niech dla wszystkich $\mathbf{v} \in K_n$ i dla dowolnego $\mathbf{h} \in S_n$ takich, że $\mathbf{h} \neq \underline{\mathbf{0}} = (0, 0, \dots, 0)$, $\mathbf{v} \neq \underline{\mathbf{0}}$, $\mathbf{v} \neq \underline{\mathbf{1}}$ zachodzi nierówność

$$\nabla_{\mathbf{h}} \|\mathbf{v}\|_R - \nabla_{\mathbf{h}} \|\underline{\mathbf{1}} - \mathbf{v}\|_R > 0, \quad (8)$$

czyli różnica pochodnych kierunkowych norm \mathbf{v} oraz $\underline{\mathbf{1}} - \mathbf{v}$, w kierunku \mathbf{h} , jest dodatnia. Wtedy, dla wszystkich $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in K_n$ takich, że $\underline{\mathbf{0}} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{y} \leq \underline{\mathbf{1}}$ oraz $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$ (czyli $\mathbf{x} < \mathbf{y}$) zachodzi warunek

$$U_R(\mathbf{x}) < U_R(\mathbf{y}), \quad (9)$$

gdzie

$$K_n \ni \mathbf{x} \mapsto U_R(\mathbf{x}) = \frac{\|\mathbf{x}\|_R + \|\mathbf{1}\|_R - \|\mathbf{1} - \mathbf{x}\|_R}{2\|\mathbf{1}\|_R}. \quad (10)$$

Na odwrót, jeśli

$$U_R(\mathbf{x}) < U_R(\mathbf{y}) \quad (11)$$

dla wszystkich $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in K_n$ takich, że $\mathbf{0} \leq \mathbf{x} < \mathbf{y} \leq \mathbf{1}$ to

$$\nabla_{\mathbf{h}} \|\mathbf{v}\|_R - \nabla_{\mathbf{h}} \|\mathbf{1} - \mathbf{v}\|_R > 0, \quad (12)$$

dla dowolnych $\mathbf{v} \in K_n$ oraz $\mathbf{h} \in S_n$ spełniających warunki $\mathbf{h} \neq \mathbf{0}$, $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$, $\mathbf{v} \neq \mathbf{1}$.

W Twierdzeniu 1 pochodne kierunkowe na brzegu zbioru S_n oznaczają pochodne jednostronne wewnętrzne. Poniżej podajemy wersje Twierdzenia 1 gdy rozpatrujemy niemalejący funkcjonal użyteczności U . Oczywiście, w rozważanej poniżej wersji Twierdzenia 1, pochodne kierunkowe na brzegu zbioru S_n są pochodnymi jednostronnymi wewnętrznymi.

Twierdzenie 1'. Niech dla wszystkich $\mathbf{v} \in K_n$ i dla dowolnego $\mathbf{h} \in S_n$ takich, że $\mathbf{h} \neq \mathbf{0} = (0, 0, \dots, 0)$, $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$, $\mathbf{v} \neq \mathbf{1}$ zachodzi nierówność

$$\nabla_{\mathbf{h}} \|\mathbf{v}\|_R - \nabla_{\mathbf{h}} \|\mathbf{1} - \mathbf{v}\|_R \geq 0,$$

czyli różnica pochodnych kierunkowych norm \mathbf{v} oraz $\mathbf{1} - \mathbf{v}$, w kierunku \mathbf{h} , jest nieujemna. Wtedy, dla wszystkich $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in K_n$ takich, że $\mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{1}$ zachodzi warunek $U_R(\mathbf{x}) \leq U_R(\mathbf{y})$. Na odwrót, jeśli $U_R(\mathbf{x}) \leq U_R(\mathbf{y})$ dla wszystkich $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in K_n$ takich, że $\mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{1}$ to

$$\nabla_{\mathbf{h}} \|\mathbf{v}\|_R - \nabla_{\mathbf{h}} \|\mathbf{1} - \mathbf{v}\|_R \geq 0,$$

dla wszystkich $\mathbf{v} \in K_n$ oraz $\mathbf{h} \in S_n$ spełniających warunki $\mathbf{h} \neq \mathbf{0}$, $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$, $\mathbf{v} \neq \mathbf{1}$.

Dowód Twierdzenia 1. Krok 1. Niech $\mathbf{0} < \mathbf{x} < \mathbf{y} \leq \mathbf{1}$. Skoro $\mathbf{x} < \mathbf{y}$ to $\mathbf{y} - \mathbf{x} \in S_n$. Zatem wystarczy policzyć pochodną U_R w kierunku $\mathbf{h} = \mathbf{y} - \mathbf{x}$ (gdyż $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$)

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{h}} U_R(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2\|\mathbf{1}\|_R} (\nabla_{\mathbf{h}} \|\mathbf{x}\|_R - \nabla_{\mathbf{h}} \|\mathbf{1} - \mathbf{x}\|_R) \\ &= \frac{1}{2\|\mathbf{1}\|_R} \left(\nabla_{\mathbf{h}} \|\mathbf{x}\|_R - \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} (\|\mathbf{1} - \mathbf{x} - t \mathbf{h}\|_R - \|\mathbf{1} - \mathbf{x}\|_R) \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Jeśli $\mathbf{h} \in \text{int}S_n = (0, \infty)^n$ to całkując $\nabla_{\mathbf{h}} U_R(\mathbf{x})$ na odcinku $[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$ wartość pochodnej w jednym punkcie można pominąć. Ponadto, w skończeniu wymiarowej

przestrzeni wszystkie normy są równoważne (patrz [Dunford i in. 1958]). Zatem norma $\|\cdot\|_R$ jest ciągła względem normy Euklidesowej.

Krok 2. Jeśli $\mathbf{x} = \underline{\mathbf{0}}$ to oczywiście $U_R(\mathbf{x}) = \underline{\mathbf{0}}$. Ponadto $U_R(\mathbf{x}) < U_R(\mathbf{y})$. Istotnie, wystarczy rozważać przyrosty argumentu od $\mathbf{y}/2^k$ do punktu $\mathbf{y}/2^{k-1}$ dla $k \in \mathbb{N}$. Na mocy pierwszej części dowodu $U_R(\mathbf{y}/2^k) < U_R(\mathbf{y}/2^{k-1})$ dla $1 \leq k \in \mathbb{N}$. W skończenie wymiarowej przestrzeni wszystkie normy są równoważne, zatem $\mathbf{y}/2^k \rightarrow \mathbf{x} = \underline{\mathbf{0}}$, czyli $\|\mathbf{y}/2^k\|_R \rightarrow \|\mathbf{x}\|_R = \|\underline{\mathbf{0}}\|_R$ oraz $\|\underline{\mathbf{1}} - \mathbf{y}/2^k\|_R \rightarrow \|\underline{\mathbf{1}} - \mathbf{x}\|_R = \|\underline{\mathbf{1}}\|_R$ gdy $k \rightarrow \infty$.

Oczywisty dowód twierdzenia odwrotnego pozostawiamy czytelnikowi.

Twierdzenie 1' dowodzimy tak samo jak twierdzenie 1.

Wniosek 2. W Twierdzeniu 1 warunek (8) możemy zastąpić przez

$$\frac{\partial}{\partial v_k} \|\mathbf{v}\|_R - \frac{\partial}{\partial v_k} \|\underline{\mathbf{1}} - \mathbf{v}\|_R > 0 \quad (14)$$

dla każdego $k \in \{1, 2, \dots, n\}$, gdzie $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_k, \dots, v_n)$, $\mathbf{v} \neq \underline{\mathbf{0}}$, $\mathbf{v} \neq \underline{\mathbf{1}}$, $\mathbf{v} \in K_n$.

Na brzegu S_n pochodne cząstkowe oznaczają pochodne jednostronne.

Istotnie, dowolny wektor $\mathbf{h} \in S_n$ ($\mathbf{h} \neq \underline{\mathbf{0}}$) jest kombinacją wypukłą wektorów $(1, 0, \dots, 0)$, $(0, 1, \dots, 0)$, ..., $(0, 0, \dots, 0, 1)$. Czyli $\mathbf{h} = (1, 0, \dots, 0)a_1 + (0, 1, \dots, 0)a_2 + (0, 0, \dots, 0, 1)a_n$, gdzie $a_i \geq 0$ dla $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Poniżej rozpatrujemy ogólny przypadek gdy norma $\|\cdot\|$ może być nie różniczkowalna.

Twierdzenie 2. Niech dla wszystkich $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in K_n$ i dla dowolnego $\mathbf{h} \in S_n$ takich, że $\mathbf{h} \neq \underline{\mathbf{0}}$

$$\mathbf{v} + \mathbf{w} = \underline{\mathbf{1}} = (1, 1, \dots, 1) \in \mathfrak{R}^n, \quad (15)$$

$$\begin{cases} \mathbf{v} + \mathbf{h} \in K_n & \text{oraz} & \mathbf{w} - \mathbf{h} \in K_n \\ \text{lub} \\ \mathbf{v} - \mathbf{h} \in K_n & \text{oraz} & \mathbf{w} + \mathbf{h} \in K_n, \end{cases} \quad (16)$$

będzie spełniony warunek

$$(\|\mathbf{v} + \mathbf{h}\| - \|\mathbf{v}\|) - (\|\mathbf{w} - \mathbf{h}\| - \|\mathbf{w}\|) > 0 \quad (17)$$

o ile $\mathbf{v} + \mathbf{h} \in K_n$ i $\mathbf{w} - \mathbf{h} \in K_n$, oraz warunek

$$-(\|\mathbf{v} - \mathbf{h}\| - \|\mathbf{v}\|) + (\|\mathbf{w} + \mathbf{h}\| - \|\mathbf{w}\|) > 0 \quad (18)$$

o ile $\mathbf{v} - \mathbf{h} \in K_n$ i $\mathbf{w} + \mathbf{h} \in K_n$. Wtedy dla dowolnych $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in K_n$ takich, że $\underline{\mathbf{0}} \leq \mathbf{x} < \mathbf{y} \leq \underline{\mathbf{1}}$ zachodzi nierówność

$$U(\mathbf{x}) < U(\mathbf{y}) \quad (19)$$

gdzie U jest zdefiniowane wzorem (4).

Na odwrót, jeśli dla wszystkich $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in K_n$ takich, że $\underline{\mathbf{0}} \leq \mathbf{x} < \mathbf{y} \leq \underline{\mathbf{1}}$, zachodzi warunek (19), to dla wszystkich $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in K_n$ i dla dowolnego $\mathbf{h} \in S_n$ spełniających (15), (16) oraz $\mathbf{h} \neq \underline{\mathbf{0}}$ uzyskujemy nierówność (17) o ile $\mathbf{v} + \mathbf{h} \in K_n$ i $\mathbf{w} - \mathbf{h} \in K_n$, oraz nierówność (18) o ile $\mathbf{v} - \mathbf{h} \in K_n$ i $\mathbf{w} + \mathbf{h} \in K_n$.

Poniżej podajemy wersję Twierdzenia 2, gdy rozpatrywany jest niemalejący funkcjonal użyteczności U .

Twierdzenie 2'. Niech dla wszystkich $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in K_n$ i dla dowolnego $\mathbf{h} \in S_n$ spełniających warunki (15), (16) i $\mathbf{h} \neq \underline{\mathbf{0}}$ zachodzi nierówność

$$(\|\mathbf{v} + \mathbf{h}\| - \|\mathbf{v}\|) - (\|\mathbf{w} - \mathbf{h}\| - \|\mathbf{w}\|) \geq 0 \quad (20)$$

o ile $\mathbf{v} + \mathbf{h} \in K_n$ i $\mathbf{w} - \mathbf{h} \in K_n$, oraz warunek

$$-(\|\mathbf{v} - \mathbf{h}\| - \|\mathbf{v}\|) + (\|\mathbf{w} + \mathbf{h}\| - \|\mathbf{w}\|) \geq 0 \quad (21)$$

o ile $\mathbf{v} - \mathbf{h} \in K_n$ i $\mathbf{w} + \mathbf{h} \in K_n$. Wtedy dla dowolnych $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in K_n$ takich, że $\underline{\mathbf{0}} \leq \mathbf{x} < \mathbf{y} \leq \underline{\mathbf{1}}$ zachodzi nierówność $U(\mathbf{x}) \leq U(\mathbf{y})$.

Na odwrót, jeśli dla wszystkich $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in K_n$ takich, że $\underline{\mathbf{0}} \leq \mathbf{x} < \mathbf{y} \leq \underline{\mathbf{1}}$, mamy $U(\mathbf{x}) \leq U(\mathbf{y})$, to dla wszystkich $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in K_n$ i dla dowolnego $\mathbf{h} \in S_n$ spełniających (15), (16) oraz $\mathbf{h} \neq \underline{\mathbf{0}}$ uzyskujemy warunek (20) o ile $\mathbf{v} + \mathbf{h} \in K_n$ i $\mathbf{w} - \mathbf{h} \in K_n$, oraz nierówność (21) o ile $\mathbf{v} - \mathbf{h} \in K_n$ i $\mathbf{w} + \mathbf{h} \in K_n$.

Dowody twierdzeń 2 i 2' są analogiczne do dowodu Twierdzenia 1. Wystarczy rozważać przyrosty skończone. Dowód Twierdzenia 2 podajemy w 2 części pracy.

Definicja 7. Na koscie K_n definiujemy metrykę

$$K_n \times K_n \ni (\mathbf{v}, \mathbf{w}) \mapsto d(\mathbf{v}, \mathbf{w}) \in [0, \infty) \quad (22)$$

spełniającą aksjomaty (patrz [Sieklucki 1979, Rozdział 2, Paragraf 1], [Kuratowski 1977, Rozdział 9, Paragraf 1])

$$(\alpha) \quad d(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = 0 \text{ wtedy i tylko wtedy gdy } \mathbf{v} = \mathbf{w}, \quad (23)$$

$$(\beta) \quad d(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = d(\mathbf{w}, \mathbf{v}) \text{ dla wszystkich } \mathbf{v}, \mathbf{w} \in K_n, \quad (24)$$

$$(\gamma) \quad d(\mathbf{v}, \mathbf{z}) \leq d(\mathbf{v}, \mathbf{w}) + d(\mathbf{w}, \mathbf{z}) \text{ dla wszystkich } \mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{z} \in K_n. \quad (25)$$

Podamy teraz sformułowanie Twierdzenia 2 w wersji dla przestrzeni metrycznych.

Twierdzenie 3. Niech dla wszystkich $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in K_n$ i dla dowolnego $\mathbf{h} \in S_n$ takich, że $\mathbf{h} \neq \mathbf{0}$

$$\mathbf{v} + \mathbf{w} = \mathbf{1} = (1, 1, \dots, 1) \in \mathfrak{R}^n, \quad (26)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{v} + \mathbf{h} \in K_n \quad \text{oraz} \quad \mathbf{w} - \mathbf{h} \in K_n \\ \text{lub} \\ \mathbf{v} - \mathbf{h} \in K_n \quad \text{oraz} \quad \mathbf{w} + \mathbf{h} \in K_n, \end{array} \right. \quad (27)$$

będzie spełniony warunek

$$(d(\mathbf{v} + \mathbf{h}, \mathbf{0}) - d(\mathbf{v}, \mathbf{0})) - (d(\mathbf{w} - \mathbf{h}, \mathbf{0}) - d(\mathbf{w}, \mathbf{0})) > 0 \quad (28)$$

o ile $\mathbf{v} + \mathbf{h} \in K_n$ i $\mathbf{w} - \mathbf{h} \in K_n$, oraz warunek

$$-(d(\mathbf{v} - \mathbf{h}, \mathbf{0}) - d(\mathbf{v}, \mathbf{0})) + (d(\mathbf{w} + \mathbf{h}, \mathbf{0}) - d(\mathbf{w}, \mathbf{0})) > 0 \quad (29)$$

o ile $\mathbf{v} - \mathbf{h} \in K_n$ i $\mathbf{w} + \mathbf{h} \in K_n$. Wtedy dla dowolnych $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in K_n$ takich, że $\mathbf{0} \leq \mathbf{x} < \mathbf{y} \leq \mathbf{1}$ zachodzi nierówność

$$U_M(\mathbf{x}) < U_M(\mathbf{y}) \quad (30)$$

gdzie

$$K_n \ni \mathbf{x} \mapsto U_M(\mathbf{x}) = \frac{d(\mathbf{x}, \mathbf{0}) + d(\mathbf{1}, \mathbf{0}) - d(\mathbf{1}, \mathbf{x})}{2d(\mathbf{1}, \mathbf{0})}. \quad (31)$$

Zachodzi też twierdzenie odwrotne. ■

Poniżej podajemy wersję Twierdzenia 3 gdy rozpatrywany jest niemalejący funkcjonal użyteczności U_M .

Twierdzenie 3'. Niech dla wszystkich $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in K_n$ i dla dowolnego $\mathbf{h} \in S_n$ spełniających warunki (26), (27) i $\mathbf{h} \neq \mathbf{0}$ zachodzi nierówność

$$(d(\mathbf{v} + \mathbf{h}, \mathbf{0}) - d(\mathbf{v}, \mathbf{0})) - (d(\mathbf{w} - \mathbf{h}, \mathbf{0}) - d(\mathbf{w}, \mathbf{0})) \geq 0$$

o ile $\mathbf{v} + \mathbf{h} \in K_n$ i $\mathbf{w} - \mathbf{h} \in K_n$, oraz warunek

$$-(d(\mathbf{v} - \mathbf{h}, \mathbf{0}) - d(\mathbf{v}, \mathbf{0})) + (d(\mathbf{w} + \mathbf{h}, \mathbf{0}) - d(\mathbf{w}, \mathbf{0})) \geq 0$$

o ile $\mathbf{v} - \mathbf{h} \in K_n$ i $\mathbf{w} + \mathbf{h} \in K_n$. Wtedy dla dowolnych $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in K_n$ takich, że $\mathbf{0} \leq \mathbf{x} < \mathbf{y} \leq \mathbf{1}$ zachodzi nierówność

$$U_M(\mathbf{x}) \leq U_M(\mathbf{y}).$$

Zachodzi też twierdzenie odwrotne. ■

Proste dowody twierdzeń 3 i 3' są modyfikacjami dowodu Twierdzenia 2.

PRZYKŁADY LOKALNIE MALEJĄCYCH FUNKCJI UŻYTECZNOŚCI

W rozdziale tym podajemy przykłady norm definiujących niemonotoniczne funkcje użyteczności, a ściślej lokalnie malejące funkcje użyteczności. Mianowicie pokażemy przykłady funkcji użyteczności U takich, że istnieją $\underline{\mathbf{0}} < \mathbf{x} < \mathbf{y} < \underline{\mathbf{1}}$ oraz $U(\mathbf{x}) > U(\mathbf{y})$.

Definicja 8. Określamy następujące normy

$$\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i| = |x_1| + |x_2| + \dots + |x_n| \quad (32)$$

oraz

$$\|\mathbf{x}\|_\infty = \max(|x_1|, |x_2|, \dots, |x_n|) \quad (33)$$

dla dowolnego $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$. Nie będziemy udowadniać, że zdefiniowane pojęcia są normami, gdyż $\|\cdot\|_1$ jest odpowiednikiem normy $\|\cdot\|_{L^1}$ (w przestrzeni L^1 lub l^1) w przypadku gdy miarę Lebesgue'a zastąpimy przez n delt Diraca δ (gdzie miara jest skoncentrowana w n różnych punktach). Podobnie $\|\cdot\|_\infty$ jest odpowiednikiem normy $\|\cdot\|_{L^\infty}$ (w przestrzeni L^∞) w przypadku gdy miarę Lebesgue'a zastąpimy przez n delt Diraca δ .

Przykład 1. Pokazujemy, że dla dowolnego $\mathbf{v} \in (0,1)^n$

$$\frac{\partial}{\partial v_i} \|\mathbf{v}\|_1 - \frac{\partial}{\partial v_i} \|\underline{\mathbf{1}} - \mathbf{v}\|_1 = \frac{\partial}{\partial v_i} |v_i| - \frac{\partial}{\partial v_i} |1 - v_i| = 2 > 0 \quad (34)$$

dla wszystkich $i \in \{1, \dots, n\}$. Ponadto pochodne jednostronne na brzegu obszaru

$K_n = [0,1]^n$ są dodatnie oraz $\frac{\partial}{\partial v_i} \|\mathbf{v}\|_1 - \frac{\partial}{\partial v_i} \|\underline{\mathbf{1}} - \mathbf{v}\|_1 = 2$ dla wszystkich $i \in \{1, \dots, n\}$, $\mathbf{v} \in K_n$. Na mocy Wniosku 3, jeśli $\underline{\mathbf{0}} \leq \mathbf{x} < \mathbf{y} \leq \underline{\mathbf{1}}$ to

$$U_1(\mathbf{x}) < U_1(\mathbf{y}), \quad (35)$$

gdzie

$$K_n \ni \mathbf{x} \mapsto U_1(\mathbf{x}) = \frac{\|\mathbf{x}\|_1 + \|\underline{\mathbf{1}}\|_1 - \|\underline{\mathbf{1}} - \mathbf{x}\|_1}{2\|\underline{\mathbf{1}}\|_1}. \quad (36)$$

Lemat 1. Pokażemy, że dla dowolnych $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in (0, \infty)^2$ i dla dowolnego $\mathbf{h} \in S_2 = [0, \infty)^2$ takich, że $\mathbf{h} \neq \underline{\mathbf{0}}$

$$\mathbf{v} + \mathbf{w} = \underline{\mathbf{1}} = (1,1) \in \mathfrak{R}^2, \quad (37)$$

$$\begin{cases} \mathbf{v} + \mathbf{h} \in K_2 & \text{oraz} & \mathbf{w} - \mathbf{h} \in K_2 = [0,1]^2 \\ & \text{lub} & \\ \mathbf{v} - \mathbf{h} \in K_2 & \text{oraz} & \mathbf{w} + \mathbf{h} \in K_2, \end{cases} \quad (38)$$

jest spełniony warunek

$$\left(\|\mathbf{v} + \mathbf{h}\|_\infty - \|\mathbf{v}\|_\infty \right) - \left(\|\mathbf{w} - \mathbf{h}\|_\infty - \|\mathbf{w}\|_\infty \right) > 0 \quad (39)$$

o ile $\mathbf{v} + \mathbf{h} \in K_2$ i $\mathbf{w} - \mathbf{h} \in K_2$, oraz warunek

$$-\left(\|\mathbf{v} - \mathbf{h}\|_\infty - \|\mathbf{v}\|_\infty \right) + \left(\|\mathbf{w} + \mathbf{h}\|_\infty - \|\mathbf{w}\|_\infty \right) > 0 \quad (40)$$

o ile $\mathbf{v} - \mathbf{h} \in K_2$ i $\mathbf{w} + \mathbf{h} \in K_2$.

Przypominamy, że $\|\mathbf{v}\|_\infty = \|(v_1, v_2)\|_\infty = \max(|v_1|, |v_2|)$.

Dowód. Jeśli $\mathbf{h} = (h_1, h_2)$, gdzie $h_1 > 0$ oraz $h_2 > 0$ to oczywiście teza lematu jest spełniona.

Niech $\mathbf{h} = (h_1, 0)$; $h_1 > 0$; $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ gdzie $v_1 \geq v_2$, zatem $\mathbf{w} = (w_1, w_2) = (1 - v_1, 1 - v_2)$ i $w_1 \leq w_2$.

Wtedy

$$\|\mathbf{v} + \mathbf{h}\|_\infty - \|\mathbf{v}\|_\infty = |v_1 + h_1| - |v_1| = h_1 > 0, \quad (41)$$

$$\|\mathbf{w}\|_\infty - \|\mathbf{w} - \mathbf{h}\|_\infty = |w_2| - |w_2| = 0 \quad (42)$$

czyli warunek (39) jest spełniony o ile $\mathbf{v} + \mathbf{h} \in K_2$ oraz $\mathbf{w} - \mathbf{h} \in K_2$.

Niech $\mathbf{h} = (h_1, 0)$; $h_1 > 0$; $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ gdzie $v_1 < v_2$, zatem $(w_1, w_2) = (1 - v_1, 1 - v_2)$ i $w_1 > w_2$. Wtedy uzyskujemy

$$\|\mathbf{v} + \mathbf{h}\|_\infty - \|\mathbf{v}\|_\infty = \sup(|v_1 + h_1|, |v_2|) - |v_2| \geq 0, \quad (43)$$

$$\|\mathbf{w}\|_\infty - \|\mathbf{w} - \mathbf{h}\|_\infty = |w_1| - \sup(|w_1 + h_1|, |w_2|) > 0 \quad (44)$$

czyli warunek (39) jest spełniony o ile $\mathbf{v} + \mathbf{h} \in K_2$ oraz $\mathbf{w} - \mathbf{h} \in K_2$. Dowód faktu, że warunek (39) jest spełniony dla przyrostu $\mathbf{h} = (0, h_2)$ jest analogiczny. Warunek (40) dowodzimy w sposób podobny. ■

Uwaga 3. Teza Lematu 1 nie jest spełniona dla $n \geq 3$, czyli dla norm $\|(v_1, v_2, \dots, v_n)\|_\infty = \sup(|v_1|, |v_2|, \dots, |v_n|)$ gdy $n \geq 3$. W tym przypadku dla $\underline{\mathbf{0}} \leq \mathbf{x} < \mathbf{y} \leq \underline{\mathbf{1}}$ zachodzi nierówność $U(\mathbf{x}) \leq U(\mathbf{y})$ gdzie

$$K_n \ni \mathbf{x} \mapsto U(\mathbf{x}) = \frac{\|\mathbf{x}\|_\infty + \|\underline{\mathbf{1}}\|_\infty - \|\underline{\mathbf{1}} - \mathbf{x}\|_\infty}{2\|\underline{\mathbf{1}}\|_\infty} \quad (45)$$

oraz $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$, $\mathbf{y} \in \mathfrak{R}^n$, $n \geq 3$, czyli funkcja użyteczności jest niemalejąca.

Przykład 2. Rozważamy przestrzeń \mathbb{R}^2 z dwoma układami odniesienia v_1, v_2 oraz x_1, x_2 . Układy te są obrócone o kąt α . Zatem współrzędne transformują się zgodnie ze wzorem

$$\begin{cases} v_1 = \cos(\alpha)x_1 + \sin(\alpha)x_2 \\ v_2 = -\sin(\alpha)x_1 + \cos(\alpha)x_2, \end{cases} \quad (46)$$

porównaj [Jefimow i in. 1974, Rozdział 9, Paragraf 7].

Niech \mathbf{A} będzie funkcjonałem liniowym różnowartościowym $\mathbf{A}: \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}^2$. Wtedy dla dowolnej normy $\|\cdot\|$ funkcjonał

$$\mathfrak{R}^2 \ni (v_1, v_2) \mapsto \|\mathbf{A}(v_1, v_2)\| \quad (47)$$

też jest normą. Istotnie

a) $\|\mathbf{A}(v_1, v_2)\| \geq 0 \quad \forall (v_1, v_2) \in \mathfrak{R}^2$ bo $\|(w_1, w_2)\| \geq 0 \quad \forall (w_1, w_2) \in \mathfrak{R}^2$,

$\mathbf{A}(0,0) = (0,0)$ oraz \mathbf{A} jest operatorem różnowartościowym,

b) $\|\mathbf{A}(c \cdot v_1, c \cdot v_2)\| = \|c \cdot \mathbf{A}(v_1, v_2)\| = |c| \cdot \|\mathbf{A}(v_1, v_2)\| \quad \forall (v_1, v_2) \in \mathfrak{R}^2, \forall c \in \mathfrak{R}$,

c) $\|\mathbf{A}[(v_1, v_2) + (w_1, w_2)]\| = \|\mathbf{A}(v_1, v_2) + \mathbf{A}(w_1, w_2)\| \leq \|\mathbf{A}(v_1, v_2)\| + \|\mathbf{A}(w_1, w_2)\|$
 $\forall (v_1, v_2), (w_1, w_2) \in \mathfrak{R}^2$.

Norma $\|\mathbf{v}\|_1 = \|(v_1, v_2)\|_1 = |v_1| + |v_2|$ po zmianie układu współrzędnych ma postać

$$\begin{aligned} \|(v_1, v_2)\|_1 &= |v_1| + |v_2| = |\cos(\alpha)x_1 + \sin(\alpha)x_2| + \\ &+ |-\sin(\alpha)x_1 + \cos(\alpha)x_2| = \|(x_1, x_2)\|_{1,\alpha}, \end{aligned} \quad (48)$$

porównaj wzór (46). Jeśli $\alpha = \pi/4$ to uzyskujemy

$$\begin{aligned} \|(v_1, v_2)\|_1 &= \sqrt{2} \left(\left| \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \right| + \left| -\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \right| \right) = \\ &= \sqrt{2} \max(|x_1|, |x_2|) = \sqrt{2} \|(x_1, x_2)\|_\infty. \end{aligned} \quad (49)$$

Zatem norma $\|\cdot\|_1$ jest obróconą normą $\|\cdot\|_\infty$ i pomnożoną przez stałą.

Na mocy punktów (a)-(c), funkcjonał

$$\mathfrak{R}^2 \ni (x_1, x_2) \mapsto \sqrt{2} \|(x_1, x_2)\|_{\infty,20} = \sqrt{2} \|(20x_1, x_2)\|_\infty \quad (50)$$

jest normą. Rozważamy obrót

$$\begin{cases} x_1 = \cos(\beta)y_1 + \sin(\beta)y_2 \\ x_2 = -\sin(\beta)y_1 + \cos(\beta)y_2. \end{cases} \quad (51)$$

Norma $(x_1, x_2) \mapsto \sqrt{2} \|(x_1, x_2)\|_{\infty,20}$ po dokonaniu obrotu przyjmuje postać

$$\|(x_1, x_2)\|_{\infty, 20} = \|(20x_1, x_2)\|_{\infty} = \max\{|20(\cos(\beta)y_1 + \sin(\beta)y_2)|, |-\sin(\beta)y_1 + \cos(\beta)y_2|\} = \|(y_1, y_2)\|_{\infty, 20, \beta}. \quad (52)$$

Rozpatrujemy obrót o kąt $\beta = -\pi/6$. Czyli

$$\sqrt{2}\|(y_1, y_2)\|_{\infty, 20, \beta} = \sqrt{2} \max\left\{|10\sqrt{3}y_1 - 10y_2|, \left|\frac{1}{2}y_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}y_2\right|\right\}. \quad (53)$$

Obliczamy $(\|\mathbf{v} + \mathbf{h}\|_{\infty, 20, \beta} - \|\mathbf{v}\|_{\infty, 20, \beta}) - (\|\mathbf{w} - \mathbf{h}\|_{\infty, 20, \beta} - \|\mathbf{w}\|_{\infty, 20, \beta})$ dla

$\mathbf{v} = \mathbf{w} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ oraz $\mathbf{h} = \left(0, \frac{1}{100}\right)$. Uzyskujemy

$$\begin{aligned} & \left(\left\| \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) + \left(0, \frac{1}{100} \right) \right\|_{\infty, 20, \beta} - \left\| \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \right\|_{\infty, 20, \beta} \right) \\ & - \left(\left\| \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) - \left(0, \frac{1}{100} \right) \right\|_{\infty, 20, \beta} - \left\| \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \right\|_{\infty, 20, \beta} \right) \\ & = \left| 10 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{50}{100} - 10 \cdot \frac{51}{100} \right| - \left| 10 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{50}{100} - 10 \cdot \frac{49}{100} \right| = -0,2 \end{aligned} \quad (54)$$

Na mocy Twierdzenia 2', funkcjonal użyteczności U zdefiniowany dla normy

$\|\cdot\|_{\infty, 20, \beta}$ jest funkcjonalem malejącym w otoczeniu punktu $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ dla przyrostu

$\left(0, \frac{1}{100}\right)$.

Przykład 3. Na przestrzeni \mathfrak{R}^n definiujemy normę

$$\mathfrak{R}^n \ni (x_1, \dots, x_n) \mapsto \|(x_1, x_2, \dots, x_n)\|_{\infty, 20} = \|(20x_1, x_2, \dots, x_n)\|_{\infty}. \quad (55)$$

Ponadto, w \mathfrak{R}^n rozważamy dwa układy odniesienia x_1, \dots, x_n oraz y_1, \dots, y_n .

Zakładamy, że współrzędne transformują się zgodnie ze wzorami

$$\begin{cases} x_1 = \cos(\beta)y_1 + \sin(\beta)y_2 \\ x_2 = -\sin(\beta)y_1 + \cos(\beta)y_2 \\ x_3 = y_3 \\ \cdot \\ x_n = y_n \end{cases}. \quad (56)$$

Norma $(x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto \|(x_1, x_2, \dots, x_n)\|_{\infty, 20}$ po dokonaniu obrotu (56) przyjmuje postać

$$\begin{aligned} \|(x_1, x_2, \dots, x_n)\|_{\infty, 20} &= \|(20x_1, x_2, \dots, x_n)\|_{\infty} = \\ &= \max(|20(\cos(\beta)y_1 + \sin(\beta)y_2)|, |-\sin(\beta)y_1 + \cos(\beta)y_2|, |y_3|, \dots, |y_n|) \\ &= \|(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)\|_{\infty, 20, \beta}. \end{aligned} \quad (57)$$

Rozpatrujemy obrót o kąt $\beta = -\pi/6$. Czyli

$$\|(y_1, \dots, y_n)\|_{\infty, 20, \beta} = \max\left(|10\sqrt{3}y_1 - 10y_2|, \left|\frac{1}{2}y_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}y_2\right|, \dots, |y_n|\right).$$

Obliczamy $(\|\mathbf{v} + \mathbf{h}\|_{\infty, 20, \beta} - \|\mathbf{v}\|_{\infty, 20, \beta}) - (\|\mathbf{w} - \mathbf{h}\|_{\infty, 20, \beta} - \|\mathbf{w}\|_{\infty, 20, \beta})$ dla

$\mathbf{v} = \mathbf{w} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}\right) \in \mathfrak{R}^n$ oraz $\mathbf{h} = \left(0, \frac{1}{100}, 0, \dots, 0\right) \in \mathfrak{R}^n$. Uzyskujemy

$$\begin{aligned} &\left(\left\|\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}\right) + \left(0, \frac{1}{100}, 0, \dots, 0\right)\right\|_{\infty, 20, \beta} - \left\|\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}\right)\right\|_{\infty, 20, \beta}\right) \\ &- \left(\left\|\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}\right) - \left(0, \frac{1}{100}, 0, \dots, 0\right)\right\|_{\infty, 20, \beta} - \left\|\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}\right)\right\|_{\infty, 20, \beta}\right) = \\ &= \left|10 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{50}{100} - 10 \cdot \frac{51}{100}\right| - \left|10 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{50}{100} - 10 \cdot \frac{49}{100}\right| = -0,2. \end{aligned} \quad (58)$$

Na mocy Twierdzenia 2', funkcja użyteczności $U_{\infty, 20, \beta}$ zdefiniowana dla normy $\|\cdot\|_{\infty, 20, \beta}$ w przestrzeni \mathfrak{R}^n , jest funkcją malejącą w otoczeniu punktu $(0,5; 0,5; 0,5; \dots; 0,5)$ dla przyrostu $(0; 0,01; 0; \dots; 0)$. Mianowicie uzyskaliśmy: $U_{\infty, 20, \beta}(0,5; 0,5; 0,5; \dots; 0,5) > U_{\infty, 20, \beta}(0,5; 0,51; 0,5; \dots; 0,5)$.

Przykład 4. Niech współrzędne (x_1, x_2) oraz (y_1, y_2) układów odniesienia (\hat{x}_1, \hat{x}_2) oraz (\hat{y}_1, \hat{y}_2) , spełniają równości

$$\begin{cases} x_1 = \cos(\alpha)y_1 + \sin(\alpha)y_2 \\ x_2 = -\sin(\alpha)y_1 + \cos(\alpha)y_2, \end{cases} \quad (59)$$

czyli są to układy odniesienia obrócone o kąt α . Ponadto, niech na \mathfrak{R}^n będzie dana norma $\|\cdot\|_{1, \pi/4, 20, \alpha}$ wzorem

$$\begin{aligned}
\|\mathbf{y}\|_{1,\pi^4,20,\alpha} &= \left| 20 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} x_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} x_2 \right) \right| + \left| -\frac{\sqrt{2}}{2} x_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} x_2 \right| + \dots + |y_n| \\
&= \left| 20 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos(\alpha)y_1 + \sin(\alpha)y_2) + \frac{\sqrt{2}}{2} (-\sin(\alpha)y_1 + \cos(\alpha)y_2) \right) \right| + \\
&+ \left| -\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos(\alpha)y_1 + \sin(\alpha)y_2) + \frac{\sqrt{2}}{2} (-\sin(\alpha)y_1 + \cos(\alpha)y_2) \right| + \dots + |y_n|. \quad (60)
\end{aligned}$$

Rozpatrujemy przypadek $\alpha = -\pi/6$. Obliczamy

$$\|\mathbf{v} + \mathbf{h}\|_{1,\pi^4,20,\alpha} - \|\mathbf{v}\|_{1,\pi^4,20,\alpha} - (\|\mathbf{w} - \mathbf{h}\|_{1,\pi^4,20,\alpha} - \|\mathbf{w}\|_{1,\pi^4,20,\alpha}) \text{ dla}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{w} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2} \right) \in \mathfrak{R}^n \text{ oraz } \mathbf{h} = \left(0, \frac{1}{100}, 0, \dots, 0 \right) \in \mathfrak{R}^n. \text{ Uzyskujemy}$$

$$\begin{aligned}
&\left\| \left(\frac{1}{2}, \frac{51}{100}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2} \right) \right\|_{1,\pi^4,20,\alpha} - \left\| \left(\frac{1}{2}, \frac{49}{100}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2} \right) \right\|_{1,\pi^4,20,\alpha} = \\
&= \left| 20 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{51}{100} \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{51}{100} \right) \right) \right| \\
&+ \left| -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{51}{100} \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{51}{100} \right) \right| \\
&- \left| 20 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{100} \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{49}{100} \right) \right) \right| \\
&- \left| -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{100} \right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{49}{100} \right) \right| \\
&= -\frac{\sqrt{2}}{10} + \frac{2\sqrt{6}}{200} + \frac{\sqrt{2}}{200} < -0,1 + 0,025 + 0,0075 = -0,0675. \quad (61)
\end{aligned}$$

Na mocy Twierdzenia 2', funkcja użyteczności $U_{1,\pi^4,20,\alpha}$ zdefiniowana dla normy $\|\cdot\|_{1,\pi^4,20,\alpha}$ w przestrzeni \mathfrak{R}^n , jest funkcją malejącą w otoczeniu punktu $(0,5; 0,5; 0,5; \dots; 0,5)$ dla przyrostu $(0; 0,01; 0; \dots; 0)$. Rozważana tutaj funkcja dana jest wzorem (45) gdzie $\|\cdot\|_\infty$ jest zastąpione przez $\|\cdot\|_{1,\pi^4,20,\alpha}$ a U przez

symbol $U_{1,\pi^4,20,\alpha}$. Ponadto uzyskaliśmy $U_{1,\pi^4,20,\alpha}\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}\right) >$
 $> U_{1,\pi^4,20,\alpha}\left(\frac{1}{2}, \frac{51}{100}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}\right)$. ■

Definiujemy normę $\|\cdot\|_p$ w przestrzeni \mathfrak{R}^n wzorem

$$\mathfrak{R}^n \ni \mathbf{x} \mapsto \|\mathbf{x}\|_p = \sqrt[p]{|x_1|^p + |x_2|^p + \dots + |x_n|^p} \quad (62)$$

dla $p \in (1, \infty)$. Zdefiniowane pojęcie jest szczególną postacią normy przestrzeni L^p (znanej z analizy funkcjonalnej) gdy miarę Lebesgue'a zastąpimy przez n delt Diraca δ (czyli miara jest skoncentrowana w n różnych punktach).

Lemat 2. Jeżeli p dąży do ∞ , to dla każdego $x \in \mathfrak{R}^n$ (por. (33)).

$$\|\mathbf{x}\|_p \rightarrow \|\mathbf{x}\|_\infty \quad \text{jeśli} \quad p \rightarrow \infty. \quad (63)$$

Dowód. Niech $|x_k| = \max(|x_1|, |x_2|, \dots, |x_n|)$ dla ustalonego $k \in \{1, \dots, n\}$. Wtedy

$$\begin{aligned} |x_k| &\leq \sqrt[p]{|x_k|^p} \leq \sqrt[p]{|x_1|^p + \dots + |x_n|^p} \leq \sqrt[p]{n|x_k|^p} = \\ &= \sqrt[p]{n} \cdot |x_k| \rightarrow |x_k| \quad \text{o ile} \quad p \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (64)$$

ponieważ $\sqrt[p]{n} \rightarrow 1$ gdy $p \rightarrow \infty$. ■

Lemat 3. Jeśli ciąg malejący $\{p_m\}_{m \in \mathbb{N}}$ dąży do 1 (co oznaczamy $p \downarrow 1$) to dla każdego $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$, $\|\mathbf{x}\|_p \rightarrow \|\mathbf{x}\|_1$ gdzie $\|\mathbf{x}\|_1 = \|(x_1, \dots, x_n)\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$.

Dowód. Niech $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$. Wtedy dla każdego $\varepsilon > 0$ istnieje $p_\varepsilon > 1$ takie, że dla dowolnego $p_\alpha \leq p_\varepsilon$ spełniającego warunek $p_\alpha > 1$ mamy

$$\left| |x_i|^{p_\alpha} - |x_i| \right| < \varepsilon \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}. \quad (65)$$

Zatem

$$\left| \sum_{i=1}^n |x_i|^{p_\alpha} - \sum_{i=1}^n |x_i| \right| < n\varepsilon. \quad (66)$$

Ponadto istnieje $p_\delta > 1$ takie, że dla każdego $p_\beta \leq p_\delta$ oraz $p_\beta > 1$ uzyskujemy

$$\left| \sqrt[p_\beta]{\sum_{i=1}^n |x_i|^{p_\alpha}} - \sum_{i=1}^n |x_i| \right| < 2n\varepsilon. \quad (67)$$

Biorąc $p_\omega \leq \min(p_\varepsilon, p_\delta)$ oraz $p_\omega > 1$ mamy

$$\left| \sqrt[p_\omega]{\sum_{i=1}^n |x_i|^{p_\omega}} - \sum_{i=1}^n |x_i| \right| < 2n\varepsilon. \quad (68)$$

Lemat 4. Niech norma $\|\cdot\|_{p,20,\alpha}$ będzie dana wzorem

$$\begin{aligned} \|\mathbf{y}\|_{p,20,\alpha} = & \left[20(\cos(\alpha)y_1 + \sin(\alpha)y_2)^p + \right. \\ & \left. + |-\sin(\alpha)y_1 + \cos(\alpha)y_2|^p + |y_3|^p + \dots + |y_n|^p \right]^{1/p} \end{aligned} \quad (69)$$

gdzie $1 < p < \infty$. Wtedy, dla $\mathbf{v} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}) \in \mathfrak{R}^n$, $\mathbf{w} = (\frac{1}{2}, \frac{51}{100}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}) \in \mathfrak{R}^n$ oraz $\alpha = -\pi/6$ istnieje $p < \infty$ ($p > 1$) takie, że

$$U_{p,20,\alpha}(\mathbf{v}) > U_{p,20,\alpha}(\mathbf{w}) \quad (70)$$

gdzie

$$K_n \ni \mathbf{y} \mapsto U_{p,20,\alpha}(\mathbf{y}) = \frac{\|\mathbf{y}\|_{p,20,\alpha} + \|\mathbf{1}\|_{p,20,\alpha} - \|\mathbf{1} - \mathbf{y}\|_{p,20,\alpha}}{2\|\mathbf{1}\|_{p,20,\alpha}}. \quad (71)$$

Dowód. Z Przykładu 2 wynika, że $\mathfrak{R}^n \ni \mathbf{v} \mapsto \|\mathbf{v}\|_{\mathbf{A},p} = \|\mathbf{A}\mathbf{v}\|_p$ jest normą dla dowolnego funkcjonału liniowego, różnowartościowego \mathbf{A} , gdzie $\|\mathbf{z}\|_p = \sqrt[p]{|z_1|^p + \dots + |z_n|^p}$. Zatem $\mathfrak{R}^n \ni \mathbf{y} \mapsto \|\mathbf{y}\|_{p,20,\alpha}$ jest normą.

Na mocy Przykładów 2 i 3 nierówność (70) zachodzi dla funkcji użyteczności $U_{p,20,\alpha}$, gdy $\alpha = -\pi/6$. Z Lematu 2 wynika, że dla każdego $\mathbf{y} \in \mathfrak{R}^n$

$$\|\mathbf{y}\|_{p,20,\alpha} \rightarrow \|\mathbf{y}\|_{\infty,20,\alpha} \quad \text{jeśli } p \rightarrow \infty. \quad (72)$$

Lemat 5. Niech współrzędne (x_1, x_2) oraz (y_1, y_2) , układów odniesienia (\hat{x}_1, \hat{x}_2) oraz (\hat{y}_1, \hat{y}_2) , spełniają równości

$$\begin{cases} x_1 = \cos(\alpha)y_1 + \sin(\alpha)y_2 \\ x_2 = -\sin(\alpha)y_1 + \cos(\alpha)y_2. \end{cases} \quad (73)$$

Czyli są to układy odniesienia obrócone o kąt α . Ponadto, niech na \mathfrak{R}^n będzie zadana norma $\|\cdot\|_{p,\pi/4,20,\alpha}$ następującym wzorem

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}^n \ni \mathbf{y} \mapsto \|\mathbf{y}\|_{p,\pi/4,20,\alpha} = & \left[20 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}x_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}x_2 \right)^p + \right. \\ & \left. + \left| -\frac{\sqrt{2}}{2}x_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}x_2 \right|^p + |y_3|^p + \dots + |y_n|^p \right]^{1/p} \end{aligned}$$

$$= \left[\left| 20 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos(\alpha)y_1 + \sin(\alpha)y_2) + \frac{\sqrt{2}}{2} (-\sin(\alpha)y_1 + \cos(\alpha)y_2) \right) \right|^p + \left| \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos(\alpha)y_2 - \sin(\alpha)y_1) - \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos(\alpha)y_1 + \sin(\alpha)y_2) \right|^p + \dots + |y_n|^p \right]^{1/p} \quad (74)$$

gdzie $1 < p < \infty$. Wtedy, dla $\mathbf{v} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2})$, $\mathbf{w} = (\frac{1}{2}, \frac{51}{100}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}) \in \mathfrak{R}^n$ i $\alpha = -\pi/6$ istnieje $p > 1$ ($p < \infty$) takie, że $U_{p, \pi/4, 20, \alpha}(\mathbf{v}) > U_{p, \pi/4, 20, \alpha}(\mathbf{w})$ gdzie

$$\mathbf{y} \mapsto U_{p, \pi/4, 20, \alpha}(\mathbf{y}) = \frac{\|\mathbf{y}\|_{p, \pi/4, 20, \alpha} + \|\mathbf{1}\|_{p, \pi/4, 20, \alpha} - \|\mathbf{1} - \mathbf{y}\|_{p, \pi/4, 20, \alpha}}{2\|\mathbf{1}\|_{p, \pi/4, 20, \alpha}}. \quad (75)$$

Dowód. Na mocy pierwszej części dowodu Lematu 4 oraz na mocy Przykładu 2, $\|\cdot\|_{p, \pi/4, 20, \alpha}$ jest normą, bo transformacja (73) jest obrotem o kąt $\alpha = -\pi/6$ (a złożenie przekształceń liniowych, różnowartościowych jest przekształceniem liniowym i różnowartościowym). Z Przykładów 2 i 4 uzyskujemy, że teza Lematu 5 zachodzi dla funkcji użyteczności $U_{1, \pi/4, 20, \alpha}(\cdot)$ (zdefiniowanej wzorami (60) i (75) dla $\alpha = -\pi/6$). Z Lematu 3 wynika, że dla każdego $\mathbf{y} \in \mathfrak{R}^n$

$$\|\mathbf{y}\|_{p, \pi/4, 20, \alpha} \rightarrow \|\mathbf{y}\|_{1, \pi/4, 20, \alpha} \quad \text{jeśli} \quad p \downarrow 1. \quad + \quad (76)$$

Poniżej pokazujemy, że dla dowolnego p (czyli dowolnej normy $\|\cdot\|_p$, gdzie $1 < p < \infty$) można tak dobrać współczynnik t przez który mnożymy wybraną oś liczbową oraz można tak dobrać kąt obrotu współrzędnych aby funkcja użyteczności była malejąca w otoczeniu pewnego punktu z K_n .

Przykład 5. Pokażemy, że warunek (20) z Twierdzenia 2' nie jest spełniony.

Rozważamy przestrzeń \mathfrak{R}^2 z dwoma układami odniesienia \hat{v}_1, \hat{v}_2 oraz (\hat{x}_1, \hat{x}_2) obróconymi o kąt α . Zatem współrzędne transformują się zgodnie ze wzorem (46). Definiujemy normę

$$\mathfrak{R}^2 \ni (v_1, v_2) \mapsto \|(v_1, v_2)\|_{p, t} = \sqrt[p]{|tv_1|^p + |v_2|^p}, \quad (77)$$

dla $1 < p < \infty$ oraz $t > 1$. Na mocy (46) norma $\|\cdot\|_{p, t}$, po zmianie układu współrzędnych, ma postać

$$\begin{aligned} \|(v_1, v_2)\|_{p,t} &= \sqrt[p]{t|v_1|^p + |v_2|^p} = \\ &= \sqrt[p]{t(\cos(\alpha)x_1 + \sin(\alpha)x_2)^p + |\cos(\alpha)x_2 - \sin(\alpha)x_1|^p} = \|(x_1, x_2)\|_{p,t,\alpha}. \end{aligned} \quad (78)$$

Rozpatrujemy obrót o kąt $\alpha = -\pi/6$. Obliczamy

$$\|\mathbf{v} + \mathbf{h}\|_{p,t,-\pi/6} - \|\mathbf{v}\|_{p,t,-\pi/6} - (\|\mathbf{w} - \mathbf{h}\|_{p,t,-\pi/6} - \|\mathbf{w}\|_{p,t,-\pi/6}) \text{ dla } \mathbf{v} = \mathbf{w} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \text{ oraz}$$

$$\mathbf{h} = \left(0, \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right). \text{ Uzyskujemy}$$

$$\begin{aligned} &\left\| \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) + \left(0, \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right) \right\|_{p,t,-\pi/6} - \left\| \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) - \left(0, \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right) \right\|_{p,t,-\pi/6} = \\ &= \sqrt[p]{\left|\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right|^p} - \sqrt[p]{t\left|\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right|^p + \left|\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right|^p} \\ &= 1 - \sqrt[p]{t^p \left|\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right|^p + \left|\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right|^p} = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)^p \sqrt[p]{t^p + 1} < 0 \end{aligned} \quad (79)$$

gdy $\left[2/(\sqrt{3}-1)\right]^p - 1 < t$. Zatem, na mocy Twierdzenia 2', dla $\mathbf{v} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

oraz $\mathbf{y} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ uzyskujemy $U_{p,t,-\pi/6}(\mathbf{v}) > U_{p,t,-\pi/6}(\mathbf{y})$

dla $t > \left[2/(\sqrt{3}-1)\right]^p - 1$ gdzie

$$K_2 \ni \mathbf{x} \mapsto U_{p,t,-\pi/6}(\mathbf{x}) = \frac{\|\mathbf{x}\|_{p,t,-\pi/6} + \|\mathbf{1}\|_{p,t,-\pi/6} - \|\mathbf{1} - \mathbf{x}\|_{p,t,-\pi/6}}{2\|\mathbf{1}\|_{p,t,-\pi/6}}. \quad (80)$$

W skończonej wymiarowej przestrzeni wszystkie normy są równoważne, zatem funkcja $\mathbf{x} \mapsto U_{p,t,-\pi/6}(\mathbf{x})$ jest ciągła. Czyli dla ustalonego

$t > \left[2/(\sqrt{3}-1)\right]^p - 1$ istnieją kule o środkach $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ i $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ oraz

o promieniach $r_1 > 0$ i $r_2 > 0$ (oznaczone symbolami $B_{\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)}(r_1)$ i $B_{\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}(r_2)$)

takie, że dla wszystkich $\omega \in B_{\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)}(r_1)$, $\gamma \in B_{\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}(r_2)$ mamy

$$U_{p,t,-\pi/6}(\omega) > U_{p,t,-\pi/6}(\gamma).$$

Twierdzenie 4. Niech norma $\|\cdot\|_{p,t,-\pi/6}$ będzie zdefiniowana na przestrzeni \mathfrak{R}^n wzorem

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}^n \ni \mathbf{x} \mapsto \|\mathbf{x}\|_{p,t,-\pi/6} &= \left[\left| t \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x_1 - \frac{1}{2} x_2 \right) \right|^p + \left| \frac{\sqrt{3}}{2} x_2 + \frac{1}{2} x_1 \right|^p \right. \\ &\quad \left. + |x_3|^p + |x_4|^p + \dots + |x_n|^p \right]^{1/p} \end{aligned} \quad (81)$$

dla $t > 1$ oraz $n \geq 2$. Jeśli $t > \left[\left(2/(\sqrt{3}-1) \right)^p - 1 \right]^{1/p}$ to istnieją kule o środkach

$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2} \right)$ i $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2} \right)$ oraz o promieniach $r_1 > 0$ i $r_2 > 0$ (oznaczane symbolami $B_{\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}\right)}(r_1)$ i $B_{\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}\right)}(r_2)$) takie, że dla wszystkich

$\omega \in B_{\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}\right)}(r_1)$, $\gamma \in B_{\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}\right)}(r_2)$ mamy $U_{p,t,-\pi/6}(\omega) > U_{p,t,-\pi/6}(\gamma)$, gdzie

$$K_n \ni \mathbf{x} \mapsto U_{p,t,-\pi/6}(\mathbf{x}) = \frac{\|\mathbf{x}\|_{p,t,-\pi/6} + \|\mathbf{1}\|_{p,t,-\pi/6} - \|\mathbf{1} - \mathbf{x}\|_{p,t,-\pi/6}}{2\|\mathbf{1}\|_{p,t,-\pi/6}}. \quad (82)$$

Dowód: Na mocy Przykładu 5 wystarczy policzyć $\|\mathbf{v} + \mathbf{h}\|_{p,t,-\pi/6} - \|\mathbf{v}\|_{p,t,-\pi/6} - \left(\|\mathbf{w} - \mathbf{h}\|_{p,t,-\pi/6} - \|\mathbf{w}\|_{p,t,-\pi/6} \right)$ dla $\mathbf{v} = \mathbf{w} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2} \right)$

oraz $\mathbf{h} = \left(0, \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}, 0, 0, \dots, 0 \right)$. Uzyskujemy

$$\begin{aligned} & \left\| \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2} \right) + \left(0, \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}, 0, 0, \dots, 0 \right) \right\|_{p,t,-\pi/6} \\ & - \left\| \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2} \right) - \left(0, \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}, 0, 0, \dots, 0 \right) \right\|_{p,t,-\pi/6} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\left| \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \right|^p + \left| \frac{1}{2} \right|^p + \dots + \left| \frac{1}{2} \right|^p \right]^{1/p} \\
&\quad - \left[t^p \left| \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \right|^p + \left| \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right|^p + \left| \frac{1}{2} \right|^p + \dots + \left| \frac{1}{2} \right|^p \right]^{1/p} = \\
&= \left[1 + (n-2) \left| \frac{1}{2} \right|^p \right]^{1/p} - \left[(t^p + 1) \left| \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right|^p + (n-2) \left| \frac{1}{2} \right|^p \right]^{1/p}. \tag{83}
\end{aligned}$$

Sprawdzamy kiedy zachodzi nierówność

$$\left[1 + (n-2) \left| \frac{1}{2} \right|^p \right]^{1/p} < \left[(t^p + 1) \left| \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right|^p + (n-2) \left| \frac{1}{2} \right|^p \right]^{1/p}, \tag{84}$$

czyli

$$1 < (t^p + 1) \left| \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right|^p \text{ zatem } \left[(2/(\sqrt{3} - 1))^p - 1 \right]^{1/p} < t. \tag{85}$$

Tym samym udowodniliśmy tezę Twierdzenia 4. ■

LITERATURA

- Binderman A. (2005): O problemie wyboru wzorca przy badaniu przestrzennego zróżnicowania potencjału rolnictwa w Polsce, *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych – V*, Warszawa, str. 46.
- Binderman A. (2006a): Klasyfikacja obiektów oparta na dwóch wzorcach, *EiOGŻ, Zeszyty Naukowe SGGW*, nr 60, Warszawa, str. 25-34.
- Binderman A. (2006b): Wykorzystanie funkcji użyteczności do badania przestrzennego zróżnicowania rolnictwa, *R. N. SERiA*, Tom VIII, Zeszyt 5, Warszawa-Poznań, str. 5.
- Binderman A., Krawiec M. (2006c): Regionalne zróżnicowanie poziomu rozwoju rolnictwa w Polsce w latach 2002-2005, *Potencjał rozwojowy obszarów wiejskich w aspekcie wstąpienia Polski do Unii Europejskiej*, Szczecin, s. 39.
- Binderman A. (2007a): Wielowymiarowa analiza regionalnego zróżnicowania rolnictwa w Polsce, praca doktorska, SGGW, Warszawa.
- Binderman A. (2007b): Zmiany regionalnego poziomu rolnictwa Polski w latach 1998-2005, *Roczniki Naukowe SERiA*, Tom IX, Warszawa-Kraków.
- Binderman A. (2008a): Analiza regionalnego zróżnicowania rolnictwa Polski w 2006 roku, *Roczniki Naukowe SERiA*, Tom X, Zeszyt 2, Warszawa-Lublin.
- Binderman A. (2008b): Zastosowanie liniowej i nieliniowej funkcji użyteczności do badania poziomu rolnictwa w Polsce, *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych – IX*, wyd. SGGW, Warszawa, str. 29-38.
- Binderman A. (2009a): Dynamika rozwoju rolnictwa w Polsce po akcesji do Unii Europejskiej, *Roczniki Nauk Rolniczych, SERiA*, Tom XI, Zeszyt 3.

- Binderman A. (2009b): Zależność oceny zróżnicowania rolnictwa w Polsce od wybranych mierników syntetycznych, *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych – X*, wyd. SGGW, Warszawa, str. 30-41.
- Binderman A. (2010a): Porównanie poziomu rozwoju rolnictwa województw w Polsce, *Roczniki Nauk Rolniczych, SERiA, Tom XII, Zeszyt 2*.
- Binderman A. (2010b): Zależność oceny regionalnego zróżnicowania rolnictwa od sposobu normalizacji zmiennych, *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych – XI*, wyd. SGGW, Warszawa.
- Binderman Z. (2010): Zjawisko niedosytu w polu preferencji indukowanej przez miernik wykorzystujący dwa wzorce, *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych – XI*, wyd. SGGW, Warszawa.
- Bourbaki N. (1966): *Espaces Vectoriels Topologiques, Éléments de mathématique, Livre V*, Hermann, Paris.
- Dunford N., Schwartz J. T. (1958): *Linear Operators, Part I*. Interscience Publishers, New York.
- Gatnar E. Walesiak M. (2009): *Statystyczna analiza danych z wykorzystaniem programu R*, PWN, Warszawa.
- Giaquinta M., Modica G., Souček J. (1998): *Cartesian Currents in the Calculus of Variations, Vol. I: Cartesian Currents*. *Ergebnisse der Math. und ihrer Grenzgebiete 37*, Springer, Berlin.
- Jefimow N.W., Rozerdorn E.R. (1974): *Algebra liniowa wraz z geometrią wielowymiarową*. PWN, Warszawa.
- Kukuła K., (2000): *Metoda unitaryzacji zerowanej*, PWN, Warszawa.
- Kuratowski K. (1977): *Wstęp do teorii mnogości i topologii*. PWN, Warszawa.
- Malina A. (2004): *Wielowymiarowa analiza przestrzennego zróżnicowania struktury gospodarki Polski według województw*, AE, Seria Monografie nr 162, Kraków.
- Młodak A. (2006): *Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej*, Warszawa.
- Panek E. (2000): *Ekonometria matematyczna*, Akademia Ekonomiczna, Poznań.
- Siekłucki K., (1979): *Geometria i topologia. Część I, Geometria*. PWN, Warszawa.
- Zeliaś A. (2000): *Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym*, Kraków.

Monotonicity of the gauge leaned on two patterns. Theoretical considerations

Abstract: The aim of this paper is to present the monotonicity criterion for the utility functions defined in the preference field. We provide numerous examples of nonmonotonic (locally decreasing) utility functions. We investigate the possibility of introducing preference relation by employing utility functions. Moreover, we define the phenomenon of insufficiency in the field of the preference defined by the utility function.

Key words: the utility functions, synthetic measures, field of preference, phenomenon of insufficiency, norm, classification

ZJAWISKO NIEDOSYTU W POLU PREFERENCJI INDUKOWANEJ PRZEZ MIERNIK DWUWZORCOWY

Zbigniew Binderman

Katedra Ekonometrii i Statystyki SGGW
e-mail: zbigniew_binderman@sggw.pl

Streszczenie: W pracy, dla miernika syntetycznego zbadano problem wyboru takiego sposobu mierzenia odległości między obiektami, aby w polu preferencji indukowanym przez ten miernik występowało zjawisko niedosytu. Rozważany w pracy miernik, wykorzystywany do porządkowania i grupowania danych obiektów ekonomicznych jest oparty na dwóch wzorcowych obiektach.

Słowa kluczowe: zjawisko niedosytu, pole preferencji, mierniki syntetyczne, funkcje użyteczności, semimetryka, metryka normalna, metryka quasi-normalna, uporządkowanie liniowe, klasyfikacja

WSTĘP

A. Binderman w swoich pracach do porządkowania i klasyfikacji obiektów wykorzystywała miernik syntetyczny, który oparty jest na dwóch wzorcowych obiektach [zob. Binderman A. 2006a, 2006b, 2006c, 2007a, 2007b, 2008a, 2008b, 2009a, 2009b]. W cytowanych pracach, poświęconym regionalnemu różnicowaniu rolnictwa w Polsce wykazano przydatność tego miernika i podano jego podstawowe własności – przy założeniu, że odległości między obiektami obliczane są za pomocą metryki Minkowskiego. W naukach ekonomicznych, w dziale zwanym taksometrią [Kukuła 2000, Młodak 2006, Pocięcha, Walesiak M. 2006, Zeliaś 2000] do obliczania odległości, podobieństwa między obiektami stosuje się wiele innych sposobów.

Z uwagi na dużą przydatność i prostotę stosowalności omawianego miernika, autor swoją pracą chciałby zapoczątkować badania nad wykorzystaniem różnych sposobów mierzenia odległości do jego obliczania. W wyniku, których uzyskuje się miernik syntetyczny, generujący pole preferencji, w którym występuje zjawisko niedosytu [Panek 2000, Panek 2003, Małowski 1999, Allen 1964].

RELACJE PREFERENCJI I FUNKCJE UŻYTECZNOŚCI

Niech $X \subset \mathfrak{R}_+^n$, gdzie $\mathfrak{R}_+^n := \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) : x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n\}$, $n \in \mathbb{N}$.

Uporządkowaną parę (X, \succsim) $\{(X, >), (X, \sim)\}$ gdzie \succsim oznacza relację słabej preferencji $\{> - \text{relacja silnej preferencji}, \sim - \text{relacja indyferencji}\}$ nazywać będziemy polem słabej preferencji $\{ \text{silnej preferencji}, \text{indyferencji} \}$ [zob. np. Panek 2000].

Przydatność relacji preferencji w naukach ekonomicznych ma znaczenie głównie teoretyczne. W celu nadania tym relacjom znaczenia praktycznego relacje preferencji zastępuje się ilościowymi miernikami zwanymi funkcjami użyteczności.

Funkcję $u: X \rightarrow \mathfrak{R}^1$ nazywać będziemy funkcją użyteczności związaną z relacją preferencji \succsim jeżeli dla wszystkich $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X : u(\mathbf{x}) \geq u(\mathbf{y}) \Leftrightarrow \mathbf{x} \succsim \mathbf{y}$.

Liczby $u(\mathbf{x}), u(\mathbf{y})$ określając użyteczność dwóch obiektów reprezentowanych przez wektory \mathbf{x}, \mathbf{y} , odpowiednio są wielkościami względnymi, pozwalającymi jedynie na dokonanie porównania między nimi. Oczywiście, jeżeli dla danej relacji preferencji istnieje jedna funkcja użyteczności, to istnieje również nieskończenie wiele funkcji użyteczności generowanych przez tą relację. Jeżeli dana jest relacja preferencji to istotnym problemem jest wyznaczenie funkcji użyteczności przez nią indukowanej. Dokonując odpowiednio wyboru funkcji użyteczności określamy relację preferencji, która tą funkcję opisuje. Mając, zatem daną funkcję użyteczności można badać, jak jej własności przekładają się na własności relacji ją indukującej.

Niech $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n), \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in X \subset \mathfrak{R}_+^n$, przyjmijmy oznaczenia:

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{y} \Leftrightarrow \forall i : x_i \geq y_i ; \mathbf{x} > \mathbf{y} \Leftrightarrow \forall i : x_i > y_i, i = 1, 2, \dots, n.$$

Mówimy, że w polu preferencji $(\mathfrak{R}_+^n, \succsim)$ występuje *zjawisko niedosytu*, jeżeli dla wszystkich wektorów $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathfrak{R}_+^n$ prawdziwa jest implikacja:

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{y} \wedge \mathbf{x} \neq \mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{x} \succ \mathbf{y}.$$

Jeżeli w polu preferencji $(\mathfrak{R}_+^n, \succsim)$ występuje zjawisko niedosytu to każda funkcja użyteczności $u(\mathbf{x}) = u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ związana z relacją preferencji \succsim traktowana, jako funkcja wielu zmiennych jest rosnąca względem każdej ze zmiennych $x_i, i = 1, 2, \dots, n$. Jest to równoważne warunkowi: jeżeli wektory $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathfrak{R}_+^n : \mathbf{y} \neq \mathbf{0} = (0, 0, \dots, 0) \Rightarrow u(\mathbf{x} + \mathbf{y}) > u(\mathbf{x})$. Odwrotnie, jeżeli rosnąca funkcja użyteczności $u(\mathbf{x})$ jest indukowana przez relację preferencji \succsim to w polu preferencji $(\mathfrak{R}_+^n, \succsim)$ występuje zjawisko niedosytu [Panek 2000, 2003].

Rozważmy teraz problem polegający na klasyfikacji $m \in \mathbb{N}$ obiektów Q_1, Q_2, \dots, Q_m badanego zjawiska za pomocą $n \in \mathbb{N}$ zmiennych, mających charakter cech ilościowych. Przyjmijmy założenie, że każdy taki obiekt daje się przedstawić za pomocą wektora należącego do przestrzeni \mathfrak{R}_+^n .

Niech wektor $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$ opisuje i -ty obiekt Q_i , $i=1, 2, \dots, m$. Jeżeli $\mathbf{x}_i \geq \mathbf{x}_j$ i $\mathbf{x}_i \neq \mathbf{x}_j$ to przy pewnych założeniach naturalnym jest nazywać obiekt \mathbf{x}_i lepszym (wyżej ocenianym) od obiektu \mathbf{x}_j . Oznacza to, że żadna ze składowych wektora \mathbf{x}_i nie jest mniejsza od odpowiednich składowych wektora \mathbf{x}_j , a przynajmniej jedna z nich ma wartość większą, tj. istnieje takie $k \in [1, n]$, że $x_{ik} > x_{jk}$. Fakt ten można zapisać: $Q_i > Q_j$.

Niech

$$x_{0,k} := \min_{1 \leq i \leq m} x_{ik}, \quad x_{m+1,k} := \max_{1 \leq i \leq m} x_{ik}, \quad k=1, 2, \dots, n.$$

Przyjmijmy następujące oznaczenia wektorów:

$$\mathbf{x}_0 := (x_{0,1}, x_{0,2}, \dots, x_{0,n}), \quad \text{ i } \quad \mathbf{x}_{m+1} := (x_{m+1,1}, x_{m+1,2}, \dots, x_{m+1,n}),$$

Założmy, że zdefiniowane wyżej wektory $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_{m+1}$ opisują obiekt Q_0 (najgorszy) i obiekt Q_{m+1} (najlepszy), odpowiednio. Oczywiście, wektory te spełniają nierówności:

$$\mathbf{x}_0 \leq \mathbf{x}_i \leq \mathbf{x}_{m+1} \text{ dla każdego } i \in [1, m].$$

Obiekty Q_0 i Q_{m+1} będą pełnić w naszych rozważaniach rolę wzorców. Założmy ponadto, że $\mathbf{x}_0 \neq \mathbf{x}_{m+1}$, oznacza to, że wektory $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m$ nie są identyczne.

W pracach Binderman A. [2006a, 2007a] do liniowego uporządkowania obiektów Q_1, Q_2, \dots, Q_m wykorzystana została następująca funkcja:

$$U(\mathbf{x}_i) := \frac{d(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_i) + d(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_{m+1}) - d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{m+1})}{2d(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_{m+1})}, \quad i = 0, 1, \dots, m, m+1,$$

gdzie $d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ oznacza odległość między wektorami $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathfrak{R}^n$, obliczoną za pomocą metryki Minkowskiego ($1 \leq p < \infty$).

W pracach [Binderman A. 2006a, 2006b, 2007a, 2007b, 2008a, 2008b, 2009a, 2009b, Binderman A., Krawiec 2006c], zaprezentowano dużą przydatność rozważanej funkcji, w porównaniu do innych metod, podano podstawowe własności oraz zbadano stabilność wyników, uzyskiwanych przy jej pomocy.

Naturalnym, zatem problemem do rozwiązania jest podanie warunków dotyczących sposobu mierzenia odległości między wektorami, przy których funkcja U jest rosnąca.

Niech wektory $\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_M \in \mathfrak{R}_+^n$: $\mathbf{x}_m \leq \mathbf{x}_M \wedge \mathbf{x}_m \neq \mathbf{x}_M$ będą dowolnie ustalone i $[\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_M] := \{\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n : \mathbf{x}_m \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_M\}$. Określmy funkcję

$$v(\mathbf{x}) := \frac{1}{2} + \frac{\rho(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}) - \rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}_M)}{2\rho(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_M)}, \text{ dla } \mathbf{x} \in [\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_M], \quad (1)$$

gdzie $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ oznacza odległość między wektorami \mathbf{x} i \mathbf{y} taką, że $\rho(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_M) \neq 0$.

Nietrudno zauważyć, że zbiór $[\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_M] \subset \mathfrak{R}_+^n$ przedstawia *kostkę*, w szczególności, jeżeli

$$\mathbf{x}_m = \mathbf{0} := (0, 0, \dots, 0), \quad \mathbf{x}_M = \mathbf{1} := (1, 1, \dots, 1) \text{ to } [\mathbf{0}, \mathbf{1}] = (0, 1)^n := \underbrace{(0, 1) \times (0, 1) \times \dots \times (0, 1)}_{n \text{ razy}}.$$

Obiekt reprezentowany przez wektor \mathbf{x} uważać będziemy za *lepszy* od obiektu reprezentowanego przez wektor \mathbf{y} wtedy tylko wtedy gdy $v(\mathbf{x}) > v(\mathbf{y})$, fakt ten oznaczymy symbolem $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$. W podobny sposób (przy pomocy funkcji v) określimy relacje \succsim, \sim .

Celem naszych rozważań będzie podanie warunków dla odległości $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, przy których w polu preferencji $([\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_M], \succeq)$ występuje zjawisko niedosytu.

Funkcję $\rho: \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^1$ nazywamy *semimetryką* jeżeli spełnia warunki

$$\text{a) } \rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 0; \quad \text{b) } \rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \rho(\mathbf{y}, \mathbf{x}); \quad \text{c) } \rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq \rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}) + \rho(\mathbf{z}, \mathbf{y}),$$

dla dowolnych $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in \mathfrak{R}^n$. Jeżeli ponadto spełniony jest warunek

$$\text{d) } \rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0 \text{ pociąga za sobą } \mathbf{x} = \mathbf{y}$$

to ρ nazywa się *metryką*. Liczbę $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ nazywa się także odległością wektora \mathbf{x} od wektora \mathbf{y} [Alexiewicz 1969, Rolewicz 1984].

Przykładem metryk są metryki Minkowskiego $\rho_p, 1 \leq p \leq \infty$:

$$\rho_p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left(\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^p \right)^{\frac{1}{p}} \text{ dla } 1 \leq p < \infty,$$

i

$$\rho_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \rho_p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i - y_i|, \text{ gdzie } \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n), \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in \mathfrak{R}^n.$$

Zauważmy, że jeżeli ρ jest semimetryką to funkcja $v(\mathbf{x})$ określona wzorem (1) ma następujące własności:

$$v(\mathbf{x}_m) = 0, \quad v(\mathbf{x}_M) = 1$$

Przyjmijmy dwie, następujące definicje:

Definicja 1. Metrykę (semimetrykę) $\rho: \mathfrak{R}_+^n \times \mathfrak{R}_+^n \rightarrow \mathfrak{R}_+$ nazywać będziemy *quasi-normalną*, jeżeli spełnia warunek:

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \geq \rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}) \text{ dla } \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in \mathfrak{R}_+^n : \mathbf{z} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{x}.$$

Definicja 2. Metrykę (semimetrykę) quasi-normalną ρ nazywać będziemy normalną, jeżeli spełnia warunek:

$$\text{dla } \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in R_+^n : \mathbf{z} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{x} \wedge \mathbf{x} \neq \mathbf{y} : \rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}) > \rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}) .$$

Uwaga 1. Metryka dyskretna oraz metryka Minkowskiego ρ_∞ , są metrykami quasi-normalnymi, nie będąc metrykami normalnymi.

Dowód. 1^o. Metryka dyskretna. Niech ρ oznacza metrykę dyskretną tj. taką, że $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{x})=0$ i $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{y})=1$ dla wszystkich $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathfrak{R}_+^n : \mathbf{x} \neq \mathbf{y}$. Dla $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in \mathfrak{R}_+^n : \mathbf{z} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{x}$

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = 0 \quad \text{gdy } \mathbf{z} = \mathbf{y} = \mathbf{x},$$

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = 1, \rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = 0 \quad \text{gdy } \mathbf{z} = \mathbf{y} \text{ i } \mathbf{y} \neq \mathbf{x},$$

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = 1 \quad \text{gdy } \mathbf{z} \neq \mathbf{y}.$$

Ostatnia równość pokazując, że metryka ta nie spełnia warunku Definicji 2.

2^o. Niech ρ oznacza metrykę Minkowskiego, przy $p=\infty$. Mamy wówczas z definicji, że

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i - z_i| \quad \text{dla } \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n), \mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n) \in \mathfrak{R}_+^n. \quad \text{Dla } \mathbf{x}, \mathbf{y},$$

$$\mathbf{z} \in \mathfrak{R}_+^n : \mathbf{z} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{x} \text{ otrzymujemy } \rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \max_{1 \leq i \leq n} (x_i - z_i), \quad \rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = \max_{1 \leq i \leq n} (y_i - z_i),$$

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n). \quad \text{Ponieważ } x_i \geq y_i \text{ to } x_i - z_i \geq y_i - z_i \text{ dla } 1 \leq i \leq n$$

$$\text{i } \max_{1 \leq i \leq n} (x_i - z_i) \geq \max_{1 \leq i \leq n} (y_i - z_i), \text{ stąd } \rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \geq \rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}). \quad \text{Jeżeli } \mathbf{x} \neq \mathbf{y} \text{ to } \mathbf{x} \neq \mathbf{z}.$$

Metryka ta nie spełnia jednak warunku zawartego w Definicji 2. Istotnie, niech $\mathbf{z} \leq \mathbf{x}$ i $\mathbf{x} \neq \mathbf{z}$, gdzie $\mathbf{x}, \mathbf{z} \in R_+^n$ są wektorami dowolnie ustalonymi, wówczas

istnieje takie $k \in [1, n]$, że $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = x_k - z_k > 0$. Niech $\mathbf{y} := (x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, z_k, x_{k+1}, \dots, x_n)$.

Stąd $\mathbf{x} \geq \mathbf{y} \geq \mathbf{z}$ i $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$ oraz $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = x_k - z_k = \rho(\mathbf{x}, \mathbf{z})$,

Uwaga 2. Metryka Minkowskiego z wykładnikiem p : $1 \leq p < \infty$ jest metryką normalną.

Dowód. Niech ρ oznacza metrykę Minkowskiego z dowolnym, ustalonym p : $1 \leq p < \infty$.

Dla $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in R_+^n : \mathbf{z} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{x}$ mamy : $z_i \leq y_i \leq x_i$ oraz $x_i - z_i \geq y_i - z_i \geq 0$,

$$i \in [1, n], \text{ gdzie } \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n), \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n), \mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n).$$

$$\text{Stąd, } \rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \left(\sum_{i=1}^n (x_i - z_i)^p \right)^{\frac{1}{p}} \geq \left(\sum_{i=1}^n (y_i - z_i)^p \right)^{\frac{1}{p}} = \rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}).$$

Jeżeli ponadto wektor $\mathbf{y} \neq \mathbf{x}$, to fakt ten oznacza, że istnieje takie $j \in [1, n]$, że $x_j > y_j$ oraz $x_i \geq y_i$ dla $i \neq j$. Stąd $x_j - z_j > y_j - z_j \geq 0$, $x_i - z_i \geq y_j - z_j \geq 0$ dla $i \neq j$ oraz

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n (x_i - z_i)^p + (x_j - z_j)^p \right)^{\frac{1}{p}} > \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n (y_i - z_i)^p + (y_j - z_j)^p \right)^{\frac{1}{p}} = \rho(\mathbf{y}, \mathbf{z}).$$

W dalszej części naszych rozważań potrzebne będą następujące lematy, których dowody wynikają bezpośrednio z definicji.

Lemat 1. Jeżeli $\mathbf{z} \in \mathfrak{R}_+^n$ jest dowolnie ustalonym wektorem, ρ jest metryką normalną to $g_{\mathbf{z}}(\mathbf{x}) := \rho(\mathbf{x}, \mathbf{z})$, jest funkcją rosnącą dla $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}_+^n : \mathbf{z} \leq \mathbf{x}$.

Lemat 2. Jeżeli $\mathbf{w} \in \mathfrak{R}_+^n$ jest dowolnie ustalonym wektorem, ρ jest metryką quasi-normalną to $g_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}) := -\rho(\mathbf{x}, \mathbf{w})$ jest funkcją niemalejącą dla $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}_+^n : \mathbf{w} \geq \mathbf{x}$.

Z definicji i powyższych lematów wynika następujący wniosek.

Wniosek 1. Jeżeli ρ jest metryką normalną, $\mathbf{w} \geq \mathbf{z}, \mathbf{w} \neq \mathbf{z}$, gdzie $\mathbf{w}, \mathbf{z} \in \mathfrak{R}_+^n$ są ustalonymi wektorami, to

$$g(\mathbf{x}) := g_{\mathbf{z}}(\mathbf{x}) + g_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}), \quad (2)$$

jest funkcją rosnącą dla $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}_+^n : \mathbf{z} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{w}$.

Nietrudno pokazać, że słuszny jest następujący lemat.

Lemat 3. Jeżeli $a > 0, b \geq 0$, g jest funkcją określoną przy pomocy wzoru (2) to

$$h(\mathbf{x}) := ag(\mathbf{x}) + b \quad (3)$$

jest funkcją rosnącą dla $\mathbf{x} : \mathbf{z} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{w}$, gdzie $\mathbf{w} \neq \mathbf{z}, \mathbf{w}, \mathbf{x}, \mathbf{z} \in \mathfrak{R}_+^n$.

Definicja 3. Niech ρ oznacza metrykę normalną, $\mathbf{w} \geq \mathbf{z}, \mathbf{w} \neq \mathbf{z}$, $\mathbf{w}, \mathbf{z} \in \mathfrak{R}_+^n$ będą ustalonymi wektorami. Funkcję g określoną wzorem (2) nazywać będziemy *unormowaną* względem wektorów \mathbf{z} i \mathbf{w} , jeżeli spełnia warunki:

$$g(\mathbf{z}) = 0, \quad g(\mathbf{w}) = 1.$$

Lemat 4. Jeżeli g jest funkcją określoną przy pomocy wzoru (2), $\mathbf{w} \geq \mathbf{z}, \mathbf{w} \neq \mathbf{z}$, gdzie $\mathbf{w}, \mathbf{z} \in \mathfrak{R}_+^n$ są ustalonymi wektorami, ρ jest metryką normalną to funkcja

$$f(\mathbf{x}) := \frac{1}{2\rho(\mathbf{w}, \mathbf{z})} g(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} = \frac{g(\mathbf{x}) + \rho(\mathbf{w}, \mathbf{z})}{2\rho(\mathbf{w}, \mathbf{z})}, \quad (4)$$

jest funkcją unormowaną.

Dowód. Niech $\mathbf{w} \geq \mathbf{z}, \mathbf{w} \neq \mathbf{z}$, $\mathbf{w}, \mathbf{z} \in \mathfrak{R}_+^n$ będą ustalonymi wektorami. Wówczas

$$\begin{aligned} f(\mathbf{z}) &= \frac{g(\mathbf{z}) + \rho(\mathbf{w}, \mathbf{z})}{2\rho(\mathbf{w}, \mathbf{z})} = \frac{g_z(\mathbf{z}) + g_w(\mathbf{z}) + \rho(\mathbf{w}, \mathbf{z})}{2\rho(\mathbf{w}, \mathbf{z})} = \\ &= \frac{\rho(\mathbf{z}, \mathbf{z}) - \rho(\mathbf{w}, \mathbf{z}) + \rho(\mathbf{w}, \mathbf{z})}{2\rho(\mathbf{w}, \mathbf{z})} = 0, \end{aligned}$$

$$f(\mathbf{w}) = \frac{g(\mathbf{w}) + \rho(\mathbf{w}, \mathbf{z})}{2\rho(\mathbf{w}, \mathbf{z})} = \frac{\rho(\mathbf{w}, \mathbf{z}) - \rho(\mathbf{w}, \mathbf{w}) + \rho(\mathbf{w}, \mathbf{z})}{2\rho(\mathbf{w}, \mathbf{z})} = 1.$$

Z Lematu 3 oraz Lematu 4 wynika następujące twierdzenie.

Twierdzenie 1. Niech ρ będzie metryką normalną, wektory $\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_M \in \mathfrak{R}_+^n$: $\mathbf{x}_m \leq \mathbf{x}_M \wedge \mathbf{x}_m \neq \mathbf{x}_M$ będą dowolnie ustalone. Wówczas funkcja $v(\mathbf{x})$ określona wzorem (1) jest unormowana i rosnąca w kostce $[\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_M] \in \mathfrak{R}_+^n$.

Z powyższego twierdzenia wynika, że przy powyższych założeniach

$$v(\mathbf{x}_m)=0, v(\mathbf{x}_M)=1$$

oraz następująca implikacja

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{y} \wedge \mathbf{x} \neq \mathbf{y} \Rightarrow v(\mathbf{x}) > v(\mathbf{y}) \Leftrightarrow \mathbf{x} \succ \mathbf{y}, \text{ dla wszystkich } \mathbf{x}, \mathbf{y} \in [\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_M].$$

Oczywistym jest, że jeżeli $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in [\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_M]$ oraz $v(\mathbf{x}) > v(\mathbf{y})$ to $\mathbf{x} \geq \mathbf{y} \wedge \mathbf{x} \neq \mathbf{y}$.

Zauważmy ponadto, że bezpośrednio z definicji mamy, że

$$v(\mathbf{x}) \geq v(\mathbf{y}) \Leftrightarrow \mathbf{x} \succeq \mathbf{y}, \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \in [\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_M]$$

Dowiedliśmy zatem, następującego twierdzenia.

Twierdzenie 2. Jeżeli ρ jest metryką normalną, funkcja $v(\mathbf{x})$ określona wzorem (1) indukuje relację preferencji \succsim to w polu preferencji $([\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_M], \succeq)$ występuje zjawisko niedosytu.

Na koniec naszych rozważań zauważmy.

Uwaga 4. Jeżeli ρ oznacza metrykę normalną, $\mathbf{w} \geq \mathbf{z}, \mathbf{w} \neq \mathbf{z}, \mathbf{w}, \mathbf{z} \in \mathfrak{R}_+^n$ to funkcja

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) := \frac{\rho(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\rho(\mathbf{z}, \mathbf{w})}; \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathfrak{R}_+^n$$

jest również metryką normalną. Oczywiście mamy wówczas, że $d(\mathbf{z}, \mathbf{w})=1$. Wzór (4) możemy wówczas zapisać przy pomocy prostszej postaci

$$f(\mathbf{x}) = \frac{d(\mathbf{z}, \mathbf{x}) - d(\mathbf{x}, \mathbf{w}) + 1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{d(\mathbf{z}, \mathbf{x}) - d(\mathbf{x}, \mathbf{w})}{2}, \quad \mathbf{z} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{w}.$$

ZAKOŃCZENIE

Przedstawione w pracy rezultaty oraz wyniki wcześniejszych prac pokazują celowość dalszych badań dotyczących własności rozważanego miernika, w zależności od sposobu mierzenia odległości. Miernik ten przy odpowiednio dobranej metryce może być wykorzystywany do porządkowania i grupowania danych obiektów ekonomicznych. Według autora istnieje duże zapotrzebowanie na kompleksowe, syntetyczne analizy statystyczne zjawisk na szczeblu lokalnym. Praca prezentuje perspektywy szerszego wykorzystania dotychczas stosowanej metody w analizach decyzyjnych.

LITERATURA

- Allen R. G. D., (1964): *Ekonomia matematyczna*, PWN, Warszawa.
- Binderman A. (2006a) Klasyfikacja obiektów oparta na dwóch wzorcach, *EiOGŻ, Zeszyty Naukowe SGGW*, nr 60, Warszawa, str. 25-34.
- Binderman A. (2006b) Wykorzystanie funkcji użyteczności do badania przestrzennego zróżnicowania rolnictwa, *RN. SERiA, Tom VIII, z. 5*, s. 5-11.
- Binderman A., Krawiec M. (2006c) Regionalne zróżnicowanie poziomu rozwoju rolnictwa w Polsce w latach 2002-2005, *Potencjał rozwojowy obszarów wiejskich w aspekcie wstąpienia Polski do Unii Europejskiej*, Szczecin, s. 39.
- Binderman A. (2007a) Wielowymiarowa analiza regionalnego zróżnicowania rolnictwa w Polsce, praca doktorska, SGGW, Warszawa.
- Binderman A. (2007b) Zmiany regionalnego poziomu rolnictwa Polski w latach 1998-2005, *Roczniki Naukowe SERiA, Tom IX*, Warszawa-Kraków.
- Binderman A. (2008a) Analiza regionalnego zróżnicowania rolnictwa Polski w 2006 roku, *Roczniki Naukowe SERiA, Tom X, Zeszyt 2*, Warszawa-Lublin.
- Binderman A. (2008b) Zastosowanie liniowej i nieliniowej funkcji użyteczności do badania poziomu rolnictwa w Polsce, *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych – IX*, wyd. SGGW, Warszawa, str. 29-38.
- Binderman A. (2009a) Dynamika rozwoju rolnictwa w Polsce po akcesji do Unii Europejskiej, *Roczniki Nauk Rolniczych, SERiA, Tom XI, Zeszyt 3*.
- Binderman A. (2009b) Zależność oceny zróżnicowania rolnictwa w Polsce od wybranych mierników syntetycznych, *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych – X*, wyd. SGGW, Warszawa, str. 30-41.
- Binderman, Z. (2009): Ocena regionalnego zróżnicowania kultury i turystyki w Polsce w 2007 roku *RWN Humanistycznych SGGW, T XII*, s. 335-351. Binderman Z., Borkowski B., Szczesny W (2009), O pewnych metodach porządkowych w analizie polskiego rolnictwa wykorzystujących funkcje użyteczności, *Roczniki Nauk Rolniczych PAN, Seria G, Ekonomika Rolnictwa*, T. 96, z. 2, s. 77-90.
- Binderman Z. (2010), Syntetyczne mierniki elastyczności przedsiębiorstw, *Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego*, 4/2 s. 257-267.
- Chiang A., C. (1984), *Fundamental methods of Mathematical Economics*, McGraw-Hill, Inc., New York.
- Gatnar E. (1998); *Symboliczne metody klasyfikacji danych*, PWN, Warszawa.
- Kukuła K., (2000): *Metoda unitaryzacji zerowanej*, PWN, Warszawa.

- Młodak A. (2006): Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej, Warszawa.
- Malawski A.; Wprowadzenie do ekonomii matematycznej, AE, Kraków 1999
- Nowak E., (1990): Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych, PWE, Warszawa.
- Panek E., (2000): Ekonomia matematyczna, Akademia Ekonomiczna, Poznań.
- Panek E. (red.); Podstawy ekonomii matematycznej, AE, Poznań 2003.
- Pociecha J., Podolec B., Sokołowski A., Zając K. (1988): Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-ekonomicznych, PWN, Warszawa.
- Pociecha J. (2009): Rozwój metod taksonomicznych i ich zastosowań w badaniach społeczno-ekonomicznych, Konferencja Naukowa 90-lecie GUS, Statystyka Społeczna Dokonania-Szanse-Perspektywy, www.stat.gov.pl.
- Rolewicz S. (1985): Metric linear spaces, PWN-Polish Scientific Publishers and D. Reidel, Warszawa-Dordrecht.
- Walesiak M. (2006): Uogólniona miara odległości w statystycznej analizie wielowymiarowej, wyd. AE Wrocław.
- Wilson R. D., Martinez T. R (1997): Improved Heterogeneous Distance Function, Journal of Artificial Intelligence Research 6.
- Zeliaś A. (2000): Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym, Kraków.

On a phenomenon of nonsatiation in a field of preference induced by the two-model indicator

Abstract: In presented work, for the two-model indicator a problem of choice of a manner of measurement of distances between objects is considered. This indicator makes an appearance of phenomenon of insufficiency in a field of preference. We can use the indicator as a synthetic measure in order to arrangement and assemble economic objects.

Key words: occurrence of nonsatiation, field of preference, synthetic measures, the utility function, semimetric, normal metric, quasi-normal metric, linear order, classification, cluster analysis

ESTYMACJA KOMBINOWANA GRANICZNEJ FUNKCJI PRODUKCJI¹

Lucyna Błażejczyk-Majka

Zakład Historii Gospodarczej UAM

e-mail: majkal@amu.edu.pl

Radosław Kala

Katedra Metod Matematycznych i Statystycznych

Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu

e-mail: kalar@up.poznan.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono metodę kombinowaną estymacji granicznej funkcji produkcji, w której wykorzystywane jest zarówno standardowe podejście parametryczne oparte na analizie regresji jak i podejście nieparametryczne oparte na metodach programowania matematycznego. Metodę tę uzupełniono uwagami dodatkowymi precyzującymi jej praktyczną realizację. Działanie metody zilustrowano na przykładzie rolnictwa UE wykorzystując wyniki osiągane przez przeciętne gospodarstwa rolne reprezentujące poszczególne regiony. W pracy pokazano także różnice w efektywności produkcji rolniczej pomiędzy różnymi członkami UE.

Słowa kluczowe: DEA, analiza regresji, graniczna funkcja produkcji, rolnictwo, Unia Europejska

WPROWADZENIE

Związek pomiędzy wielkością nakładów i wielkością wyników produkcyjnych zwykle wyraża się za pomocą funkcji produkcji. Funkcję taką, która winna spełniać szereg podstawowych założeń, formalnie można zapisać równością

$$y = f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta}), \quad (1)$$

¹ Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2008-2011 jako projekt badawczy.

gdzie y reprezentuje wynik produkcyjny, \mathbf{x} jest wektorem nakładów, a $\boldsymbol{\beta}$ jest wektorem parametrów charakteryzujących technologię produkcji. Wtedy, gdy ważna jest ocena efektywności produkcji, zachodzi potrzeba ustalenie granicznej funkcji produkcji, która dla każdego dopuszczalnego wektora nakładów określa maksymalny możliwy wynik produkcyjny.

Jedną z bardziej popularnych funkcji produkcji jest dobrze znana funkcja Cobba-Douglasa. Funkcja ta jest jednorodna, rosnąca względem wszystkich nakładów, a przy założeniu, że elastyczność skali jest nie większa niż jeden, również wklęsła, czyli posiada standardowo wymagane własności. Ponadto modelowanie procesu produkcyjnego za pomocą funkcji Cobba-Douglasa prowadzi do prostego modelu, ze stosunkowo małą liczbą parametrów mających bezpośrednią interpretację ekonomiczną.

Estymacja funkcji produkcji wymaga danych ekonomiczno-statystycznych obejmujących ustalony, możliwie bogaty, zbiór producentów (jednostek). W analizie takich danych zwykle wykorzystywane są metody regresji. Natomiast wtedy, gdy interesująca jest ocena efektywności produkcji może mieć zastosowanie zarówno analiza regresji jak i podejście nieparametryczne oparte na metodach programowania matematycznego.

Celem pracy jest przedstawienie metody kombinowanej, w której do estymacji granicznej funkcji produkcji wykorzystywane jest zarówno podejście nieparametryczne, jak i parametryczne oparte na analizie regresji. Metodę tę uzupełniono uwagami szczegółowymi oraz zilustrowano jej działanie na przykładzie estymacji granicznej funkcji produkcji dla rolnictwa Unii Europejskiej (UE). W pracy pokazano także różnice w efektywności produkcji rolniczej pomiędzy poszczególnymi krajami UE.

ESTYMACJA GRANICZNEJ FUNKCJI PRODUKCJI

Najprostsza metoda estymacji granicznej funkcji produkcji, tzw. poprawiona metoda najmniejszych kwadratów (COLS – *Corrected Ordinary Least Squares*), oparta jest na analizie regresji [porównaj Aigner i Chu 1968; Timmer 1971; Afriat 1972]. Metoda COLS realizowana jest w dwóch krokach. Najpierw, na podstawie obserwacji (y_i, \mathbf{x}_i) , $i = 1, 2, \dots, n$, gdzie y_i określa wynik osiągnięty przez i -tego producenta przy wektorze nakładów \mathbf{x}_i , estymowane są parametry funkcji $f(\mathbf{x}; \boldsymbol{\beta})$. Można to osiągnąć za pomocą standardowej metody najmniejszych kwadratów, ponieważ po transformacji logarytmicznej funkcja produkcji jest zwykle liniowa względem parametrów. W drugim kroku, do wartości funkcji $\ln f(\mathbf{x}; \mathbf{b})$, gdzie \mathbf{b} jest oceną wektora parametrów, jest dodawana wartość największej reszty $a = \max(e_i)$. W rezultacie graniczna funkcja produkcji przyjmuje postać

$$y = C f(\mathbf{x}; \mathbf{b}), \quad (2)$$

gdzie $C = \exp(a) > 1$ jest mnożnikiem korygującym współczynnik skali funkcji $f(\mathbf{x})$.

Jeżeli w powyższym postępowaniu funkcja $f(\mathbf{x};\mathbf{b})$ jest korygowana za pomocą mnożnika $M = \exp(s_D)$, gdzie s_D jest oszacowaniem błędu standardowego z analizy regresji [patrz Greene, 2008, s.106], to mamy do czynienia ze zmodyfikowaną metodą najmniejszych kwadratów (MOLS – *Modified Ordinary Least Squares*). Ponieważ jednak $s_D < \max(e_i)$, to oceniona w ten sposób graniczna funkcja produkcji $y = Mf(\mathbf{x};\mathbf{b})$ dopuszcza, że w wśród badanych jednostek są takie, które osiągnęły wyniki większe niż wynikające z oszacowanej funkcji granicznej. W rezultacie efektywność techniczna (TE) musi być obcięta, tj.

$$TE_i = \min\{1, y_i/[Mf(\mathbf{x}_i;\mathbf{b})]\} \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

aby zapewnić oczywisty warunek $0 < TE_i \leq 1$.

Jak łatwo zauważyć, w opisanych metodach w pierwszym kroku wszyscy badani producenci są traktowani jednakowo. Natomiast w kroku drugim, o przeskalowaniu funkcji $f(\mathbf{x};\mathbf{b})$ w metodzie COLS decyduje zwykle tylko jeden producent najefektywniejszy, a metodzie MOLS wszyscy producenci, w tym również ci osiągający wyniki najsłabsze. Własności tych nie można zaliczyć do zalet przedstawionych metod i stąd uzasadnione jest poszukiwanie innych rozwiązań.

Nowe podejście zostało zaproponowane przez Arnolda, Bardhana, Coopera i Kumbhakara [1996]. Jest to podejście również realizowane w dwóch krokach. W kroku pierwszym wyznaczany jest podzbiór jednostek (producentów) najefektywniejszych za pomocą jednego wybranego wariantu podejścia nieparametrycznego, w którym wykorzystywane są zasady programowania matematycznego [patrz Thanassoulis, Portela i Despić 2008; Førsund i Sarafoglou 2002]. Metody te, zainicjowane przez Farrella [1957], były następnie twórczo rozwinięte przez Charnesa, Coopera i Rhodesa [1978] i są oznaczane wspólnym akronimem DEA (*Data Envelopment Analysis*). Wariant zadania programowania matematycznego zapewniający maksymalizację skalarnego wyniku produkcyjnego przy założeniu zmiennego zwrotu ze skali (VRS – *Variable Return to Scale*) jest postaci

$$\max_{\beta, \lambda} \beta; \quad \text{pod warunkiem: } \mathbf{y}^T \boldsymbol{\lambda} \geq \beta y_i, \quad \mathbf{x}_i \geq \mathbf{X} \boldsymbol{\lambda}, \quad \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0},$$

gdzie \mathbf{x}_i reprezentuje wektor nakładów, a y_i wynik i -tego producenta, natomiast \mathbf{X} i \mathbf{y} są odpowiednio macierzą nakładów i wektorem wyników wszystkich producentów w próbie. Oszacowana efektywność i -tego producenta jest wtedy równa odwrotności uzyskanej wartości zmiennej skalarnej β , tj. $TE_{O(i)} = 1/\beta$.

W kroku drugim metody kombinowanej, estymowane są parametry granicznej funkcji produkcji z wykorzystaniem analizy regresji (AR), w oparciu o model w którym dodatkowo wprowadzone są zmienne pozorne odróżniające jednostki najefektywniejsze od wszystkich pozostałych. W rezultacie otrzymuje się tu dwie funkcje produkcji. Jedna dotyczy jednostek najefektywniejszych, a druga jednostek pozostałych.

Obydwie tak uzyskane funkcje określają wartości przeciętne wyników, a nie wartości maksymalne. Oznacza to konieczność dodatkowej modyfikacji tak, aby

uzyskać oszacowanie funkcji granicznej. Możliwe rozwiązania prowadzą się do przeskalowania funkcji produkcji dla jednostek najefektywniejszych zgodnie z koncepcją metody COLS lub MOLS, przy czym w obu przypadkach współczynnik skali funkcji $f(\mathbf{x})$ powinien być skorygowany w oparciu o reszty dotyczące tylko jednostek najefektywniejszych, wyróżnionych zgodnie z metodą DEA.

DANE

Dla ilustracji przedstawionych metod posłużymy się wynikami produkcji rolniczej na poziomie regionalnym w Unii Europejskiej, które udostępnia system FADN. W analizie uwzględnione zostały dwa podstawowe czynniki produkcji, tj. praca i kapitał, oraz jedna zmienna wynikowa reprezentująca wartość produkcji rolniczej, wszystkie wielkości uzyskane w roku 2005 przez przeciętne gospodarstwa reprezentujące poszczególne regiony UE. Nakłady pracy (w metodyce FADN oznaczone symbolem SE011) zostały wyrażone liczbą roboczo-godzin, a kapitał – różnicą pomiędzy wartością całkowitą nakładów (SE270) i wartością wynagrodzeń (SE360). Wyniki produkcji rolniczej wyrażono natomiast ich wartością łączną (SE131). Zmienna ta jest sumą wartości produkcji roślinnej i zwierzęcej oraz innych związanych z pozostałymi formami rolniczej działalności produkcyjnej z wyłączeniem jednakże dochodów wynikających z wszelkiego rodzaju dopłat.

Wymienione wskaźniki ekonomiczne odnotowano łącznie dla 122 regionów reprezentujących Francję (22 regiony), Niemcy (14), Włochy (21), Hiszpanię (17), Wielką Brytanię (6), Irlandię (1), Belgię (2), Luksemburg (1), Holandię (1), Danię (1), Grecję (4), Portugalię (5), Szwecję (3), Finlandię (4), Austrię (1), Słowenię (1), Węgry (7), Czechy (1), Słowację (1), Polskę (4), Estonię (1), Łotwę (1), Litwę (1), Maltę (1) i Cypr (1).

GRANICZNA FUNKCJA PRODUKCJI ROLNICZEJ W UE

Estymację granicznej funkcji produkcji przeprowadzono metodą regresji dokonując następnie korekty wynikającej z podejścia COLS i MOLS oraz metodą kombinowaną oznaczoną dalej symbolem DEA+AR. We wszystkich metodach związek wielkości produkcji z nakładami modelowano standardowo za pomocą funkcji Cobba-Douglasa. W pierwszym kroku metody kombinowanej DEA+AR estymowano efektywność techniczną zorientowaną na maksymalizację wielkości produkcji przy stałych nakładach i założeniu zmiennego zwrotu ze skali.

Tabela 1. Oceny parametrów funkcji Cooba-Douglasa dla produkcji rolniczej w UE

Metoda	Mnożnik korekty	Współczynnik skali	Elastyczność			R^2
			pracy	kapitału	skali	
AR	1,710 ^C 1,246 ^M	5,049	0,165 (0,054)	0,751 (0,024)	0,916	0,938
DEA+AR		4,568	0,137 (0,053)	0,778 (0,024)	0,915	0,951
DEA+AR	1,541 ^C 1,219 ^M	7,437	0,198 (0,011)	0,714 (0,026)	0,912	0,951

Źródło: obliczenia własne

Uzyskane wyniki przedstawiono w tabeli 1, przy czym w nawiasach podano odchylenia standardowe, które w przypadku podejścia DEA+AR zostały oszacowane wg aproksymacji zaproponowanej przez Thaila [1971]. W kolumnie trzeciej, czwartej i piątej podano parametry trzech funkcji Cobba-Douglasa. Pierwsza z nich została wyznaczona metodą AR i określa poziom przeciętny produkcji wszystkich 122 badanych jednostek. Pozostałe dwie funkcje wyznaczono metodą kombinowaną, w której wyróżniono 14 jednostek najefektywniejszych w wyniku zastosowania analizy DEA. Funkcja druga określa przeciętny poziom produkcji 108 jednostek mniej efektywnych, a funkcja trzecia – jednostek najefektywniejszych.

We wszystkich tych funkcjach elastyczności skali mają porównywalne wartości i są mniejsze od jedności, co potwierdza wklęsłość funkcji produkcji. Oznacza to, że wraz z proporcjonalnym wzrostem nakładów wielkość produkcji rośnie, ale wolniej. Ponadto należy zwrócić uwagę, że elastyczność kapitału jest kilkakrotnie razy większa od elastyczności pracy, co oznacza, że zwiększanie kapitału prowadzi do znacznie szybszego wzrostu produkcji niż zwiększanie zatrudnienia. Warto wreszcie odnotować, że funkcję produkcji jednostek wyróżnionych jako najefektywniejsze charakteryzuje wyraźnie większa elastyczność pracy, szczególnie w porównaniu z grupą jednostek mniej efektywnych.

W drugiej kolumnie tabeli 1 podano mnożniki korekcyjne wynikające z metody COLS i MOLS. Jak łatwo zauważyć, mnożniki te zwiększają w różnym stopniu ocenione w pierwszym kroku współczynniki skali zwane też parametrami efektywności [Welfe i Welfe, 2004]. Wartość największą poprawionego parametru efektywności w przeprowadzonej analizie uzyskano dla metody DEA+AR z korektą wynikającą z metody COLS, a wartość najmniejszą dla metody MOLS.

W rezultacie mamy tu propozycje czterech funkcji granicznych różniących się parametrami i powstaje problem wskazania jednej, tej najbardziej obiektywnej. Jeżeli interesująca jest ocena technologii produkcji ważne są przede wszystkim współczynniki elastyczności. Jeżeli jednak interesujące są oceny technicznej

efektywności wszystkich jednostek, znaczenie mają wszystkie parametry. Ponieważ efektywności można również uzyskać z analizy nieparametrycznej DEA, więc naturalnym jest preferowanie podejścia dającego większą zgodność ocen. Taki efekt w oczywisty sposób zapewnia podejście kombinowane. Wyboru pomiędzy korektą wynikającą z metody COLS lub MOLS można natomiast dokonać na podstawie wybranej miary określającej zgodność ocen efektywności. Miarą taką może być na przykład dowolna odległość, ale też współczynnik korelacji Pearsona lub Spearmana. Wartości tych pierwszych dla ocen efektywności uzyskanych w oparciu o wszystkie rozważane tu metody przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Współczynniki korelacji Pearsona pomiędzy ocenami efektywności technicznej produkcji rolniczej uzyskane pięcioma metodami

Metoda	DEA(VRS)	COLS	MOLS	DEA+AR ^C	DEA+AR ^M
DEA(VRS)	1,0000	*	*	*	*
COLS	0,8396	1,0000	*	*	*
MOLS	0,8574	0,9551	1,0000	*	*
DEA+AR ^C	0,8681	0,9875	0,9648	1,0000	*
DEA+AR ^M	0,8695	0,9866	0,9670	0,9998	1,0000

Źródło: obliczenia własne

W analizowanym przykładzie porównanie współczynników korelacji pomiędzy ocenami efektywności wynikającymi z metody DEA(VRS) oraz metod kombinowanych DEA+AR^C i DEA+AR^M wskazuje z jednej strony na dużą zbieżność wyników szacowania technicznej efektywności w oparciu o oba podejścia kombinowane, a z drugiej na pewną przewagę tej ostatniej.

OCENA EFEKTYWNOŚCI TECHNICZNEJ PRODUKCJI ROLNICZEJ

Chociaż wyznaczona w poprzedniej sekcji graniczna funkcja produkcji pozwala ocenić techniczne efektywności produkcji rolniczej wszystkich 122 regionów UE w roku 2005, to w tabeli 3 zestawiono oceny efektywności na poziomie krajowym, to znaczy, że dla krajów obejmujących co najmniej dwa regiony podane są wartości średnie z ocen efektywności dla poszczególnych regionów. Efektywności oceniano metodą DEA zorientowaną na maksymalizację wielkości produkcji przy stałych nakładach i założeniu zmiennego zwrotu ze skali oraz metodą kombinowaną łączącą podejście DEA z analizą regresji opartą na funkcji Cobba-Douglasa (porównaj wzór (3)). Uzyskane rezultaty zestawiono w tabeli 3.

Jak łatwo zauważyć efektywności uzyskane w podejściu nieparametrycznym są wyższe niż te ocenione według metody kombinowanej. W rezultacie, według metody DEA+AR^M żaden kraj nie osiągnął efektywności maksymalnej, ale w obu

podejściach rolnictwo Holandii i Danii zajmuje pozycję czołową. Natomiast efektywność najniższą w obu podejściach uzyskała Słowenia (tylko ok. 38% efektywności maksymalnej w metodzie nieparametrycznej i w metodzie kombinowanej).

Tabela 3. Oceny efektywności technicznej produkcji rolniczej w UE

DEA		DEA+AR ^M	
Kraj (liczba regionów)	TE	Kraj (liczba regionów)	TE
Holandia (1)	1	Holandia (1)	0,867
Dania (1)	1	Dania (1)	0,799
Czechy (1)	0,894	Hiszpania (17)	0,756
Słowacja (1)	0,876	Belgia (2)	0,753
Belgia (2)	0,853	Włochy (21)	0,726
Niemcy (14)	0,845	Niemcy (14)	0,710
Hiszpania (17)	0,834	Francja (22)	0,679
Włochy (21)	0,828	Wielka Brytania (6)	0,646
Francja (22)	0,799	Grecja (4)	0,629
Wielka Brytania (6)	0,742	Luksemburg (1)	0,621
Grecja (4)	0,700	Czechy (1)	0,615
Estonia (1)	0,665	Szwecja (3)	0,583
Szwecja (3)	0,660	Malta (1)	0,556
Luksemburg (1)	0,650	Austria (1)	0,548
Malta (1)	0,646	Słowacja (1)	0,544
Austria (1)	0,632	Węgry (7)	0,524
Węgry (7)	0,614	Estonia (1)	0,521
Portugalia (5)	0,608	Irlandia (1)	0,493
Cypr (1)	0,605	Portugalia (5)	0,464
Irlandia (1)	0,595	Litwa (1)	0,462
Łotwa (1)	0,505	Polska (4)	0,457
Litwa (1)	0,498	Łotwa (1)	0,434
Finlandia (4)	0,486	Finlandia (4)	0,432
Polska (4)	0,478	Cypr (1)	0,430
Słowenia (1)	0,380	Słowenia (1)	0,375

Źródło: obliczenia własne

Porównując oba uzyskane rankingi można również zauważyć, że wśród państw rolniczo najefektywniejszych znalazło się pięć państw, które podpisały Traktaty Rzymskie i tym samym najdłużej funkcjonują w ramach wspólnie

prowadzonej polityki rolnej. Wyjątek stanowią tu Czechy i Słowacja, które w rankingu według metody DEA uplasowały się na trzeciej i czwartej pozycji osiągając blisko 90% efektywności maksymalnej jaką można było osiągnąć w roku 2005. Rolnictwo w obu tych krajach uznawane jest za wielkoobszarowe, a jak wynika z metody DEA ich efektywność została wyznaczona w oparciu o porównanie wyników z osiągnięciami przeciętnych gospodarstw funkcjonujących w niemieckiej Turyngii i francuskiej Szampanii. Uzyskanym ocenom efektywności dla rolnictwa Czech i Słowacji w metodzie DEA towarzyszą jednak duże wartości wskaźników osłabiających nakłady (tzw. *input slaks*), zgodnie z którymi wykazane wyniki produkcyjne w obu tych krajach byłyby możliwe do osiągnięcia przy ograniczeniu zaangażowania siły roboczej o 70% w Słowacji i 63% w Czechach. W rezultacie oznacza to, że oceny efektywności dla tych krajów w metodzie DEA zostały znacznie zawyżone. Warto również zaznaczyć, że wskaźniki osłabiające w metodzie DEA towarzyszyły również innym regionom, ale w żadnym innym przypadku nie redukowały nakładów w tak dużym zakresie. Fakty te powodują, że do ocen efektywności wynikających bezpośrednio z metody DEA nie należy podchodzić bezkrytycznie, ale z uwzględnieniem informacji dodatkowych. Od tej wady wolne jest podejście kombinowane, bo ocena efektywności wyznaczana jest tu w oparciu o graniczną funkcję produkcji, która tylko częściowo wykorzystuje wyniki metody DEA.

PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono cztery propozycje oszacowania granicznej funkcji produkcji. Są to metody: MOLS, COLS, DEA+AR^C, DEA+AR^M. Dwie pierwsze polegają na prostych modyfikacjach funkcji produkcji wstępnie oszacowanej metodą regresji. Natomiast dwie ostatnie reprezentują podejście kombinowane, w którym wyniki analizy nieparametrycznej DEA są następnie wykorzystywane w analizie regresji.

Działanie wymienionych wyżej metod pokazano na przykładzie obejmującym wyniki produkcji rolniczej uzyskane w roku 2005 przez przeciętne gospodarstwa reprezentujące 122 regiony UE. W analizie uwzględniono dwa podstawowe czynniki produkcji, tj. pracę i kapitał, oraz jedną zmienną wynikową reprezentowaną przez łączną wartość produkcji rolniczej.

Wybór najlepszego podejścia oparto na ocenie zgodności uzyskanych oszacowań efektywności produkcji. Za miarę zgodności oszacowań przyjęto współczynnik korelacji Pearsona. Chociaż przy takim założeniu naturalną przewagę uzyskują podejścia kombinowane, to jednak wybór pomiędzy metodami DEA+AR^C, DEA+AR^M nie jest oczywisty. Analiza współczynników korelacji w analizowanym przykładzie wskazała na pewną przewagę metody DEA+AR^M nad metodami pozostałymi.

Wyniki uzyskane w analizowanym przykładzie pozwalają także wyprowadzić pewne wnioski ekonomiczne. W każdym otrzymanym oszacowaniu

funkcji produkcji elastyczność kapitału jest ponad cztery i półkrotnie wyższa niż elastyczność siły roboczej, a elastyczność skali jest nieco mniejsza od jedności. Ponadto, graniczną funkcję produkcji oszacowaną głównie na podstawie regionów/gospodarstw najefektywniejszych charakteryzuje większa elastyczność pracy niż funkcji produkcji dla regionów/gospodarstw mniej efektywnych.

Na podstawie ocen efektywności uzyskanych dla poszczególnych regionów, a wyznaczonych metodą nieparametryczną DEA i metodą kombinowaną DEA+AR^M, oceniono również efektywność produkcji rolniczej na poziomie krajowym. Dwa w ten sposób uzyskane rankingi dwudziestu pięciu krajów członkowskich UE okazały się tylko częściowo zgodne, ale dla dwunastu państw rangi były nadawane w oparciu o efektywności przeciętne (wyznaczone w oparciu o wartości efektywności dla kilku regionów). Próbę wyjaśnienia przyczyn największych różnic, dotyczących Czech i Słowacji, podjęto na podstawie analizy dodatkowych informacji dostarczanych przez metodę DEA. W świetle przedstawionych uwag, wydaje się, że oceny efektywności wynikające z metody kombinowanej DEA+AR^M, a w konsekwencji również i uzyskany ranking krajów, są bliższe stanowi faktycznemu.

LITERATURA

- Aigner D. J., Chu S. F. (1968) On estimating the industry production function, *American Economic Review*, 58, 226-239.
- Afriat S. (1972) Efficiency estimation of production function, *International Economic Review*, 13(3), 568-598.
- Arnold V. L., Bardham I. R., Cooper W. W., Kumbhakar S. C. (1996) New uses of DEA and statistical regression for efficiency evaluation and estimation – with an illustrative application to public secondary schools in Texas, *Annals of Operations Research*, 66, 225-277.
- Charnes A., Cooper W. W., Rhodes E. (1978) Measuring the efficiency of decision making units, *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Farrell M. J. (1957) The measurement of productive efficiency of production, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 120(III), 253-281.
- Førsund F. R., Sarafoglou N. (2002) On the origins of data envelopment analysis, *Journal of Productivity Analysis*, 17, 23-40.
- Greene W. H. (2008) The econometric approach to efficiency analysis. In *The Measurement of Productive Efficiency and Productive Growth*, Fried H., Lovell K. Schmidt S., eds., Oxford University Press, Oxford New York.
- Thanassoulis E., Portela M., Despić O. (2008) Data envelopment analysis: the mathematical programming approach to efficiency analysis. In *The Measurement of Productive Efficiency and Productive Growth*, Fried H., Lovell K. Schmidt S., eds., Oxford University Press, Oxford, New York.
- Theil H. (1979) *Zasady ekonometrii*, PWN, Warszawa.
- Timmer P. (1971) Using a probabilistic frontier production function to measure technical efficiency, *Journal of Political Economy*, 79, 776-794.
- Welfe W., Welfe A. (2004) *Ekonometria stosowana*, PWN, Warszawa.

The combined estimation of the frontier production function

Abstract: In the study the combined method of estimation of the frontier production function has been presented. In that solution a standard parametric approaches based on regression analysis and non-parametric approaches connected with mathematical programming techniques were used. Additional remarks specifying the practical using of this method were also supplemented. Using of the method was illustrated on the example of agriculture of individual European Union regions. In that study differences in the effectiveness of agricultural production between various members of EU were also shown.

Key words: DEA, regression analysis, frontier production function, agriculture, EU

OCENA JAKOŚCI PROCESÓW GOSPODARCZYCH Z UWZGLĘDNIENIEM DANYCH LINGWISTYCZNYCH

Ryszard Budziński, Olga Pilipczuk

Instytut Informatyki w Zarządzaniu, Uniwersytet Szczeciński
e-mails: rbudzinski@wi.ps.pl, olga.pilipczuk@wneiz.pl

Streszczenie: Zagadnienia poruszane w artykule związane są z analizą i oceną jakości procesów usługowych. W przypadku badania procesów przedsiębiorstw produkcyjnych szczególną uwagę zazwyczaj poświęca się analizie efektywności. Jednak procesy usługowe wymagają innego spojrzenia, spojrzenia od strony jakości. W artykule przedstawiono metodę zawierającą wszechstronne podejście do analizy jakości procesów usługowych, bazujące na integracji kilku metod klasycznych z dodaniem nowych elementów, dzięki czemu metoda pozwala przeanalizować jakość procesu z różnych punktów widzenia.

Słowa kluczowe: proces gospodarczy, strefa tolerancji, zbiory przybliżone, dane lingwistyczne

WSTĘP

Jednym z głównych parametrów procesu jest jego jakość. Ważność określenia tego parametru, a także opracowanie metod jego mierzenia, potwierdza literatura przedmiotu [Muller R. i in. 2000], [Gabryelczyk R. 2000], [Repin W. i in. 2004]. Według Feigenbauma „jakość stała się samodzielną, najważniejszą siłą wiodącą do sukcesu i rozwoju firmy na rynku krajowym i zagranicznym” [Bendell T. i in. 2003].

Problem oceny jakości procesów usługowych jest problemem bardzo trudnym do rozwiązania, ponieważ charakteryzuje się wysokim stopniem niepewności i zmienności. Według Bendella i Boultera wprowadzenie w sektorze usługowym koncepcji zarządzania jakością jest trudne z powodu słabej systematyzacji, niejednoznacznej definicji procesów biznesu oraz małej możliwości porównania procesów z procesami innych organizacji (benchmarkingu). Problem ten jest jednak coraz powszechniej dostrzegany i coraz

większa grupa analityków usiłuje sobie z nim poradzić. Powstaje więc pytanie: jak ocenić jakość procesu gospodarczego w organizacji usługowej?

KRÓTKI ZARYS METODY OCENY JAKOŚCI PROCESÓW GOSPODARCZYCH

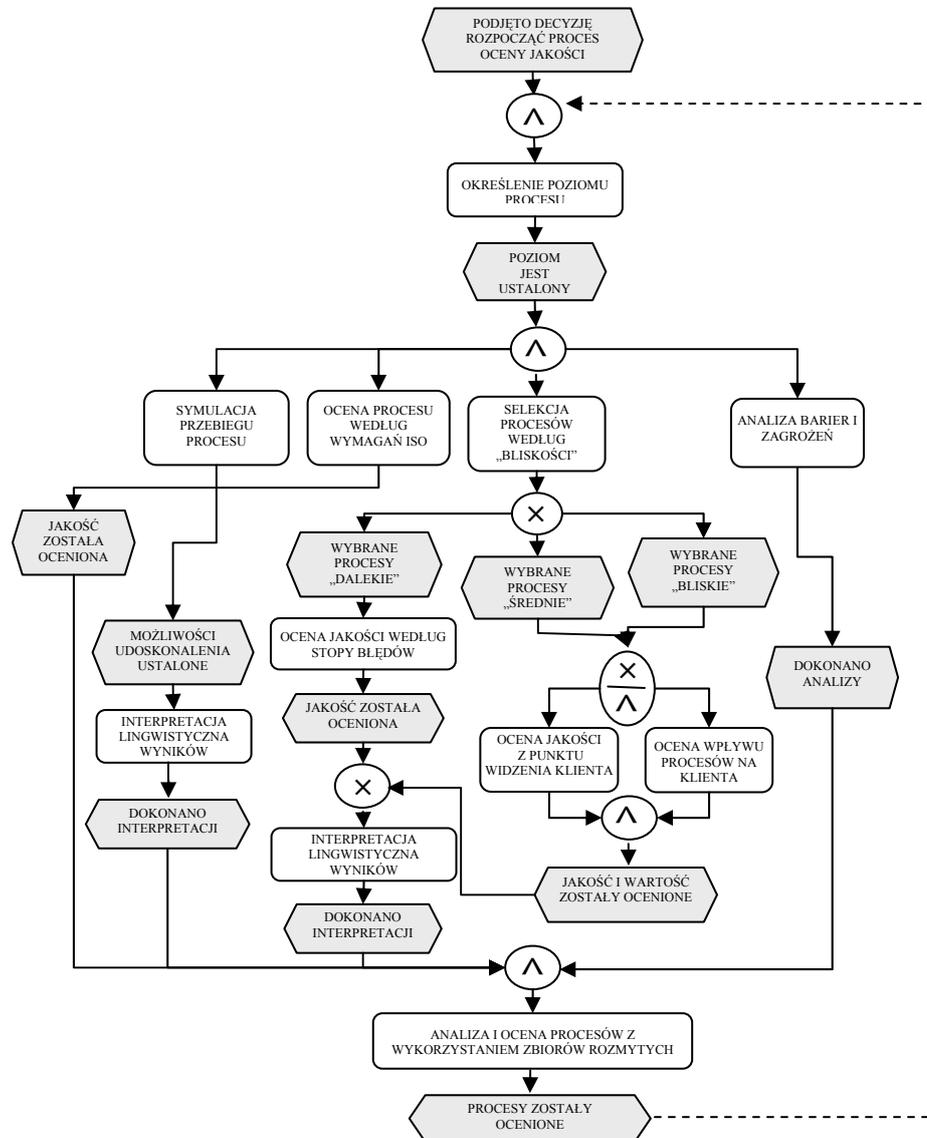
W celu podania odpowiedzi na postawione pytanie została podjęta próba integracji kilku klasycznych koncepcji oceny jakości procesów gospodarczych w celu opracowania nowej kompleksowej metody dla organizacji usługowych. Taka kompleksowa analiza ma na celu diagnozę stanu jakości każdego procesu według opinii klientów, zgodnie z normami zewnętrznymi i wewnętrznymi według parametrów procesu.

W rezultacie przeprowadzenia dogłębnej analizy metod klasycznych oceny jakości procesów usługowych zostały wybrane następujące czynniki wpływające na podjęcie decyzji o przeprojektowaniu procesu: bliskość procesu do klienta; jakość procesu z punktu widzenia klienta/stopa występowania błędów; jakość procesu według wymagań ISO; siła wpływu procesu na klienta (wartość procesu); poziom procesu; możliwość udoskonalenia procesu (czas i koszt procesu); bariery i zagrożenia realizacji procesu. Niektóre z tych czynników nie mogą zostać opisane za pomocą wartości numerycznych. Z tego powodu w celu integracji danych w metodzie zastosowano procedurę interpretacji lingwistycznej. W wyniku analizy procesów otrzymujemy ocenę lingwistyczną rozmiaru potrzeby usprawnienia procesu. Szczegółowy opis interpretacji lingwistycznej zawarty jest we wcześniejszych pracach [Pilipczuk O. 2006], [Pilipczuk O. 2008].

Na rysunku 1 zaprezentowano algorytm leżący u podstaw metody. Pierwszym krokiem jest ustalenie poziomu każdego z procesów. Dalej należy przeprowadzić selekcję procesów ze względu na ich bliskość do klienta. Procesy bliskie klienta (skierowane na klienta) – to takie procesy, koniecznym odbiorcą wyniku realizacji których jest klient zewnętrzny. Koniecznym odbiorcą wyniku realizacji procesów „dalekich” jest osoba wewnętrzna, czyli pracownik lub dział badanej organizacji. Jakość procesów „bliskich” i procesów „średnich” oceniana jest z punktu widzenia klienta z wykorzystaniem teorii zbiorów przybliżonych. Tutaj również mamy możliwość określenia siły wpływu każdego procesu na klientów, czyli wartości tego procesu dla klienta. Jakość procesów dalekich, które nie mają wpływu na klientów, oceniana jest na podstawie stopy występowania błędów. Gdy jakość z punktu widzenia klienta oraz poziom procesu są ustalone, należy przeprowadzić symulacje przebiegów procesów i ustalić możliwość ich udoskonalenia za względu na czas, koszt, zasoby ludzkie itd. Następnym krokiem jest analiza barier i zagrożeń dla procesów. Rezultatem opisanych powyżej działań powinno zostać podanie oceny lingwistycznej każdego z tych czynników.

Na osobną uwagę zasługuje ocena jakości z punktu widzenia klienta.

Rysunek 1. Algorytm oceny jakości procesów usługowych



Źródło: opracowanie własne

PROCEDURA OCENY JAKOŚCI PROCESU Z PUNKTU WIDZENIA KLIENTA

Procedura określenia jakości przez klienta polega na idei integracji pojęć procesów gospodarczych, analizy czynników kluczowych, strefy tolerancji oraz

zbiorów przybliżonych. Efektem końcowym integracji jest ocena lingwistyczna jakości procesu.

Podstawowe etapy procedury oceny jakości procesów usługowych:

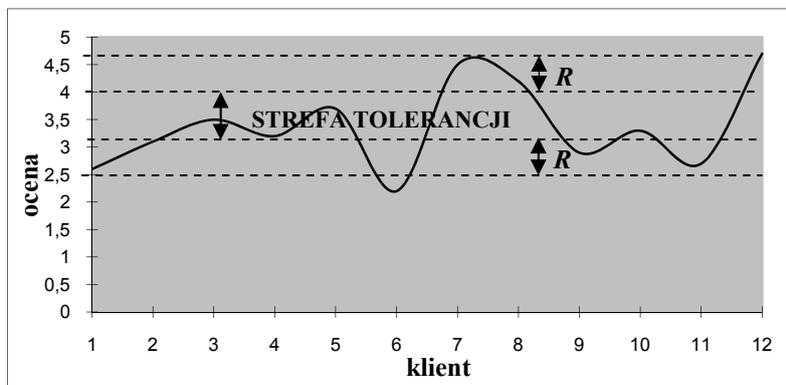
1. Wybór czynników krytycznych przy pomocy ekspertów.
2. Dopasowanie czynników do wyjść procesów gospodarczych. Na tym etapie wybieramy te czynniki, które mają związek z procesami biznesu. Bardzo ważnym momentem tutaj jest nadanie takiej nazwy czynnikowi, która byłaby zrozumiała dla klienta i jednocześnie jasno odzwierciedlała rezultat realizacji procesu.
3. Sporządzenie ankiety. Ankieta zawiera dwie grupy pytań. Najpierw klienci powinni ocenić jakość poszczególnych czynników wpływających na jakość usługi według skali lingwistycznej. Pytania z drugiej części ankiety dotyczą oceny chęci ponownego skorzystania z usług firmy, czyli sprawdzono lojalność każdego z klientów.
4. Wypełnienie ankiety przez klientów.
5. Analiza danych za pomocą zbiorów przybliżonych.

Zbiór otrzymanych danych przedstawiany jest w postaci tablicy, której kolumny są etykietowane przez atrybuty (czynniki) q należące do zbioru Q , wiersze odpowiadają obiektom u ze zbioru U (klienci), a na przejściu wiersza i kolumny znajduje się wartość odpowiedniego atrybutu a (ocena czynnika podana przez klienta). Atrybuty decyzyjne oznaczamy jako d . Taka tabela z danymi nazywana jest tabelą informacyjną.

Najpierw należy zrobić obliczenia według standardowej procedury postępowania w zbiorach przybliżonych, czyli najpierw wyznaczyć elementarne zbiory decyzyjne, określić dolną oraz górną aproksymację zbiorów, a później określić dokładność i jakość przybliżenia [Lin T. Y. i in. 1997], [Mrózek A., i in. 1999], [Pawlak Z. 1982]. Jakość i dokładność przybliżenia pomagają ustalić o ile dane, którymi dysponujemy są dokładne i pewne. Ponadto jakość przybliżenia zaangażowana jest w proces obliczenia współczynników istotności, czyli w ocenę wartości procesu dla klienta.

6. Obliczenie granic strefy tolerancji (T) i strefy ryzyka (R). Strefa tolerancji - jest to stopień odchylenia jakości od normy jaki klienci zaakceptują. Jeżeli jakość usługi nie jest zgodna z minimalnymi oczekiwaniami pojawia się niezadowolenie. Jeżeli jakość usługi przekroczy poziom usługi pożądaną pojawia się satysfakcja.

Rysunek 2. Ilustracja przykładowa strefy tolerancji i strefy ryzyka



Źródło: opracowanie własne

W celu określenia strefy tolerancji wybieramy wiersze z tabeli informacyjnej z atrybutem decyzyjnym d_2 . Czyli bierze się pod uwagę decyzje, w przypadku których klienci nie są pewni swojej przyszłej lojalności.

Ustalenie granic strefy tolerancji możliwe jest poprzez obliczenie uśrednionej liczby ocen, uzyskanych od każdego klienta.

$$S_i = \frac{\sum_{j=1}^n a_{i,j}}{n}, \quad \overline{i = 1, m}; \quad (1)$$

gdzie: $a_{i,j}$ – ocena j – tego czynnika podana przez i – tego klienta;
 n – ilość czynników;
 m – liczba klientów.

Strefa tolerancji ma swoje granice, czyli wartość minimalną (poziom oczekiwaną) i maksymalną (poziom pożądaną). Wartość maksymalna jest to największa ocena z pośród wszystkich średnich ocen S_i z atrybutem decyzyjnym d_2 . Analogicznie wartość minimalna jest najmniejszą oceną z pośród wszystkich średnich ocen S_i z atrybutem decyzyjnym d_2 .

$$T = \{t_i\}; \quad t_i \in [t_{i\min}, t_{i\max}]; \quad (2)$$

gdzie: t_i – średnia ilość punktów dla każdego z wierszy, należącego do T ;

$t_{i\min}$ – minimalne znaczenie t_i ;

$t_{i\max}$ – maksymalne znaczenie t_i .

Dalej przechodzimy do wyznaczenia strefy ryzyka. Przez strefę ryzyka rozumiano strefę, w granicach której opinie klientów są sprzeczne lub decyzje nie są logiczne. Takie sytuacje zdarzają się pod wpływem faktorów zewnętrznych, niemających związku z działalnością organizacji usługowej. Strefa ryzyka – (R) dzieli się na 2 części: górną i dolną.

$$R = \{r_i, \hat{r}_i\} ; r_i \in [\hat{r}_{i\min}, \hat{r}_{i\max}] \cup [r_{i\min}, r_{i\max}] \quad (3)$$

gdzie:

\hat{r}_i - elementy należące do dolnej części strefy ryzyka,

r_i - elementy należące do górnej części strefy ryzyka,

$\hat{r}_{i\min}$ - minimalna wartość z dolnej części strefy ryzyka,

$r_{i\max}$ - maksymalna wartość z dolnej części strefy ryzyka,

$r_{i\min}$ - minimalne znaczenie z górnej części strefy ryzyka,

$\hat{r}_{i\max}$ - maksymalne znaczenie z górnej części strefy ryzyka.

Po ustaleniu granic strefy tolerancji i strefy ryzyka można przejść do oceny jakości każdego procesu gospodarczego:

$$\hat{S}_j = \sum_{i=1}^m a_{i,j} / m, \quad \overline{j=1, n} \quad (4)$$

gdzie:

a_{ij} - ocena podana przez klienta,

m - ilość klientów,

n - ilość czynników,

i - klient,

j - czynnik.

W celu dokonania interpretacji lingwistycznej należy uwzględnić otrzymane wartości według poniższej skali: bardzo wysoka – $(r_{i\max}; 5]$; wysoka – $[r_{i\min}; r_{i\max}]$; średnia – $[t_{i\min}; t_{i\max}]$; niska – $[\hat{r}_{i\min}; \hat{r}_{i\max}]$; bardzo niska – $[1; \hat{r}_{i\min})$.

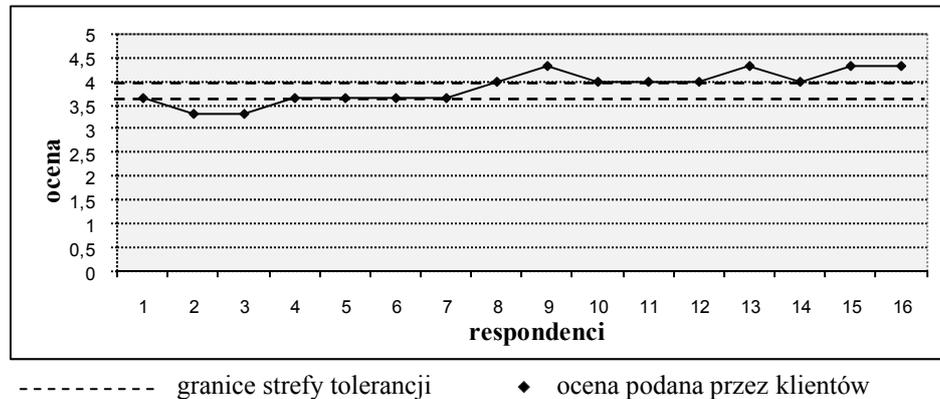
SPRAWDZENIE UŻYTECZNOŚCI METODY

Sprawdzenie użyteczności metody (a mianowicie tej części, która dotyczy analizy jakości z punktu widzenia klienta) zostało zrealizowane na przykładach dwóch typów przedsiębiorstw: prywatnego ośrodka rekreacyjno-sportowego, oraz Powiatowego Urzędu Pracy.

Najważniejszym działem w Urzędzie Pracy z punktu widzenia klientów jest dział, który zajmuje się doradztwem zawodowym - Dział Rynku Pracy. Działalność działu można opisać za pomocą następujących procesów gospodarczych: przyjmowanie ofert od pracodawców; edukacja i rozwój personelu; wyszukiwanie bezrobotnych, spełniających oczekiwania pracodawcy; rejestrowanie nowych bezrobotnych; stymulowanie pracy personelu; skierowanie pracownika na szkolenie.

Ponieważ klientami urzędu są jak pracodawcy tak i bezrobotni, przeprowadzono dwa odrębne badania dla każdej z grup. Badanie opinii pracodawcy opiera się na określeniu poziomu zadowolenia z przyjmowania ofert q_1 , kompetencji personelu q_2 , zadowolenia z dobranych pracowników q_3 .

Rysunek 3. Strefa tolerancji Urzędu Pracy (badanie opinii pracodawców)



Źródło: obliczenia własne

Dalej zaprezentowano wyniki analizy strefy tolerancji usługi. Strefa tolerancji znajduje się w przedziale: $t_i \in [3,66; 4]$ jak pokazano na Rys.3. Skala jakości przyjmie następującą postać: Bardzo niska [1; 3,33); niska [3,33; 3,66); średnia [3,66; 4,0); wysoka (4,0; 4,33); bardzo wysoka (4,33; 5,0].

Na podstawie otrzymanej skali określamy jakość procesów gospodarczych i przeprowadzamy interpretację lingwistyczną:

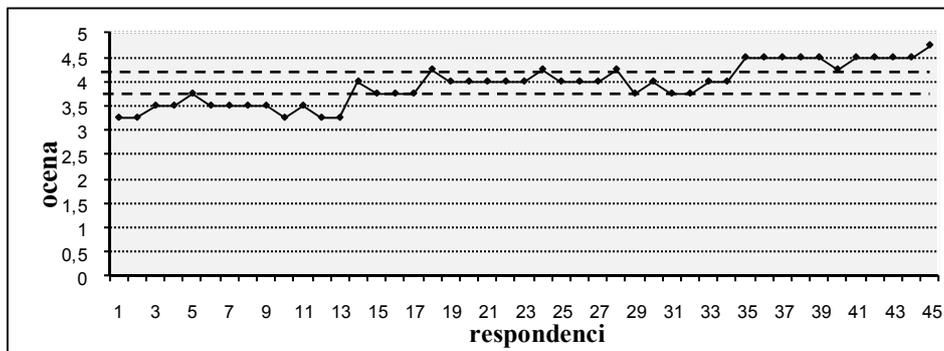
$$\hat{S}_1 = \sum a_{1,j} = 3,375; \quad 3,33 \leq 3,375 < 3,66; \quad \text{więc jakość } q_1 \text{ jest niska;}$$

$$\hat{S}_2 = 4,5; \quad 4,33 < 4,5 \leq 5,0; \quad \text{więc jakość } q_2 \text{ jest bardzo wysoka;}$$

$$\hat{S}_3 = 3,81; \quad 3,66 \leq 3,81 \leq 4,0; \quad \text{więc jakość } q_3 \text{ jest średnia.}$$

Badanie opinii bezrobotnych opiera się na określeniu następujących atrybutów warunkowych: poziomu zadowolenia z rejestracji danych q_4 , kompetencji personelu q_5 , zadowolenia ze szkolenia q_6 , zadowolenia ze zlecenia pracy, czyli z pracodawcy q_7 .

Rysunek 4. Strefa tolerancji Urzędu Pracy (badanie opinii bezrobotnych)



----- granice strefy tolerancji ◆ ocena podana przez klientów

Źródło: obliczenia własne

Poniżej przedstawiono wyniki oceny jakości na podstawie opinii bezrobotnych.

$$t_i \in [3,75; 4,25];$$

Bardzo niska [1; 3,25); Niska [3,25; 3,75); Średnia [3,75; 4,25];
 Wysoka (4,25; 4,75]; Bardzo wysoka (4,75; 5,0].

$\hat{S}_4 = 3,40$; $3,25 \leq 3,40 < 3,75$, więc jakość q_4 jest niska;
 $\hat{S}_5 = 4,42$; $4,25 < 4,42 \leq 4,75$, więc jakość q_5 jest wysoka;
 $\hat{S}_6 = 4,09$; $4,25 < 4,09 \leq 4,75$, więc jakość q_6 jest wysoka;
 $\hat{S}_7 = 3,91$; $3,75 \leq 3,91 \leq 4,25$, więc jakość q_7 jest średnia.

Drugie przedsiębiorstwo wybrane w celu sprawdzenia użyteczności metody – to prywatny ośrodek rekreacyjno-sportowy. Działalność kompleksu można opisać za pomocą następujących procesów gospodarczych: proces marketingu: analiza potrzeb klientów, komunikacja marketingowa; obsługa klientów, zarządzanie zasobami ludzkimi: edukacja i rozwój personelu; zarządzanie wydajnością i stymulowaniem pracy, zaopatrzenie, planowanie sprzedaży.¹

$$t_i \in [3,14; 3,66]$$

Dla badanego ośrodka ta skala przyjmie następującą postać: Bardzo wysoka (4,16; 5]; wysoka (3,66; 4,16]; średnia [3,33; 3,66]; niska [3,14; 3,33]; bardzo niska [1; 3,14).

Dalej obliczamy charakterystykę lingwistyczną jakości dla każdego procesu.

¹ W badaniu wykorzystano klasyfikację procesów według Amerykańskiego Centrum Wydajności i Jakości.

$\hat{S}_1 = \sum a_{1,j} = 3,55$	$3,33 \leq 3,55 \leq 3,66$; więc jakość q_1 jest średnia,
$\hat{S}_2 = 3,72$;	$3,66 < 3,72 \leq 4,16$; więc jakość q_2 jest wysoka,
$\hat{S}_3 = 4,44$;	$4,16 < 4,41 \leq 5,0$; więc jakość q_3 jest bardzo wysoka,
$\hat{S}_4 = 3,03$;	$1 \leq 3,03 < 3,14$; więc jakość q_4 jest bardzo niska,
$\hat{S}_5 = 3,61$;	$3,33 \leq 3,61 \leq 3,66$; więc jakość q_5 jest średnia,
$\hat{S}_6 = 3,36$;	$3,33 \leq 3,36 \leq 3,66$; więc jakość q_5 jest średnia,
$\hat{S}_7 = 3,55$;	$3,33 \leq 3,55 \leq 3,66$; więc jakość q_7 jest średnia.

ZAKOŃCZENIE

Przeprowadzone badania dowiodły, że zastosowanie zbiorów przybliżonych w procesie analizy i oceny procesów gospodarczych pozwala na uzyskanie nie tylko oceny ilościowej jakości procesu gospodarczego, ale również na przeprowadzenie interpretacji lingwistycznej poprzez określenie strefy tolerancji i strefy ryzyka usługi.

LITERATURA

- Alexander J., Hill N., (2003) Pomiar satysfakcji i lojalności klientów, Oficyna Ekonomiczna, Kraków.
- Bendell T., Boulter L., (2003) Benchmarking, Wydawnictwo Profesjonalnej Szkoły Biznesu, Krakow.
- Gabryelczyk R., (2000) Reengineering: Restrukturyzacja procesowa przedsiębiorstwa, Wydział Nauk Ekonomicznych UW, Warszawa.
- Lin T.Y., Cercone N., (1997) Rough Sets and Data Mining. Analysis of imprecise data. Kluwer Academic Publishers. Boston. Dordrecht. London.
- Mrózek A., Płonka L., (1999) Analiza danych metodą zbiorów przybliżonych, Akademicka Oficyna Wydawnictwa PLJ, Warszawa.
- Pawlak Z., (1982) Rough Sets, International Journal of Information and Computer Science, Vol.11, No.341, ss. 341-356.
- Pilipczuk O., (2008) The business process analysis based on fuzzy sets theory, Polish Association of Knowledge Management, N15, Polska, Bydgoszcz, ss.82-91.
- Pilipczuk O., (2006) Analiza i ocena jakości usług przedsiębiorstwa w celach reengineeringu, Polskie Towarzystwo Badań Operacyjnych i Systemowych Instytut Badań Systemowych Polskiej Akademii Nauk, Uniwersytet Szczeciński, Wydział Nauk Ekonomicznych i Zarządzania „Badania operacyjne i systemowe, Wiedza systemowa dla rozwoju regionów i przedsiębiorstw w Polsce, Polska. ss.123-132.
- Repin W.W., Eliferow W. G., (2004) Procesnyi podchod k upravleniu, RIA “Standarty i kaczestwo”, Moskwa.

The business process quality assessment including linguistic data

Abstract: The article demonstrates the method that contains a comprehensive approach to analyze the quality of service processes, based on the integration of several classic methods and adding new elements, so the method can examine the process quality from different points of view. This comprehensive analysis aims to make the diagnosis of the quality status of each process and its continuous improvement. The most important element of the method is the quality assessment from the viewpoint of the customer, which can be made by using the zone of tolerance.

Key words: business process, zone of tolerance, rough sets, linguistic data

MODEL SYSTEMU REKRUTACJI PRACOWNIKA Z WYKORZYSTANIEM LINGWISTYCZNEJ BAZY WIEDZY

Ryszard Budziński, Arkadiusz Sokal

Katedra Inżynierii Systemów Informatycznych ZUT Szczecin
e-mails: rbudzinski@wi.ps.pl; asokal@wi.ps.pl

Streszczenie: W procesie rekrutacji właściwy opis wymagań oraz stworzenie profilu osobowego kandydata przyczynia się do zainteresowania wakatem osób, które potencjalnie mogą spełniać oczekiwania pracodawcy. Ustalenie w początkowym etapie kryteriów oceny kandydata pozwala w jasny i obiektywny sposób przeprowadzić rekrutację. Celem pracy jest przedstawienie modelu, który umożliwia ocenę na podstawie ustalonych kryteriów w formie lingwistycznej bazy wiedzy oraz zweryfikowanie wyników w odniesieniu do kryterium liniowego.

Słowa kluczowe: lingwistyczna baza wiedzy, zmienne lingwistyczne, rekrutacja pracownika

REKRUTACJA PRACOWNIKA

Przez wiele lat organizacje zwykły mawiać „nasi ludzie są naszą największą siłą”. Ale jedynie niewiele spośród nich potrafiło zoptymalizować i połączyć procesy ludzkie, polityki i systemy, aby wydobyć z tej „największej siły” to, co najlepsze. Dzisiaj walka o talenty stała się rzeczywistością. Organizacje zdolne przyciągnąć, utrzymać i rozwijać talenty w obszarach swojej działalności są tymi, które prosperują. Organizacje, które tego nie potrafią, muszą się tego nauczyć – albo przegrają z konkurencją.¹

Proces pozyskiwania pracowników firmy powinien odbywać się w kolejno po sobie następujących etapach:²

¹ http://www.roc-group.pl/pages/solutions-business_transformation/pl

² G. Maniak, Wprowadzenie do zarządzania zasobami ludzkimi, Zachodniopomorska Szkoła Biznesu, Szczecin 2001.

1. sformułowanie potrzeb kadrowych wynikających ze strategii firmy i ocena aktualnego stanu kadrowego – planowanie potrzebnych zasobów ludzi,
2. rekrutacja kandydatów do pracy,
3. selekcja właściwej osoby spośród kandydatów do pracy.

Zły sposób prowadzenia rekrutacji do firmy uwidacznia się w kosztach odroczonej, powstających w wyniku zatrudnienia nieodpowiednich pracowników na określonych stanowiskach pracy, co może w przyszłości prowadzić do słabych wyników finansowych, gorszej jakości produkcji, marnotrawstwa, niepełnego wykorzystania czasu pracy, absencji i płynności pracowniczej, a co za tym idzie pogorszenia kondycji całej firmy.³

Jak istotny jest właściwy dobór pracowników świadczą badania prowadzone przez K. Sveiby'ego, a przytoczone przez J. Czekaja i M. Jabłońskiego. Piszą oni, że kapitał intelektualny może determinować aż do 75% wartości dodanej organizacji w przypadku, gdy konsument jest źródłem powodzenia firmy na rynku.⁴ W czasach, w których występuje nadprodukcja wszystkiego, czego człowiek zapagnie, jedynym sposobem na przetrwanie firmy jest ciągły postęp poprzez wprowadzanie innowacji. Innowacyjność mogą zapewnić tylko twórczy pracownicy. Większość przedsiębiorstw poszukuje ich bezskutecznie, gdyż podaż na rynku jest o wiele mniejsza od zapotrzebowania.⁵ Instytut Rozwoju Kadr przeprowadził badania, z których wynika, że aż 53% firm ma problemy z obsadzeniem co najmniej jednego wakuującego stanowiska. Jednak tylko 44% firm podjęło próby wprowadzenia zmian w swojej polityce i stosowanych praktykach pozyskiwania kadr. Statystyka ta dowodzi konieczności wprowadzania zmian - elastycznych planów rekrutacji pozwalających szybko i skutecznie wybierać odpowiedniego kandydata na poszukiwane stanowisko.⁶

W procesie rekrutacji istotnym z punktu widzenia odpowiedniego doboru kandydatów jest właściwy opis wymagań oraz stworzenie profilu osobowego kandydata. Takie działanie przyczynia się do zainteresowania wakatem osób, które potencjalnie spełniają oczekiwania pracodawcy. Ustalenie w początkowym etapie kryteriów oceny kandydata pozwala w jasny i obiektywny sposób przeprowadzić rekrutację.

W związku z ogromnym potencjałem Internetu, staje się on również powszechnym narzędziem pracy działów HR. Naturalnym wydaje się, iż wkrótce w powszechnym użytku znajdą się także elektroniczne formy rekrutacji.

³ G. Maniak, Wprowadzenie do zarządzania zasobami ludzkimi, Zachodniopomorska Szkoła Biznesu, Szczecin 2001.

⁴ prof. dr hab. J. Czekaj, mgr M. Jabłoński, Analiza kapitału intelektualnego organizacji.

⁵ A. Reed, Zarządzanie Zasobami Ludzkimi (HRM), Petit, Warszawa 2002.

⁶ Zasoby ludzkie w firmie, red. A. Sajkiewicz, Poltext, Warszawa 2000.

Celem pracy jest przedstawienie modelu, który umożliwi ocenę kandydata na pracownika na podstawie ustalonych kryteriów w formie lingwistycznej bazy wiedzy oraz zweryfikowanie wyników w odniesieniu do kryterium liniowego.

LINGWISTYCZNA BAZA WIEDZY

Baza wiedzy jest rozbudowanym zbiorem powiązanych ze sobą danych dotyczących określonej dziedziny. W bazie zawarta jest wyekstrahowana od ekspertów wiedza dotycząca określonej dziedziny, zapisana jest za pomocą wybranego sposobu reprezentacji.

Baza wiedzy systemu zawiera w sobie reguły i fakty. Są one wykorzystywane do uzyskiwania rozwiązań w danej dziedzinie.⁷ Fakty, które są elementem bazy, najczęściej istnieją w niej jako zdania oznajmujące, np. Firma poszukuje pracowników. Stwierdzenie to, nazywane faktem, istnieje jako zapis związków pomiędzy obiektami i może się charakteryzować różnymi atrybutami. Drugim elementem w bazie wiedzy są reguły. Zapisywane są one za pomocą operatorów: IF, THEN, AND, OR. Dzięki nim zadawane są pytania o związki pomiędzy obiektami. Po uaktywnieniu reguły fakty są dodawane do bazy wiedzy i wykonywane są odpowiednie akcje.

W opisywanym modelu oceny kandydata na pracownika baza wiedzy została zbudowana w oparciu o zmienne lingwistyczne. Prof. Lotfi Zadeh proponuje następujące pojęcie zmiennej lingwistycznej: "Przez zmienną lingwistyczną rozumiemy zmienną, której wartościami są słowa lub zdania w języku naturalnym lub sztucznym".⁸ Zwykle przyjmuje się następujący szablon związany z pojęciem zmiennej lingwistycznej:

$$\langle X, L_x, X, M_x \rangle \quad (1)$$

gdzie: X - oznacza symboliczną nazwę zmiennej lingwistycznej, np.: wzrost

L_x - zbiór wartości lingwistycznych, które może przyjąć X, np.: dla zmiennej lingwistycznej „wzrost” zbiorem wartości może być {niski, średni, wysoki}

X - rzeczywista, ilościowa dziedzina fizyczna zmiennej X

M_x - funkcja przeliczająca wartości lingwistyczne na elementy ilościowe X.

Opisywanie rozpatrywanego zagadnienia $y = f(x_1, \dots, x_n)$ poprzez konstruowanie lingwistycznej bazy wiedzy przeprowadzone zostało „metodą akwizycji wiedzy z eksperta”⁹. Fakt, że wiedza znajduje się nie tylko w świadomości, ale również w podświadomości eksperta, oraz konieczność przyporządkowania bezwzględnych ocen lingwistycznych do konkretnych sytuacji stanowią trudności w procesie wydobywania i ujawniania wiedzy. Aby zadanie to

⁷ Mulawka J., Systemy ekspertowe, WNT, Warszawa 1996.

⁸ K. Sachpazidu, Podstawy teorii zbiorów rozmytych, [http://www.docstoc.com/docs/25254125/Zbiory-rozmyte-\(fuzzy-sets\)-np](http://www.docstoc.com/docs/25254125/Zbiory-rozmyte-(fuzzy-sets)-np)

⁹ P. Cichosz, Systemy uczące się, WNT, Warszawa, 2000.

ułatwić ekspertowi proces ten zostaje rozłożony na 2 etapy: rankingowania oraz osadzania.¹⁰

DEFINICJE KWANTYFIKATORÓW LINGWISTYCZNYCH

Opracowany model umożliwia ocenę kandydata na podstawie kluczowych dla firmy cech. Analizowanymi cechami będą znajomość języków obcych, obsługa komputera, oczekiwania finansowe kandydata dotyczące wynagrodzenia, prawo jazdy, umiejętności interpersonalne, doświadczenie, wykształcenie oraz cechy osobowościowe.

Poniżej zostały przedstawione powyższe cechy w postaci lingwistycznych funkcji przynależności:

X1 – znajomość języka obcego: słaba (0-2); dobra (ok.5); bardzo dobra (ok.7); płynne posługiwanie się językiem obcym (9-10),

X2 – obsługa komputera: słaba (0-1); dobra (4-6); bardzo dobra (8-10),

X3 – wymagania finansowe: małe (1500-2300); średnie (ok.3200); duże (powyżej 4000),

X4 – prawo jazdy: nie posiada (0); posiada (1),

X5 – umiejętności interpersonalne: niskie (0-1); średnie (3-5); rozwinięte (8-10),

X6 – doświadczenie: małe (0-1 lat); średnie (2-4 lata); duże (7 i więcej lat),

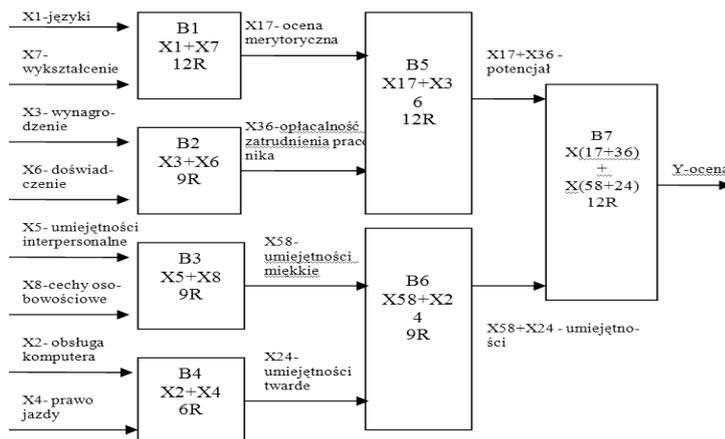
X7 – wykształcenie: średnie (0-1); wyższe (ok.6); podyplomowe (9-10),

X8 – cechy osobowościowe: nie przekonywujące (0-2); pozytywne (ok.5); wysoce pożądane (8-10).

¹⁰A. Piegat. Modelowanie i Sterowanie Rozmyte. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 1999.

**PLAN AGREGACJI CZYNNIKÓW WEJŚCIOWYCH
Z WYKORZYSTANIEM POŚREDNICH BAZ REGUŁ DECYZYJNYCH**

Rysunek 1 – Dekompozycja lingwistycznej bazy wiedzy



Źródło: opracowanie własne

Cechy X2, X3, X5, X6, X7, X8 posiadają po 3 oceniające je kwantyfikatory, cecha X1 posiada 4, a cecha X4 posiada 2 kwantyfikatory. Sumarycznie dałoby to $4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 5832$ kombinacji tych wartości. W celu uproszczenia i zwiększenia przejrzystości modelu dokonano dekompozycji bazy wiedzy na siedem składowych. Zabieg taki pozwala na zmniejszenie ilości reguł do 69.

Do opracowania poniższych baz wykorzystano metodę rankingową.

B1 - Baza wiedzy B1 łączy cechy X1 (znajomość języków obcych) i X7 (wykształcenie) dając podstawy do oceny merytorycznego przygotowania kandydata. Otrzymano w ten sposób cechę X17, której wartości są opisane za pomocą trzech kwantyfikatorów lingwistycznych.

Tabela 1. X17 – ocena merytoryczna

X1\X7	Śr	W	P	Osadzanie wartości: braki w wykształceniu(B) 1-4 wykształcenie wystarczające(W) 5-8 oczekiwane wykształcenie(O) 9-12
Sł	B (1)	B (4)	W (7)	
D	B (2)	W (6)	O (9)	
Bd	W (3)	O (8)	O (11)	
P	W (5)	O (10)	O (12)	

Źródło: opracowanie własne

B2 - Baza wiedzy B2 łączy cechy X3 (oczekiwane wynagrodzenie) i X6 (doświadczenie) dając wytyczne do oceny opłacalności zatrudnienia kandydata. Otrzymano w ten sposób cechę X36, której wartości są opisane za pomocą czterech kwantyfikatorów lingwistycznych.

Tabela 2. X36 – opłacalność zatrudnienia pracownika

X3\X6	M	Śr	D	Osadzanie wartości: mała (M) 1-2 średnia(Sr) 3-5 umiarkowana(U) 6-7 duża (D) 8-9
M	Sr (3)	U (6)	D (9)	
Śr	M (2)	U (5)	D (8)	
D	M (1)	Sr (4)	U (7)	

Źródło: opracowanie własne

B3 - Baza wiedzy B3 łączy cechy X5 (umiejętności interpersonalne) i X8 (cechy osobowościowe) dając podstawy do oceny umiejętności miękkich. Otrzymano w ten sposób cechę X58, której wartości są opisane za pomocą trzech kwantyfikatorów lingwistycznych.

Tabela 3. X58 – umiejętności miękkie

X5\X8	N	P	W	Osadzanie wartości: małe (M) średnie (Sr) duże (D)
N	M (1)	M (2)	Sr (4)	
Śr	Sr (3)	Sr (5)	D (7)	
R	Sr (6)	D (8)	D (9)	

Źródło: opracowanie własne

B4 - Baza wiedzy B4 łączy cechy X2 (obsługa komputera) i X4 (prawo jazdy) dając podstawy do oceny umiejętności twardych. Otrzymano w ten sposób cechę X24, której wartości są opisane za pomocą trzech kwantyfikatorów lingwistycznych.

Tabela 4. X24 – umiejętności twarde

X2\X4	N	P	Osadzanie wartości: małe (M) 1-2 średnie (Sr) 3-4 duże (D) 5-6
S	M (1)	Sr (4)	
D	M (2)	D (5)	
Bd	Sr (3)	D (6)	

Źródło: opracowanie własne

B5 - Baza wiedzy B5 łączy cechy X17 (ocena merytoryczna) i X36 (opłacalność zatrudnienia kandydata) dając podstawy do oceny potencjału kandydata. Otrzymano w ten sposób cechę X(17+36), której wartości są opisane za pomocą czterech kwantyfikatorów lingwistycznych.

Tabela 5. X9=X17+X36 – potencjał

X17\X36	M	Sr	U	D	Osadzanie wartości: niewielki (N) 1-2 umiarkowany (U) 3-5 warty zaryzykowania (W) 6-9 duży (D) 10-12
B	N (1)	N (2)	U(3)	U (5)	
W	U (4)	W (6)	W(7)	W (9)	
O	W (8)	D (10)	D(11)	D (12)	

Źródło: opracowanie własne

B6 - Baza wiedzy B6 łączy cechy X58 (umiejętności miękkie) i X24 (umiejętności twarde) dając podstawy do oceny umiejętności kandydata. Otrzymano w ten sposób cechę X(58+24), której wartości są opisane za pomocą trzech kwantyfikatorów lingwistycznych.

Tabela 6. X58+X24 – umiejętności

X58\X24	M	Sr	D	Osadzanie wartości: małe (M) 1-3 średnie (Sr) 4-6 duże (D) 7-9
M	M (1)	M (3)	Sr (6)	
Sr	M (2)	Sr (5)	D (8)	
D	Sr (4)	D (7)	D (9)	

Źródło: opracowanie własne

B7 - Baza wiedzy B7 łączy cechy X(17+36) (potencjał) i X(58+24) (umiejętności) dając podstawy do końcowej oceny kandydata. Otrzymano w ten sposób cechę Y, której wartości są opisane za pomocą pięciu kwantyfikatorów lingwistycznych: niska, średnia, umiarkowanie pozytywna, pozytywna, wysoka.

Tabela 7. y – ocena kandydata na pracownika

X1736\X5824	M	Sr	D	Osadzanie wartości: niska (N) 1-2 średnia (Śr) 3-5 umiarkowanie pozytywna (U) 6-7 pozytywna (P) 8-10 wysoka (W) 11-12
N	N(1)	Sr(3)	U(7)	
U	N(2)	U(6)	P(9)	
W	Sr(4)	P(8)	W(11)	
D	Sr(5)	P(10)	W(12)	

Źródło: opracowanie własne

WYNIKI ZASTOSOWANIA SYSTEMU

Wyniki działania systemu dla 5 kandydatów zostały przedstawione w poniższej tabeli. W poniższej tabeli xi oznaczają:

x1 – znajomość języków obcych
x2 – obsługa komputera
x3 – wymagania finansowe kandydata
x4 – prawo jazdy

x5 – umiejętności interpersonalne
x6 – doświadczenie
x7 – wykształcenie
x8 – cechy osobowościowe

Tabela 8. Wartości Ki po normalizacji

I	K1	K2	K3	K4	K5	KN1	KN2	KN3	KN4	KN5
X1	3	9	6	4	7	0,3	0,9	0,6	0,4	0,7
X2	5	7	8	2	3	0,5	0,7	0,8	0,2	0,3
X3	2200	4500	3100	2500	3500	0,367	0,750	0,517	0,417	0,583
X4	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1
X5	3	6	7	2	7	0,3	0,6	0,7	0,2	0,7
X6	1	6	7	5	2	0,1	0,6	0,7	0,5	0,2
X7	1	7	9	4	6	0,1	0,7	0,9	0,4	0,6
x8	5	4	7	6	3	0,5	0,4	0,7	0,6	0,3

Źródło: opracowanie własne

Wyznaczono liniową funkcję wielokryterialną o następującej postaci:

$$Y = W1X1 + W2X2 + W3(1-X3) + W4X4 + W5X5 + W6X6 + W7X7 + W8X8 \quad (2)$$

Zmienna X3 zmniejsza ocenę kandydata, natomiast pozostałe zmienne zwiększają ją. Wszystkie zmienne muszą być znormalizowane do przedziału 0-1, a suma wag musi wynosić 1. Po ustaleniu wag wzór przyjmuje postać:

$$y = 0,12X1 + 0,13X2 + 0,11(1-X3) + 0,14X4 + 0,12X5 + 0,12X6 + 0,13X7 + 0,13X8$$

Wyniki uzyskane przy użyciu funkcji wielokryterialnej:

$$y_{KN1}=0,44$$

$$y_{KN2}=0,51$$

$$y_{KN3}=0,75$$

$$y_{KN4}=0,35$$

$$y_{KN5}=0,53$$

Do wyznaczenia wartości w lingwistycznej bazie wiedzy wykorzystano operatory:

$$\text{Operator t-normy minimum [MIN]: } \mu A \cap B(x) = \text{MIN}[\mu A(x), \mu B(x)] \quad (3)$$

$$\text{Operator s-normy maksimum [MAX]: } \mu A \cup B(x) = \text{MAX}[\mu A(x), \mu B(x)] \quad (4)$$

Do defuzyfikacji wykorzystano metodę singletonów (metoda wysokości)¹¹ co pozwoliło na otrzymanie następujących wartości dla przedziałów oceny pracownika: niska (N) 0; średnia (Śr) 0,3; umiarkowanie pozytywna (U) 0,5; pozytywna (P) 0,7; wysoka (W) 1.

¹¹ prof. dr hab. inż. W. Koczara, Podstawy logiki rozmytej i regulatorów rozmytych – materiały dydaktyczne.

Tabela 9. Lingwistyczna baza wiedzy

	K1	K2	K3	K4	K5
X1	$\mu_{S11}=0,67$ $\mu_{D1}=0,33$	$\mu_{P1}=1$	$\mu_{D1}=0,5$ $\mu_{Bd1}=0,5$	$\mu_{S11}=0,33$ $\mu_{D1}=0,67$	$\mu_{Bd1}=1$
X2	$\mu_{D2}=1$	$\mu_{D2}=0,5$ $\mu_{Bd2}=0,5$	$\mu_{Bd}=1$	$\mu_{S2}=0,67$ $\mu_{D2}=0,33$	$\mu_{S2}=0,33$ $\mu_{D2}=0,67$
	K1	K2	K3	K4	K5
X3	$\mu_{M3}=1$	$\mu_{D3}=1$	$\mu_{M3}=0,11$ $\mu_{Sr3}=0,89$	$\mu_{M3}=0,78$ $\mu_{Sr3}=0,22$	$\mu_{Sr3}=0,63$ $\mu_{D3}=0,37$
X4	$\mu_{P4}=1$	$\mu_{N4}=1$	$\mu_{P4}=1$	$\mu_{N4}=1$	$\mu_{P4}=1$
X5	$\mu_{Sr5}=1$	$\mu_{Sr5}=0,67$ $\mu_{R5}=0,33$	$\mu_{Sr5}=0,33$ $\mu_{R5}=0,67$	$\mu_{N5}=0,5$ $\mu_{Sr5}=0,5$	$\mu_{Sr5}=0,33$ $\mu_{R5}=0,67$
X6	$\mu_{M6}=1$	$\mu_{Sr6}=0,33$ $\mu_{D6}=0,67$	$\mu_{D6}=1$	$\mu_{Sr6}=0,67$ $\mu_{D6}=0,33$	$\mu_{Sr6}=1$
X7	$\mu_{Sr7}=1$	$\mu_{W7}=0,67$ $\mu_{P7}=0,33$	$\mu_{P7}=1$	$\mu_{Sr7}=0,4$ $\mu_{W7}=0,6$	$\mu_{W7}=1$
X8	$\mu_{P8}=1$	$\mu_{N8}=0,33$ $\mu_{P8}=0,67$	$\mu_{P8}=0,67$ $\mu_{W8}=0,33$	$\mu_{P8}=0,67$ $\mu_{W8}=0,33$	$\mu_{N8}=0,67$ $\mu_{P8}=0,33$

Źródło: opracowanie własne

Do obliczania wyjścia modelu Y^* (wyniku defuzyfikacji) stosujemy wzór:

$$y^* = \frac{\sum_{j=1}^m y_j \mu_{C_j^*}}{\sum_{j=1}^m \mu_{C_j^*}} \quad (5)$$

gdzie m jest ilością reguł, a c jest wartością zdefuzyfikowaną z funkcji przynależności.

Wyznaczanie wartości oceny końcowej kandydata z wykorzystaniem ww. systemu dla wszystkich 5 kandydatów.

$$\mathbf{K1} \quad Y = 0,67UY = (0,67*0,5)/(0,67) = 0,5$$

$$\mathbf{K2} \quad Y = 0,33SrY + 0,33PY + 0,33WY = 0,65$$

$$\mathbf{K3} \quad Y = 0,5WY = (0,5*1)/0,5 = 1$$

$$\mathbf{K4} \quad Y = 0,4NY + 0,5SrY + 0,33UY + 0,33PY = 0,35$$

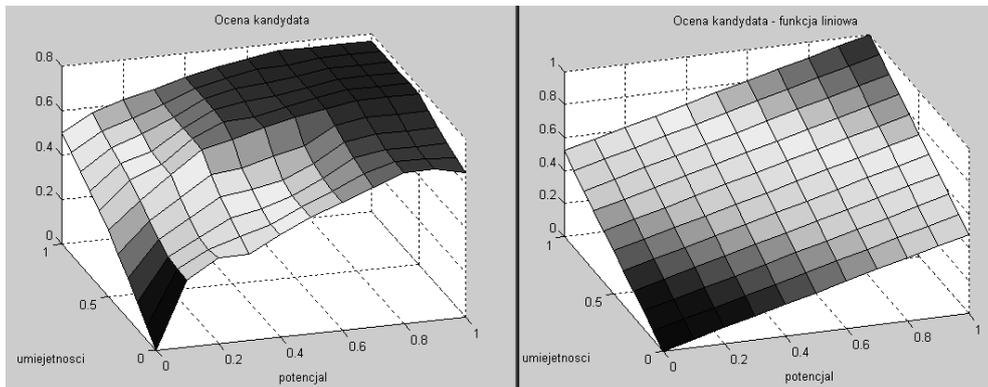
$$\mathbf{K5} \quad Y = 0,33PY + 0,63WY = 0,89$$

Tabela 10. Porównanie wyników funkcji liniowej z lingwistyczną bazą wiedzy

	K1	K2	K3	K4	K5
Funkcja liniowa	0,44 (U)	0,51 (U)	0,75 (P)	0,35(Sr)	0,53 (U)
LBW	0,5 (U)	0,6665 (P)	1 (W)	0,35 (Sr)	0,89 (W)

Źródło: opracowanie własne

Rysunek 2. Porównanie graficzne liniowej funkcji wielokryterialnej z lingwistyczną bazą wiedzy w końcowej ocenie kandydata



Źródło: opracowanie własne

PODSUMOWANIE

Reprezentacja zadanego problemu decyzyjnego przy wykorzystaniu wielokryterialnej funkcji liniowej oraz lingwistycznej bazy wiedzy pozwala na graficzne przedstawienie cech, które definiowały system. Jednakże analizując poszczególne bazy wiedzy i odpowiadające im funkcje liniowe uwidacznia się znacząca różnica w dokładności i szczegółowości modelu. Metoda LBW oddaje zależności cech, a co za tym idzie przedstawia preferencje użytkownika. Funkcja liniowa jest płaszczyzną i można zaobserwować na podstawie powyższych wykresów, że jest ona aproksymacją preferencji użytkownika. Liniowa funkcja wielokryterialna jest łatwiejsza w obliczeniach, ale trudniejsza do właściwego określenia. Wagi, jakie ekspert przypisze, często nie odwzorowują założeń oraz celu jaki miał być osiągnięty. Proces budowy lingwistycznej bazy wiedzy jest bardziej pracochłonny, ale pozwala na dokładniejsze przemyślenie zależności oraz przedstawienie wewnętrznych preferencji eksperta w sposób bardziej naturalny.

Na podstawie przedstawionych przykładów można zaobserwować różnice w ocenie końcowej poszczególnych kandydatów. Tylko w 2 z 5 przypadków ocena końcowa jest taka sama dla obu metod. Po analizie cech służących do budowy modelu oraz ich wartości zaobserwować można, że zdecydowanie bliższe oczekiwanym są wyniki uzyskane metodą LBW. Z pewnością wpływ na wyniki miała dokładność ustalenia wag preferencji w liniowej funkcji wielokryterialnej oraz zgodność rankingowania z rzeczywistymi preferencjami użytkownika w LBW. Istotne dla wyniku końcowego było dokładne przypisanie odpowiednim przedziałom liczbowym odpowiednich dla nich lingwistycznych kwantyfikatorów.

Przedstawiona powyżej propozycja nie wyczerpuje listy metod oceną kandydata na pracownika w procesie rekrutacji. Stanowi ona jedynie próbę

identyfikacji kluczowych aspektów metodycznych. Celem dalszej pracy będzie poszukiwanie optymalnego stopnia dekompozycji bazy wiedzy tak, aby zapewnić możliwie największe dopasowanie do preferencji eksperta przy zachowaniu przejrzystości modelu.

LITERATURA

- Cichosz P., Systemy uczące się, WNT, Warszawa, 2000.
- Czekaj J., Jabłoński M., Analiza kapitału intelektualnego organizacji, Zeszyty Naukowe UR.
- Koczara W., Podstawy logiki rozmytej i regulatorów rozmytych – materiały dydaktyczne.
- Maniak G., Wprowadzenie do zarządzania zasobami ludzkimi, Zachodniopomorska Szkoła Biznesu, Szczecin 2001.
- Mulawka J., Systemy ekspertowe, WNT, Warszawa 1996.
- Piegat A., Modelowanie i Sterowanie Rozmyte. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 1999.
- Pisanska K., http://www.roc-group.pl/pages/solutions-business_transformation/pl
- Reed A., Zarządzanie Zasobami Ludzkimi (HRM), Petit, Warszawa 2002.
- Sachpazidu K., Podstawy teorii zbiorów rozmytych,
[http://www.docstoc.com/docs/25254125/Zbiory-rozmyte-\(fuzzy-sets\)-np](http://www.docstoc.com/docs/25254125/Zbiory-rozmyte-(fuzzy-sets)-np).
- Sajkiewicz A., Zasoby ludzkie w firmie, Poltext, Warszawa 2000.

A recruitment model using a linguistic database

Abstract: In the recruitment process, the proper description of requirements and creating a candidate's profile contribute to arousing interest in the vacant post in people potentially fulfilling the employer's requirements. Establishing the criteria of a candidate's evaluation in the initial stage makes the recruitment process clear and objective. The aim of this work is to present a model, which provides an evaluation on the basis of set criteria in the form of a linguistic data-base, verifying the outcomes with reference to a linear criterion.

Key words: linguistic database, linguistic variables, recruitment

PRZESTRZENNE ZRÓŻNICOWANIE WYBRANYCH WSKAŹNIKÓW POZIOMU ŻYCIA MIESZKAŃCÓW MIAST ŚREDNIEJ WIELKOŚCI A SYSTEM LOGISTYCZNY MIASTA¹

Katarzyna Cheba

Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii ZUT w Szczecinie

e-mail: kcheba@zut.edu.pl

Maja Kiba-Janiak

Wyższa Szkoła Biznesu w Gorzowie Wlkp.

e-mail: m.kiba@wsb.gorzow.pl

Streszczenie: Poziom i warunki życia ludności w Polsce są silnie przestrzennie zróżnicowane. Coraz częściej podkreśla się również zależność pomiędzy sprawnym i efektywnym (przede wszystkim szybkim i stosunkowo tanim) zarządzaniem ruchem osobowym w obrębie miasta, a poziomem i jakością życia jego mieszkańców. Analiza przestrzennego zróżnicowania wybranych wskaźników poziomu życia istotnie powiązanych i pozostających we wzajemnych relacjach ze sprawnym systemem logistycznym miasta, wymaga przede wszystkim prawidłowego skwantyfikowania zmiennych diagnostycznych.

Słowa kluczowe: poziom życia, zróżnicowanie przestrzenne, system logistyczny miasta

WSTĘP

Mimo bogatej literatury dotyczącej badania poziomu i jakości życia sama definicja tego pojęcia nadal nie jest jednoznaczna. Dodatkowo, oprócz definicji podkreślających ilościowy aspekt, równie często zwraca się uwagę na jakościowy charakter przyjmowanej terminologii [Kubicka 2001]. W ramach propozycji ilościowych wymienia się takie określenia jak: dobrobyt ekonomiczny, warunki życia, stopa życiowa, standard życia, zamożność, czy też właśnie poziom życia.

¹ Badania zrealizowane w ramach pracy naukowej finansowanej ze środków na naukę w latach 2010 - 2013 jako projekt badawczy.

Dla drugiej grupy charakterystyczne są natomiast określenia: sposób i styl życia, a najczęściej jakość życia.

Według A. Zeliasia poziom życia można wyrazić ilością towarów, usług i świadczeń potrzebnych do pełnego i godnego życia. Natomiast jakość życia to ogólnie rzecz biorąc subiektywnie postrzegany stopień zadowolenia z tego co jest rozumiane jako poziom życia [Zeliaś 2004]. Dla każdej z wyróżnionych w ten sposób grup konieczne jest w związku z tym stosowanie odmiennych metod badawczych; numerycznych w przypadku definicji ilościowych lub metod ankietowych czy sondażowych w przypadku definicji podkreślających aspekt jakościowy. Ze względu na kompleksowość proponowanych w literaturze przedmiotu [Ostasiewicz 2004] rozwiązań dotyczących oceny i analizy jakości i poziomu życia, badania tego typu powinny być prowadzone dychotomicznie w ujęciu obiektywnym i subiektywnym. Konieczność takiego dwutorowego prowadzenia badań jest związana ze złożonymi relacjami między tymi kategoriami. Według twierdzenia Campbella istnieje bowiem ograniczona substytucja wskaźników obiektywnej jakości życia wskaźnikami jakości subiektywnej, a wręcz brak jednoznacznego przełożenia pomiędzy poprawą obiektywnej jakości życia a indywidualnie postrzeganą jakością subiektywną [Campbell 1976].

Coraz częściej podkreśla się również konieczność badania wzajemnych relacji pomiędzy aspektami badawczymi składającymi się na całościową definicję jakości i poziomu życia. W przypadku badania przestrzennego zróżnicowania poziomu życia mieszkańców miast istotnym wydaje się w tym zakresie analiza wzajemnych relacji pomiędzy stale zmieniającymi się potrzebami miasta w zakresie logistyki miejskiej a właśnie poziomem życia.

W pracy, na przykładzie miast średniej wielkości (od 50 do 150 tys. mieszkańców) podjęta została próba analizy przestrzennego zróżnicowania poziomu życia mieszkańców. Do badań wytypowano 36 miast na prawach powiatu. Dla miast tej wielkości istnieje największy potencjał niskonakładowego udoskonalania systemu logistyki miejskiej w wyniku wdrożenia usprawnień natury organizacyjno-funkcjonalnej.

POZIOM ŻYCIA, JAKOŚĆ ŻYCIA A SYSTEM LOGISTYCZNY MIASTA

Rozwój miast stymuluje popyt na usługi transportowe i to nie tylko na obszarach zurbanizowanych. W miastach żyje obecnie około 61% polskiego społeczeństwa. Na poziom życia mieszkańców miast, zarówno pośrednio jak i bezpośrednio, wpływa poziom usług miejskich systemów transportowych. Skutki braku dostosowania pomiędzy potrzebami a możliwościami transportowymi w wielu polskich miastach ponoszą przede wszystkim mieszkańcy miast [Zych 2009].

Badanie wzajemnych relacji pomiędzy poziomem i jakością życia a jakością miejskich systemów transportowych wymaga zdefiniowania pojęcia systemu logistycznego miasta oraz logistyki miejskiej.

Na system logistyczny miasta składają się następujące subsystemy funkcjonalne: transport obejmujący zarówno przewozy dóbr materialnych, jak i przesył mediów, transportu i składowanie odpadów komunalnych, komunikacji zbiorowej i indywidualnej, składowania dóbr materialnych w dzielnicach przemysłowo-handlowych i w sieciach handlowych miasta, sterowanie przepływami dóbr materialnych i osób [Szołtysek 2007].

Można w związku z tym przyjąć, iż system logistyczny miasta to zorganizowany i skoordynowany, w ramach granic administracyjnych danego miasta, przepływ dóbr materialnych, mediów, zasobów ludzkich i informacji z nimi związanych, w sposób optymalizujący koszty, tak aby zaspokoić potrzeby mieszkańców w zakresie jakości życia i gospodarowania zasobami materialnymi.

Natomiast celem logistyki miejskiej jest optymalizacja systemu logistycznego miasta, w taki sposób, aby zaspokoić potrzeby na ustalonym poziomie użytkowników miast [Szołtysek 2007].

Rozwój miejskich systemów transportowych w warunkach polskich miast nie jest jedynie problemem natury technicznej czy organizacyjnej. Stąd też, oprócz działań, których celem jest np. planowanie urbanistyczne, ustalenie norm i standardów usług czy też zapewnienie bezpieczeństwa uczestnikom miejskich systemów transportowych, konieczne jest ustalenie wzajemnych relacji pomiędzy rozwojem transportu w miastach a czynnikami o charakterze społecznym, gospodarczym czy środowiskowym. Badanie wzajemnych relacji pomiędzy tymi obszarami podkreśla się również w definicji celów logistyki miejskiej sformułowanej przez Council of Logistics Management w ramach, której do głównych celów logistyki miejskiej zaliczono zaspokajanie potrzeb aglomeracji miejskiej w zakresie jakości życia.

MATERIAŁ I METODY

Ze względu na trudności z pozyskaniem zakładanego na etapie projektowania badania zbioru informacji statystycznych, badania przestrzennego zróżnicowania poziomu życia mieszkańców analizowanych miast, przeprowadzono w dwóch etapach. W pierwszej kolejności analizie poddano informacje statystyczne obejmujące 8 obszarów badawczych. W drugim etapie przeprowadzono oddzielną analizę dla 24 miast, dla których pozyskano informacje dotyczące transportu miejskiego. W ramach pierwszego etapu, ze zbioru 50 cech diagnostycznych do finalnego zbioru zmiennych wytypowano 13 zmiennych. Wszystkie zmienne uwzględnione w badaniu miały postać wskaźników natężenia.

W badaniach wykorzystano dane dotyczące 2008 roku, zgromadzone w banku Danych Regionalnych GUS. Zebrane informacje statystyczne poddane

zostały wstępnej analizie. Ze zbioru potencjalnych cech diagnostycznych wyeliminowano zmienne nie spełniające przyjętych kryteriów formalnych i merytorycznych. Przyjęto, że ostateczny zbiór cech zawierać będzie zmienne [Zeliaś i in. 2000]: reprezentujące wszystkie wyodrębnione dziedziny życia, charakteryzujące się wysoką zmiennością przestrzenną, o niskim skorelowaniu w ramach wyodrębnionych grup, o asymetrycznym rozkładzie.

Do wyboru reprezentantów poszczególnych grup zastosowano metodę parametryczną Z. Hellwiga [Hellwig 1981]. Po wyznaczeniu macierzy współczynników korelacji pomiędzy poszczególnymi zmiennymi należącymi do wyodrębnionych działów, dokonano podziału wszystkich zmiennych na grupy zawierające zmienne centralne wraz ze zmiennymi satelitarnymi oraz tzw. zmienne izolowane.

Do ostatecznego zbioru zmiennych diagnostycznych, który stał się podstawą do dalszych badań empirycznych zakwalifikowano następujący zestaw cech:

1. Rynek pracy: x_1 – stopa bezrobocia rejestrowanego w %, x_2 – udział ludności w wieku poprodukcyjnym w % ludności ogółem;
2. Wynagrodzenia i dochody ludności: x_3 – przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto na 1 mieszkańca, x_4 – dochody budżetu miasta ogółem na 1 mieszkańca w zł;
3. Warunki mieszkaniowe: x_5 - przeciętna powierzchnia mieszkania w m^2 na 1 osobę;
4. Ochrona zdrowia: x_6 – liczba osób na 1 lekarza, x_7 – liczba osób na 1 aptekę, x_8 – liczba zgonów na nowotwory na 1000 osób;
5. Oświata i edukacja: x_9 – liczba uczniów przypadających na 1 komputer w szkołach podstawowych;
6. Kultura i czas wolny: x_{10} - liczba ludności na 1 placówkę biblioteczną, x_{11} – wielkość księgozbioru bibliotek na 1000 osób;
7. Degradacja i ochrona środowiska naturalnego: x_{12} – udział odpadów poddanych odzyskowi w ilości odpadów wytworzonych w ciągu roku w %.
8. Komunikacja i łączność: x_{13} – wydatki ogółem na transport i łączność w przeliczeniu na 1000 osób.

Wyodrębnione zmienne stały się podstawą umożliwiającą porównanie oraz klasyfikację wyodrębnionych jednostek przestrzennych (miast) na grupy o podobnym poziomie życia. Ze względu na bardzo wysoką zmienność ($V_s > 100\%$) oraz pośredni wpływ na poziom życia, z ostatecznego zbioru zmiennych wyeliminowano dodatkowo cechy statystyczne opisujące stopień zanieczyszczenia środowiska naturalnego (za wyjątkiem x_{12}). Jak wykazano w pracy [Zeliaś 2000], mimo istotnej roli jakości środowiska naturalnego w rozwoju społeczno-gospodarczym, wpływ tego typu zmiennych nie ma bezpośredniego wpływu na poziom życia ludności. Dodatkowo zbyt duże przestrzenne zróżnicowanie takich wskaźników oraz relatywnie duży udział w zmienności miary syntetycznej

powoduje, że miasta należące do obszarów, dla których wskaźnik ten jest najniższy (np. ze względu na niski stopień uprzemysłowienia), osiągają znacznie wyższą wartość np. taksonomicznego miernika rozwoju mimo, że trudno jest miasta takie jak np. Przemysł czy Suwałki zaliczyć do grupy miast charakteryzujących się wysokim bądź bardzo wysokim poziomem życia ludności.

Do badania przestrzennego zróżnicowania poziomu życia mieszkańców miast średniej wielkości zastosowano taksonomiczny miernik rozwoju z_i oraz metodę k – średnich. Przed przystąpieniem do wyznaczania taksonomicznego miernika rozwoju zmienne destymulanty przekształcono na stymulanty, licząc odwrotność zmiennej destymulanty.

Taksonomiczny miernik rozwoju wyznaczono w oparciu o znormalizowane wartości cech diagnostycznych, na podstawie wzoru [Nowak 1990]:

$$z_i = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K z_{ki}, \quad (1)$$

gdzie:

z_i – wartość taksonomicznego miernika rozwoju dla i -tego obiektu,

z_{ki} – znormalizowana wartość k -tej cechy w i -tym obiekcie,

K – liczba rozpatrywanych cech.

Średnia arytmetyczna wyznaczonego w ten sposób miernika jest równa jedności. Umożliwia to przeprowadzenie porównań rozwoju obiektów wielocechowych. Jeżeli dla badanego obiektu zachodzi nierówność: $z_i > 1$, to badany obiekt osiąga wyższy poziom rozwoju niż przeciętnie w całym zbiorze obiektów. W przypadku, gdy $z_i < 1$, to badany obiekt osiąga niższy poziom rozwoju niż przeciętnie w zbiorze porównywanych jednostek [Nowak 1990]. Za podstawę normalizacji poszczególnych cech przyjęto wartości średnie wyznaczone w oparciu o informacje statystyczne dla 36 analizowanych miast.

Podział miast na grupy typologiczne poprzedzono oceną zdolności wyznaczonego miernika rozwoju do grupowania badanych jednostek. W tym celu wykorzystano zaproponowaną przez A. Sokołowskiego miarę oceny dyskryminacyjnych właściwości zmiennych wyznaczoną na podstawie wzoru [Sokołowski 1984]:

$$G = 1 - \sum_{i=1}^{N-1} \min_i \left\{ \frac{z_i - z_{i+1}}{R}, \frac{1}{N-1} \right\} \quad (2)$$

gdzie:

$$R = \max_i \{z_i\} - \min_i \{z_i\},$$

N – liczba obiektów.

Wskaźnik G jest unormowany w taki sposób, że:

$$0 \leq G \leq 1 - \frac{1}{N-1} \quad (3)$$

Wysokie jego wartości wskazują na dużą zdolność taksonomicznego miernika rozwoju do grupowania porównywanych obiektów. Wartość miary G , określająca zdolność miernika rozwoju do grupowania badanych miast wyniosła 0,61 (dla $G \in <0; 0,97>$, co oznacza, że miernik ten ma dość dobrą zdolność do podziału miast na grupy typologiczne.

Obiekty uporządkowane według malejących wartości taksonomicznego miernika rozwoju dzieli się na grupy o podobnym poziomie rozwoju badanego zjawiska.

W pracy zbiór wszystkich analizowanych miast podzielono na 4 grupy, obejmujące obiekty o wartościach miernika rozwoju z następujących przedziałów:

- grupa 1 miast, dla których $z_i \geq \bar{z} + S_z$,
- grupa 2 miast, dla których $\bar{z} + S_z > z_i \geq \bar{z}$,
- grupa 3 miast, dla których $\bar{z} > z_i \geq \bar{z} - S_z$,
- grupa 4 miast, dla których $z_i < \bar{z} - S_z$.

Wyniki grupowania miast przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Klasyfikacja miast według taksonomicznego miernika poziomu życia w 2008 r.

Grupa	Wartości miary w grupie	Miasta		Charakterystyki opisowe	
		Liczba	Nazwa	R	Vs (%)
1	1,1469 i więcej	4	Zielona Góra, Konin, Jelenia Góra, Leszno	0,3920	14,72
2	(1,1469;1>	13	Opole, Gorzów Wlkp., Zamość, Siedlce, Nowy Sącz, Piekary Śląskie, Ostrołęka, Tarnów, Łomża, Biała Podlaska, Jastrzębie-Zdrój, Żory, Płock	0,1398	4,89
3	(1;0,8531>	15	Tychy, Legnica, Przemyśl, Rybnik, Dąbrowa Górnicza, Jaworzno, Suwałki, Włocławek, Kalisz, Mysłowice, Chełm, Słupsk, Koszalin, Piotrków Trybunalski, Siemianowice Śląskie	0,1438	4,69
4	poniżej 0,8531	4	Elbląg, Grudziądz, Ruda Śląska, Chorzów	0,0331	1,71

Źródło: opracowanie własne, gdzie R – rozstęp, V_s – współczynnik zmienności

Rozkład wartości współczynnika z_i charakteryzuje się niewielką asymetrią prawostronną, co oznacza, że w analizowanym okresie przeważały niższe niż

średnia wartości taksonomicznego miernika rozwoju. Zarówno w grupie miast o najwyższym poziomie życia ludności jak i przypadku miast zaliczonych do grupy o najniższej wartości tego miernika znalazła się taka sama liczba obiektów. Najwyższą ocenę współczynnika zmienności, wskazującą na stosunkowo największe zróżnicowanie miast uzyskano w odniesieniu do pierwszej grupy typologicznej ($V_s = 14,72\%$). W grupie tej znalazły się 3 miasta z Polski Południowo-zachodniej: Zielona Góra, Jelenia Góra i Leszno oraz jedno miasto z centralnej części Polski - Konin. Natomiast do grupy miast o najniższym poziomie taksonomicznego miernika rozwoju zaliczono miasta Polski Północnej: Elbląg, Grudziądz oraz Południowej: Ruda Śląska, Chorzów.

Do wyodrębnienia grup miast o podobnym poziomie i warunkach życia ludności zastosowano również metodę k -średnich. Metoda ta należy do grupy metod podziałowych, w których optymalizacja podziału obiektów przebiega zgodnie z przyjętym kryterium. Przed przystąpieniem do analizy należy określić m.in. liczbę skupień, na które podzielone zostaną analizowane obiekty. W tym celu można skorzystać z oceny sprawdzianu krzyżowego. Zastosowanie tego sposobu oceny liczby skupień pozwala na uniknięcie przyjęcia założeń *a priori* o liczbie skupień. Program *STATISTICA* automatycznie określa najbardziej odpowiednią liczbę skupień [Harańczuk 2005].

W wyniku zastosowania tego testu przyjęto, że analizowane miasta zostaną podzielone na 3 skupienia. Poniżej przedstawiono skład poszczególnych grup:

grupa 1 – Gorzów Wlkp., Jelenia Góra, Kalisz, Konin, Koszalin, Legnica, Mysłowice, Piotrków Trybunalski, Ruda Śląska, Rybnik, Siemianowice Śląskie, Słupsk, Tarnów, Tychy, Włocławek, Zielona Góra,

grupa 2 – Dąbrowa Górnicza, Jastrzębie, Jaworzno, Leszno, Opole, Piekary Śląskie, Siedlce,

grupa 3 – Biała Podlaska, Chełm, Chorzów, Elbląg, Grudziądz, Łomża, Nowy Sącz, Ostrołęka, Płock, Przemyśl, Suwałki, Zamość, Żory.

Porównując wyniki otrzymane metodą k -średnich oraz na podstawie taksonomicznego miernika rozwoju można zauważyć pewne podobieństwo uzyskanych rezultatów grupowania. Do pierwszej grupy przyporządkowano miasta charakteryzujące się wysokim poziomem życia ludności. W grupie tej znalazły się trzy miasta spośród czterech, które osiągnęły najwyższą wartość taksonomicznego miernika rozwoju, są to: Jelenia Góra, Konin, Zielona Góra. Także w ostatniej grupie miast o najniższym poziomie rozwoju znalazły się trzy miasta, które według taksonomicznego miernika rozwoju również zostały zaliczone do ostatniej grupy, są to: Chorzów, Elbląg, Grudziądz.

Kolejnym etapem przeprowadzonych w pracy badań jest analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w oparciu o dostępne wskaźniki dotyczące transportu w miastach. Informacje statystyczne będące podstawą badań zaczerpnięto z Systemu Analiz Samorządowych Związku Miast Polskich. Ze względu na niewystępowanie niektórych wcześniej analizowanych miast

w przywołanej bazie, w badaniach uwzględniono dane statystyczne dla 24 spośród 36 analizowanych poprzednio miast.

Ze zbioru kilkudziesięciu cech diagnostycznych do finalnego zbioru wytypowano 5 zmiennych. Podobnie jak poprzednio do wyboru finalnego zbioru cech diagnostycznych zastosowano metodę parametryczną Z. Hellwiga. W dalszej analizie uwzględniono następujące cechy: x_1 - wysokość nakładów na utrzymanie i remonty dróg w przeliczeniu na 1000 mieszkańców, x_2 - liczba pojazdów samochodowych w przeliczeniu na 1000 mieszkańców, x_3 - liczba autobusów w przeliczeniu na 1000 mieszkańców, x_4 - liczba wypadków drogowych w przeliczeniu na 1000 pojazdów samochodowych, x_5 - liczba zabitych w wypadkach drogowych w przeliczeniu na 100 wypadków.

Przyjęto, że ze względu na istniejące możliwości rozwijania się systemów logistycznych w analizowanych miastach średniej wielkości oprócz zmiennych x_1 i x_3 , także zmienna x_2 będzie zmienną stymulantą. Natomiast do zbioru zmiennych destymulant zaliczono zmienne x_4 i x_5 . Po znormalizowaniu wartości cech diagnostycznych wyznaczono taksonomiczny miernik rozwoju.

W tabeli 2 przedstawiono uporządkowanie 24 analizowanych miast ze względu na poziom życia w obszarze związanym z transportem miejskim.

Tabela 2. Taksonomiczna miara rozwoju poziomu życia w obszarze transportu miejskiego w 2008 r.

Miejsce	Miasto	Z_i	Miejsce	Miasto	Z_i
1	Przemysł	1,5495	13	Suwałki	0,9513
2	Płock	1,4277	14	Konin	0,9473
3	Leszno	1,2171	15	Siedlce	0,9090
4	Biała Podlaska	1,1878	16	Ruda Śląska	0,8612
5	Opole	1,1749	17	Zamość	0,8610
6	Chełm	1,1728	18	Elbląg	0,8596
7	Legnica	1,0982	19	Koszalin	0,8552
8	Jelenia Góra	1,0527	20	Kalisz	0,8467
9	Chorzów	1,0207	21	Gorzów Wlkp.	0,8119
10	Włocławek	1,0204	22	Żory	0,8096
11	Słupsk	0,9997	23	Grudziądz	0,7688
12	Jaworzno	0,9595	24	Dąbrowa Górnicza	0,6374

Źródło: opracowanie własne

Obiekty uporządkowane według malejących wartości taksonomicznego miernika rozwoju podzielono na grupy o podobnym poziomie rozwoju badanego zjawiska. Wyniki grupowania miast przedstawiono w kolejnej tabeli.

Tabela 3. Klasyfikacja miast według taksonomicznego miernika poziomu transportu w miastach w 2008 r.

Grupa	Przedział wartości miary w grupie	Miasta		Charakterystyki opisowe	
		Liczba	Nazwa	R	Vs (%)
1	1,2101 i więcej	3	Przemyśl, Płock, Leszno	0,33	12,03
2	(1,2101;1>	7	Biała Podlaska, Opole, Chełm, Legnica, Jelenia Góra Chorzów, Włocławek,	0,1673	6,76
3	(1;0,7899>	12	Słupsk, Jaworzno, Suwałki, Konin, Siedlce, Ruda Śląska, Zamość, Elbląg, Koszalin, Kalisz, Gorzów Wlkp. Żory	0,1901	6,99
4	poniżej 0,7899	2	Grudziądz, Dąbrowa Górnicza	0,13	13,22

Źródło: opracowanie własne

Rozkład wartości wyznaczonego współczynnika z_i charakteryzuje się podobnie jak poprzednio, asymetrią prawostronną, co oznacza, że w analizowanym okresie przeważały niższe niż średnia wartości taksonomicznego miernika rozwoju. Do grupy miast o najwyższej wartości tego miernika zaliczone zostały 3 miasta: Przemyśl, Płock, Leszno. W przypadku Przemyśla odnotowano najwyższą w całej grupie wysokość nakładów na utrzymanie i remonty dróg w przeliczeniu na 1000 mieszkańców (844,27 zł), a dla Płocka największą liczbę pojazdów samochodowych w przeliczeniu na 1000 mieszkańców (730,05). Natomiast w ostatniej grupie, o najniższej wartości tego miernika znalazły się tylko 2 miasta: Grudziądz (woj. kujawsko-pomorskie) oraz Dąbrowa Górnicza (woj. śląskie).

PODSUMOWANIE

Badania przeprowadzone w pracy są częścią projektu badawczego pt. „Model referencyjny logistyki miejskiej a jakość życia mieszkańców miast średniej wielkości”. Celem projektu jest budowa referencyjnego modelu logistyki miejskiej, który może służyć jako narzędzie jej doskonalenia dla poprawy jakości życia mieszkańców miast. Punktem wyjścia do dalszych badań jest w tym wypadku, analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia mieszkańców wytypowanych miast. Kolejnym etapem projektu będą badania ankietowe, które pozwolą na zebranie subiektywnych opinii mieszkańców trzech miast Polski Zachodniej – Gorzowa Wlkp., Zielonej Góry oraz Jeleniej Góry – dotyczącej jakości życia. Jednym z celów projektu jest poszukiwanie wzajemnych interakcji pomiędzy oceną jakości oraz poziomu życia a stale zmieniającymi się potrzebami miasta w zakresie logistyki miejskiej. Przedstawione w pracy wyniki potwierdzają

zaobserwowane w literaturze przedmiotu [Nowak 1990, Zeliaś 2000], znaczne przestrzenne zróżnicowania poziomu życia w układzie województw. Wyniki badań wskazują na istnienie przestrzennego zróżnicowania poziomu życia także w przypadku miast.

LITERATURA

- Campbell A. (1976) Subjective Measures of Well-being. „American Psychologist”, 1976, nr 2.
- Harańczuk G. (2005) Analiza skupień na przykładzie segmentacji nowotworów, StatSoft Polska.
- Hellwig Z. (1981) Wielowymiarowa analiza porównawcza i jej zastosowanie w badaniach wielocechowych obiektów gospodarczych, PWE, Warszawa.
- Kubicka J., (2001) Procesy integracji europejskiej a poziom życia ludności, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.
- Nowak E. (1990) Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych, PWE, Warszawa.
- Ostasiewicz W. (2004) Ocena i analiza jakości życia, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Sokołowski A. (1984) O identyfikacji zadań taksonomicznych, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Szołtysek J. (2007) Podstawy logistyki miejskiej, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.
- Zeliaś A (red.) (2000) Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Zeliaś A (red.) (2004) Poziom życia w Polsce i w krajach Unii Europejskiej, PWE Warszawa.
- Zych F., (2009) Transport w miastach – odniesienia do strategii zrównoważonego rozwoju, SAS – Transport 2007.

Spatial differentiation of selected indicators of living standards of urban dwellers and mid-size city logistics system

Abstract: The level and the conditions of living in Poland are highly spatially variable. The relationship between the effective and efficient (especially rapid and relatively cheap) management of passenger traffic within the city, and the level and quality of life of its inhabitants is indicated more and more often. The analysis of the spatial variation of selected indicators of living standards which remain significantly related to the logistics system of the city, first of all requires proper quantifying of diagnostic variables.

Key words: standard of living, spatial differentiation, city logistics system

PRÓBA WYZNACZENIA PSYCHOGRAFICZNYCH MODELI KONSUMPCJI ŻYWNOŚCI EKOLOGICZNEJ METODĄ REGRESJI LOGIT

Izabela Cichocka

Katedra Metod Ilościowych w Ekonomii, Wyższa Szkoła Informatyki
i Zarządzania w Rzeszowie,
e-mail: icichocka@wsiz.rzeszow.pl

Jolanta Wojnar

Zakład Metod Ilościowych w Ekonomii, Uniwersytet Rzeszowski
e-mail: jwojnar@univ.rze.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki badań, których celem było ustalenie relacji występujących pomiędzy typami konsumpcji żywności ekologicznej a cechami psychograficznymi, kształtującymi zachowania żywieniowe polskiego konsumenta, z wykorzystaniem metody regresji logitowej jako narzędzia analizy ilościowej wyników tych badań. Analiza wyników regresji logitowej pozwoliła na wyznaczenie określonych modeli zachowań konsumentów na rynku żywności ekologicznej za pomocą cech psychograficznych.

Słowa kluczowe: model logitowy, ekononsumpcja

WSTĘP

W pracy przedstawiono wyniki badań nad ustaleniem relacji występujących pomiędzy typami konsumpcji żywności ekologicznej i cechami psychograficznymi, kształtującymi zachowania żywieniowe polskiego konsumenta. Celem niniejszego opracowania jest prezentacja metody regresji logitowej jako narzędzia analizy ilościowej wyników tych badań.

ZAKRES I METODA BADAŃ

Badania wykonano metodą bezpośredniego wywiadu. Ankieta kierowana do respondentów składała się z trzech części. W I części zawierała pytania

o spożywanie żywności ekologicznej, o pochodzenie tej żywności, miejsca jej nabywania itp. W II części ankiety poproszono respondentów o ustosunkowanie się do sformułowań charakteryzujących cechy psychograficzne.

Wytypowano następujące cechy psychograficzne, związane z ogólnie pojętymi zachowaniami żywieniowymi:

- podatność na wpływy marketingowe i wiedza żywieniowa,
- troska o własne zdrowie i poczucie zdrowotności własnej diety,
- poczucie zagrożenia ze strony żywności i poczucie zagrożenia ze strony sposobu odżywiania się,
- neofobia żywieniowa.

Podatność na wpływy marketingowe wyznaczono poprzez określenie stosunku respondenta do opracowanych przez Autorów stwierdzeń odnoszących się do najczęściej obecnie stosowanych oddziaływań promocyjnych oraz przywiązania konsumenta do marki i sklepu.

Określenia pozwalające ustalić poziom wiedzy żywieniowej przygotowano w oparciu o wytyczne Instytutu Żywności i Żywienia PAN [Gawęcki i Hryniewiecki 1998].

Troska o własne zdrowie oraz dbałość o zdrowotność stosowanej diety określa stosunek respondenta do własnego zdrowia, na które zasadniczy wpływ ma sposób odżywiania się. Cechy te określono adaptując i modyfikując stwierdzenia stosowane w badaniach m.in. przez H.N.J. Schiffersteina i wsp. [1998] oraz K. Roininen i wsp. [1999 i 2001] z wykorzystaniem Health and Taste Attitude Scales.

Poczucie zagrożenia wynikającego z niewłaściwej jakości produktu żywnościowego oraz zagrożenia związanego z niewłaściwym sposobem odżywiania określono w oparciu o dane literatury [Frewer i inni 1996; Frewer 2000; Bonny 2000; Mcfarlane 2002; Brewer i Prestat 2002] na temat tych zagrożeń, które konsumenci najczęściej wymieniają w swych wypowiedziach.

Stwierdzenia charakteryzujące neofobię żywieniową opracowano na podstawie Food Neophobia Scale, zaproponowanej przez P. Pliner i K. Hobden [1992].

Każdą z tych cech określono na 4- lub 5-punktowej skali Likerta.

Część III formularza ankiety zawierała pytania dotyczące wybranych cech deskryptywnych, opisujących profil społeczno-ekonomiczny i demograficzny respondenta, tj. jego płeć, wiek, poziom wykształcenia i miejsce zamieszkania.

Ankietyzację przeprowadzono na terenie 13 polskich miast w 2008 roku. Objęto nią 717 osób. Wśród respondentów było więcej kobiet niż mężczyzn (54,5% wobec 45,5%). Najmłodszy respondenci, w wieku do 25 lat, stanowili 30,4% wszystkich ankietowanych. Ponad jedna czwarta (27,8%) ankietowanych to osoby w wieku 26-40 lat. Jedną trzecią (32,2%) ankietowanych stanowiły osoby w wieku 41-55 lat. Wśród respondentów najmniej było osób w wieku powyżej 55 lat – stanowili oni 9,6% badanej populacji. Ponad połowa badanej populacji

legitymuje się wykształceniem średnim (54,5%). Wyższe wykształcenie posiada 31,8% badanych, natomiast wykształceniem podstawowym lub zasadniczym zawodowym charakteryzuje się 13,7% respondentów. Co piąty ankietowany mieszka na terenach wiejskich (20,5%). Prawie tyle samo respondentów (19,5%) wywodzi się z miast o liczbie mieszkańców nie przekraczającej 20 tys. osób. Miejscem zamieszkania największej części respondentów (32,2%) są miasta o liczbie mieszkańców od 20 do 100 tys. osób. Z miast o liczbie mieszkańców powyżej 100 tys. pochodziło 27,8% respondentów.

WYNIKI BADAŃ I ICH DYSKUSJA

Analizę statystyczną wszystkich rezultatów przeprowadzono z wykorzystaniem odpowiednich procedur programu Statistica 8.0. Na podstawie szczegółowej analizy wypowiedzi respondentów na pytania dotyczące ich zachowań na rynku ekożywności, stwierdzono, że wielu respondentów deklarujących konsumpcję żywności ekologicznej, w rzeczywistości nabywa produkty żywnościowe wytworzone poza sektorem certyfikowanego rolnictwa ekologicznego (uważając je za ekologiczne). W literaturze przedmiotu zakłada się, że rzeczywista ekokonsumpcja to spożywanie żywności wyprodukowanej metodami ekologicznymi, czyli pochodzącymi z gospodarstwa rolnego posiadającego odpowiedni atest. Na tej podstawie (w oparciu o konsumpcję deklarowaną oraz stwierdzoną w wyniku badania ankietowego) każdego z respondentów zakwalifikowano do jednego z trzech typów konsumenta: ekokonsumenta, quasi-ekokonsumenta i konsumenta konwencjonalnego [Cichocka i Pieczonka, 2001; Cichocka i Wojnar 2008].

W tabeli 1 zestawiono dane ilościowe obrazujące te trzy typy konsumentów. Wśród ankietowanych osób ponad 40% to quasi-ekokonsumenci, ponad 30% badanej populacji stanowili ekokonsumenci, pozostałych należy uznać za konsumentów konwencjonalnych. Tak wysoki odsetek eko- i quasi-ekokonsumentów wśród badanej populacji potwierdza obserwowane w ostatnich latach zaangażowanie konsumentów w zachowania proekologiczne będące elementem profilaktyki zdrowotnej [Rachocka 2005].

Tabela 1. Typy konsumentów

Typ	Liczebność	%
Konsument konwencjonalny	186	25,94
Quasi-ekokonsument	303	42,26
Ekokonsument	228	31,80

Źródło: opracowanie własne

Należy podkreślić, że wśród ekokonsumentów wyróżnić można dwa segmenty – nabywców świadomych i nabywców - analfabetów, różniących się poziomem wiedzy na temat zasad produkcji i zalet jakościowych ekożywności. Dla

konsumentów świadomych ekożywność stanowi grupę produktów poszukiwanych, natomiast konsument - analfabeta w momencie zetknięcia się z produktem atestowanym i podejmowania decyzji o zakupie traktuje go jako dobro zawierane. Nawet bowiem po spożyciu ekoprodktu konsument nie będzie w stanie ocenić najważniejszych jego atrybutów, np. korzyści dla swego zdrowia [Sznajder i inni 1998].

Psychograficzne modele poszczególnych typów konsumpcji żywności ekologicznej wyznaczono za pomocą regresji logitowej.

Model logitowy charakteryzuje się tym, że zmienna zależna może przyjmować tylko dwie wartości: 0 lub 1, jest więc zmienną dychotomiczną [Dobosz 2001]. Logitowy model dla zależności zmiennej objaśnianej Y od zmiennych objaśniających ma postać:

$$P(Y = 1 | x_1, x_2, \dots, x_k) = \frac{\exp(a_0 + \sum_{i=1}^k a_i x_i)}{1 + \exp(a_0 + \sum_{i=1}^k a_i x_i)} \quad (1)$$

w którym :

a_i - współczynniki regresji dla $i=1, 2, \dots, k$,

x_1, x_2, \dots, x_k - zmienne niezależne.

Lewa strona równości to warunkowe prawdopodobieństwo, że zmienna Y przyjmie wartość równą 1 dla wartości zmiennych niezależnych x_1, x_2, \dots, x_k [Stanisz 2000]. W analizowanym problemie 1 oznacza deklarację ankietowanych odnośnie spożywania żywności ekologicznej.

W modelu logitowym pojawiają się takie pojęcia jak: funkcja straty czy metoda największej wiarygodności. Funkcja straty wprowadzona przez A. Walda w 1939 r. ma za zadanie oszacowanie wielkości odchyień wartości przewidywanych od wartości obserwowanych. Każde bowiem odchylenie jest pewną stratą. Minimalizacja funkcji straty jest procedurą estymacji parametrów strukturalnych równania. Dla modelu logitowego najczęściej stosowaną metodą minimalizacji funkcji straty jest metoda największej wiarygodności (MNW) [Stanisz 2000]. Twórcą tej metody był w 1929 r. R.A. Fisher. Zasadniczą ideą MNW jest to, aby przyjmować te oceny liczbowe parametrów, dla których wiarygodność jest największa (im większa wiarygodność, czyli prawdopodobieństwo, tym większa częstość realizacji w przypadku doświadczeń powtarzanych, a przy jednokrotnej próbie – można być pewnym jego realizacji). Otrzymane dodatnie wartości estymowanych parametrów wskazują na to, że dany czynnik wpływa stymulująco na możliwość wystąpienia badanego zdarzenia, natomiast wartości ujemne – oznaczają działania ograniczające danego czynnika. Wartości estymowanych parametrów równe 0 wskazują na to, że dany czynnik nie wpływa na możliwość wystąpienia badanego zdarzenia.

W modelu logitowym, oprócz parametrów strukturalnych, istotną rolę w interpretacji wyników odgrywa tzw. iloraz szans. Iloraz szans (*odds ratio*) jest liczony jako $exp(a_i)$ dla $i=0,1,2,\dots,k$. Wyrażenie to oznacza relatywny przyrost ryzyka wystąpienia danego zjawiska w wyniku działania czynnika opisanego przez daną zmienną przy założeniu niezmienności pozostałych zmiennych uwzględnionych w równaniu. Wartość ilorazu szans interpretuje się porównując z wartością 1, przy czym uzyskany wynik przedstawia w procentach. Iloraz szans [Strzyżewska i Rószkiewicz, 2000]:

- większy od 1 wskazuje na to, że dany czynnik wpływa stymulująco na możliwość wystąpienia badanego zdarzenia,
- mniejszy od 1 wskazuje na to, że dany czynnik wpływa ograniczająco na możliwość wystąpienia badanego zdarzenia,
- równy 1 wskazuje na to, że dany czynnik nie wpływa na możliwość wystąpienia badanego zdarzenia,

przy założeniu *ceteris paribus*.

Wartość ilorazu szans jest podana z pewnym miernikiem estymacji (np. 95% przedział ufności). Szerokość przedziału ufności zależy od m. in. liczności grupy – im bardziej liczna tym przedział węższy (wielu statystyków uważa przedział ufności za reprezentanta stabilności pomiaru [Stanisz 2000]).

Do oceny istotności parametrów przy zmiennych objaśniających wykorzystywany jest test χ^2 . Gdy graniczny poziom istotności nie przekracza 0,05, to można powiedzieć, że analizowany model różni się w istotny sposób od modelu, w którym występuje tylko wyraz wolny.

Wartości liczbowe ocen parametrów strukturalnych wyznaczonych równań regresji zestawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Oszacowania parametrów strukturalnych równań logitowych

Zmienne niezależne	Zmienne zależne	
	Ekokons.	Quasi-ekok
Wyraz wolny	-3,092	-2,034
Podatność na wpływy marketingowe	-0,009	-0,056
Znajomość zasad żywienia	-0,023	-0,025
Troska o własne zdrowie	0,024	0,051
Poczucie zdrowotności diety	0,172	0,047
Poczucie ryzyka związane z produktem	-0,058	-0,026
Poczucie ryzyka związane z żywieniem	-0,039	0,005
Neofobia żywieniowa	0,029	-0,025

Źródło: opracowanie własne

Zestawione w tabeli 3 wartości testu χ^2 wskazują na statystyczną istotność zestawu zmiennych objaśniających.

Tabela 3. Wyniki regresji logit – wartości χ^2

Zmienna zależna	χ^2
Ekokonsumpcja	66,921*
Quasi-ekokonsumpcja	24,366*

Symbol * oznacza statystycznie istotną wartość testu χ^2 przy poziomie istotności 0,05

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4 zawiera wartości ilorazów szans wraz z ich 95% przedziałem ufności wyznaczone na podstawie modeli opisujących ekokonsumpcję i quasi-ekokonsumpcję.

Tabela 4. Wyniki regresji logit – ekokonsumpcja – ilorazy szans

Cecha psychograficzna	Ekokonsumpcja			Quasi-ekokonsumpcja		
	Iloraz szans	95% przedział ufności		Iloraz szans	95% przedział ufności	
Podatność na wpływy marketingowe	0,991	0,94	1,04	0,945*	0,90	0,99
Wiedza żywieniowa	0,977	0,94	1,02	1,025	0,98	1,07
Troska o własne zdrowie	1,024*	1,01	1,06	1,052*	1,02	1,09
Poczucie zdrowotności diety	1,188*	1,08	1,30	1,048	0,96	1,14
Poczucie zagrożenia ze strony produktu	0,944	0,88	1,01	0,974	0,91	1,04
Poczucie zagrożenia ze strony żywienia	0,962	0,91	1,02	1,005	0,95	1,06
Neofobia żywieniowa	1,030*	1,01	1,06	0,975*	0,95	0,99

Symbol * oznacza statystycznie istotne (stymulujące lub ograniczające) oddziaływanie zmiennej objaśniającej

Źródło: opracowanie własne

Ilorazy szans dla modelu opisującego ekokonsumpcję są znaczące w odniesieniu do trzech cech: poczucia zdrowotności własnej diety, neofobii żywieniowej i troski o własne zdrowie. Wartość 1,0 (oznaczająca brak wpływu na wystąpienie zdarzenia, czyli ekokonsumpcji) znajduje się poza obszarem przedziału ufności. Te trzy mierniki cech psychograficznych wpływają stymulująco na możliwość wystąpienia ekokonsumpcji, ponieważ wartości ilorazów są wyższe od 1,0. Szczególnie silną stymulantą jest przekonanie o zdrowej diecie, ponieważ wzrost wartości oceniającej tę cechę o jednostkę generuje prawie 20%-owy wzrost prawdopodobieństwa wystąpienia ekokonsumpcji.

Wartości ilorazów szans dla modelu opisującego quasi-ekokonsumpcję są istotne w przypadku trzech cech: podatności na oddziaływanie marketingowe, neofobii żywieniowej i troski o własne zdrowie. Tylko ta ostatnia cecha jest czynnikiem stymulującym, wpływającym dodatnio na prawdopodobieństwo

wystąpienia quasi-ekokonsumpcji (iloraz szans $> 1,0$), podczas gdy podatność na działania marketingowe oraz neofobia żywieniowa to zmienne ograniczające (iloraz szans $< 1,0$), co oznacza, że wzrost tej podatności lub wzrost neofobii o jednostkę ogranicza możliwość wystąpienia zjawiska quasi-ekokonsumpcji odpowiednio o około 5 i 3 punkty procentowe.

Pozostałe zmienne niezależne, występujące w obu modelach, należy uznać za zmienne niemające wpływu na możliwość wystąpienia ekokonsumpcji lub quasi-ekokonsumpcji.

PODSUMOWANIE

Obserwacje dokonane na podstawie wyników analizy logitowej pozwalają na końcowe uogólnienia dotyczące opisu modeli zachowań konsumentów na rynku ekożywności za pomocą cech psychograficznych. Uogólnienia te przedstawiono schematycznie w tabeli 5.

Tabela 5. Typy zachowań konsumentów na rynku ekożywności

Typ ekokonsumpcji	Charakterystyka psychograficzna i kierunek jej oddziaływania
Ekokonsument	Neofobia żywieniowa (+), troska o zdrowie (+), poczucie zdrowotności diety (+)
Quasi-ekokonsument	Troska o zdrowie (+), podatność na wpływy marketingowe (-), neofobia żywieniowa (-)

Źródło: opracowanie własne

Neofobia żywieniowa jest cechą psychograficzną, która stymuluje wzrost zachowań konsumentów w zakresie ekokonsumpcji, ogranicza zaś zachowania quasi-ekokonsumpcyjne.

Troska o własne zdrowie przyczynia się do wzrostu zachowań zarówno w zakresie ekokonsumpcji, jak i quasi-ekokonsumpcji. Można by powiedzieć, że ekokonsument to osoba o wysokim stopniu świadomości ekologicznej – troszczy się o własne zdrowie, przekonana jest o zdrowotności swojej diety. W grupie quasi-ekokonsumentów wraz ze wzrostem podatności na wpływy marketingowe maleje skłonność do quasi-ekokonsumpcji. Świadomość ekologiczną tej grupy konsumentów można by więc odpowiednio kształtować poprzez podawanie rzetelnych informacji, co jest tym ważniejsze, iż w ostatnich latach obserwuje się szybki wzrost popularności m. in. ekoproduktów [Kowalik i Sikora 2008].

LITERATURA

- Bonny S. (2000) Consumer concerns about industrialized agriculture and food safety: importance, origin and possible solutions. *Ann. Zootech.*, nr 49, s. 273-290.
 Brewer M.S., Prestat C.J. (2002) Consumer attitudes toward food safety issues. *Journal of Food Safety*, t. 22, s. 67-83.

- Cichočka I., Pieczonka W. (2001) Ekokonsumpcja i niektóre jej uwarunkowania wśród młodzieży szkolnej i akademickiej. *Żywność*, nr 3, s.108-121.
- Cichočka I., Wojnar J. (2008) Badanie konsumenta żywności ekologicznej [w]: praca zbiorowa pod red. B. Borkowskiego „Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych” wyd. SGGW Warszawa, s. 67-78.
- Dobosz M. (2001) Wspomagana komputerowo statystyczna analiza wyników badań. Akademska Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa.
- Frewer L.J. i inni (1996) What determines trust in information about food-related risks? Underlying psychological constructs. *Risk Analysis*, nr 4, s. 473-485.
- Frewer L. J. (2000) Risk perception and risk communication about food safety issues. *Nutrition Bulletin*, s. 31-33.
- Gawęcki J., Hryniewiecki L. (1998) *Żywnienie człowieka*. PWN, Warszawa.
- Kowalik I., Sikora T. (2008) Rynek żywności specjalnej, *Marketing i Rynek*, nr 11, s. 28-33.
- Mcfarlane T. (2002) Integrating the consumer interest in food safety: the role of science and other factors. *Food Policy*, nr 27, s.65-80.
- Pliner P., Hobden K. (1992) Development of a scale to measure the trait of food neophobia in humans. *Appetite*, t.19, s. 105-120.
- Rachocka J. (2005) Współczesne tendencje konsumenckie w Polsce, *Marketing i Rynek*, nr 5, s. 30-34.
- Roininen K., Lahteenmaki L., Tuorila H. (1999) Quantification of consumer attitudes to health and hedonic characteristics of food. *Appetite*, t. 33, s. 71-88.
- Roininen K. i inni (2001) Differences in health and taste attitudes and reported behavior among Finnish, Dutch and British consumers: a cross-national validation of the Health and Taste Attitude Scales (HTAS). *Appetite*, t. 37, s. 33-45.
- Schifferstein H.N.J., Oude Ophuis P.A.M. (1998) Health-related determinants of organic food consumption in the Netherlands. *Food Quality and Preference*, nr 3, s. 119-133.
- Stanisz A. (2000) *Przystępny kurs statystyki z wykorzystaniem programu STATISTICA PL na przykładach z medycyny*, t. II, wyd. Statsoft, Kraków.
- Strzyżewska M., Rószkiewicz M. (2002) *Analizy marketingowe*. Wyd. Difin, Warszawa.
- Sznajder M., Senauer B., Asp E., Kinsey J. (1998) *Zmieniający się konsument żywności*. Wyd. Horyzont, Poznań.

An attempt to define psychographic consumption models of ecological food using logit regression method

Abstract: The article presents the results of the study which aim was to establish the relationship between the types of ecological food consumption and psychographic features which shape the nutritional behaviours of Polish consumers, using logit regression method as a tool of quantitative analysis of these results. Analysis of the results of logit regression allowed for the designation of specific models of consumer behaviors on ecological food market using psychographic features.

Key words: logit model, ecoconsumption

INTEGRACJA METOD I DANYCH W OTWARTYM SYSTEMIE WIELOASPEKTOWEJ ANALIZY PORÓWNAWCZEJ

Tomasz Dudek

Zakład Logistyki i Informatyki AM
e-mail: t.dudek@am.szczecin.pl

Streszczenie: Narzędziem wspomagającym wieloaspektową analizę porównawczą są systemy informatyczne, które dysponują metodami analizy i bazują na danych opisujących właściwości porównywanych obiektów. Metody i użyte w nich dane mają charakter heterogeniczny. Ze względu na przedmiot analizy wymagają one integracji. Dodatkowo w celu zwiększenia funkcjonalności i otwartości takich systemów na nowe metody analizy i nowe źródła danych niezbędna jest ich adaptacja. W artykule zaprezentowano koncepcję takiego systemu oraz metodę integracji opartą na ontologiach, ilustrując je przykładowymi zastosowaniami.

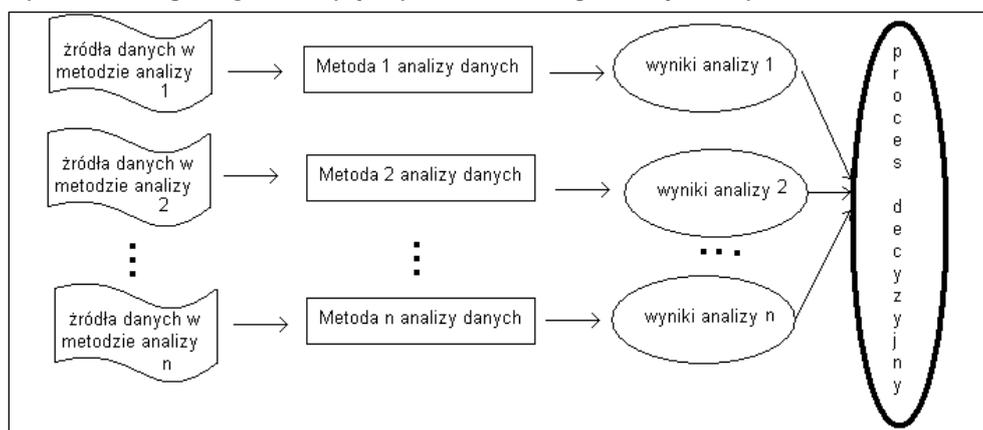
Słowa kluczowe: integracja danych, system wieloaspektowej analizy danych, ontologie, system otwarty, system wspomagania decyzji

WPROWADZENIE

Analiza jest zasadniczym elementem procesu decyzyjnego. W praktyce i teorii wspomagania decyzji istnieje wiele różnych metod analizy, w tym również analizy porównawczej. Metody te wykorzystują różne algorytmy. Każda metoda analizy, wspomagająca procesy decyzyjne wymaga adekwatnych do jej algorytmu danych uważanych za dane źródłowe (wejściowe, zasilające, wstępne). Stosowane w różnych metodach wieloaspektowej analizy porównawczej dane źródłowe mają najczęściej odmienny, heterogeniczny charakter. Istotą danych heterogenicznych jest ich różnorodność nie tylko, co do wartości, ale i również odmiennosc w obszarze typów, struktur, związków zachodzących między nimi a także źródeł ich pochodzenia. Wyniki analiz realizowanych różnymi metodami często są nieporównywalne. Mają odmienną postać, typ, rodzaj, punkt odniesienia, etc. Oznacza to, że w procesie podejmowania decyzji, decydent wypracowuje decyzję, posługując się wynikami, uzyskanymi z wielu różnych metod. Wyniki te są

efektem przekształceń heterogenicznych źródeł danych. Opisana sytuacja została schematycznie zilustrowana na rysunku 1.

Rysunek 1. Wspomaganie decyzji wynikami wieloaspektowej analizy



Źródło: opracowanie własne

W celu zwiększenia efektywności i usprawnienia procesu podejmowania decyzji niezbędnym wydaje się system, w którym udostępnia się wiele metod analizy oraz metod prezentacji i wizualizacji wyników. Danymi źródłowymi w takim systemie powinny być heterogeniczne dane zasilające dostępne w systemie metody. W informatyce taki problem nazywa się integracją metod i danych w jednym systemie, tzw. systemie zintegrowanym. Ważną cechą takiego systemu powinna być również jego otwartość zarówno na nowe metody analizy, które mogą pojawić się w przyszłości jak również na nowe źródła danych, wynikające z nowych metod analizy. W artykule zaprezentowano architekturę takiego systemu wraz z metodą integracji opartą na ontologiach. Omówiono również przykładowe zastosowanie systemu i zaimplementowaną w tym systemie zasadę integracji danych i metod.

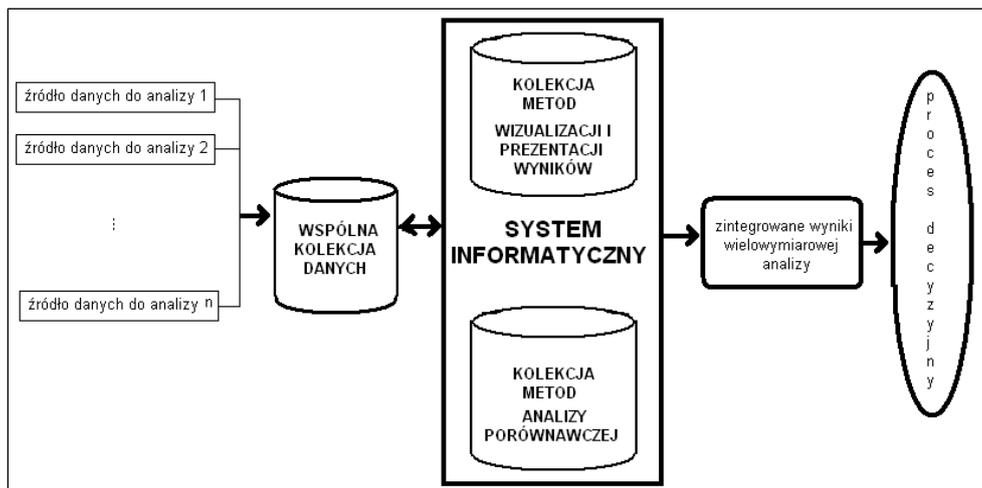
OGÓLNA KONCEPCJA ZINTEGROWANEGO SYSTEMU WSPOMAGAJĄCEGO WIELOASPPEKTOWĄ ANALIZĘ PORÓWNAWCZĄ

Idea integracji w jednym systemie różnych metod wieloaspektowej analizy porównawczej oraz metod prezentacji i wizualizacji wyników tych analiz jest zgodna z rysunkiem 2.

Istotnym elementem zaprezentowanej na rysunku 2 koncepcji systemu wspomagającego wieloaspektową analizę danych w procesie decyzyjnym jest kolekcja danych źródłowych. Ze względu na konieczność dostępu do tej kolekcji,

systemy powinny być oparte na bazach danych i systemach zarządzających tymi bazami.

Rysunek 2. Integracja danych i metod w wieloaspektowej analizie porównawczej, wspomagającej proces podejmowania decyzji



Źródło: opracowanie własne

Systemy takie z natury gromadzą heterogeniczne dane i coraz częściej są wyposażane w algorytmy analitycznego przetwarzania danych (ang. On Line Analytical Processing – OLAP). Możliwości tych systemów są jednak ograniczone i to zarówno w obszarze integracji heterogenicznych źródeł danych jak i w dziedzinie dostępnych algorytmów przetwarzania analitycznego. Integracja heterogenicznych źródeł danych w bazie danych jest możliwa na etapie projektowania systemu. W fazie eksploatacji bazy danych nie ma możliwości wprowadzenia nowych struktur danych, bez zmiany systemu, bez zmiany jego oprogramowania i struktury bazy danych.

Głównym zadaniem obsługi heterogeniczności metod (funkcji) i danych w systemach informatycznych jest budowa takiej zintegrowanej infrastruktury (struktur danych, funkcji, modułów, komponentów, itp.), która umożliwi decydom korzystającym z wyników analizy prawidłowe użytkowanie systemu przy zachowaniu tej różnorodności. Integrację w dowolnym systemie informatycznym można osiągnąć poprzez integrację danych oraz integrację metod (funkcji) realizowanych w systemie. Wdrażanie technologii informatycznych, integrujących funkcje w dowolnym systemie nawet w dobie rozproszenia systemów jest wsparte wieloma rozwiązaniami zarówno praktycznymi jak i teoretycznymi. Trudniejszym problemem wydaje się integracja danych.

W literaturze [Pankowski, 2001] znane są klasyczne metody integracji danych dla różnych metod (w tym również dla metod wieloaspektowej analizy

danych). Należy do nich metoda integracji wirtualnej oraz integracja poprzez materializację.

Obie te koncepcje integracji danych są trudne implementacyjnie szczególnie wówczas, gdy w systemie pojawi się nowe, dotychczas nieużywane heterogeniczne źródło danych, wynikające choćby z nowej metody analizy. Wynika z tego, że w takim przypadku koncepcje te nie zapewniają otwartości systemu na nowe metody analizy, jakie pojawią się w przyszłości w systemie.

Dlatego innym ważnym obok integracji aspektem systemu wspomagającego wieloaspektową analizę porównawczą w procesie decyzyjnym jest także możliwość zautomatyzowania procesu adaptacji systemu informatycznego do nowych pojawiających się metod analizy i związanych z nimi źródeł danych.

METODA INTEGRACJI Z UŻYCIEM ONTOLOGII

Załóżmy, że w systemie w systemie wspomagającym wieloaspektową analizę porównawczą dostępnych jest n źródeł danych symbolicznie oznaczonych jako

$$Z_1, Z_2, \dots, Z_n \quad (1)$$

odpowiadających n metodom analizy, oznaczonych odpowiednio jako

$$M_1, M_2, \dots, M_n \quad (2)$$

W celu zintegrowania danych i metod w jednym systemie wspomagającym wieloaspektową analizę porównawczą w procesie decyzyjnym należy utworzyć wspólny słownik (terminologię) danych. Jest to możliwe dzięki ontologiom lub ontologii. Ontologie klasyfikują wszystkie sfery odpowiadające konkretnym pojęciom, dostarczają kompletnego opisu zjawisk oraz dowodów wymaganych do wykazania prawidłowości twierdzeń. Klasyfikacja taka powinna uwzględniać wszystkie możliwe jednostki, byty czy zjawiska. Ontologie definiują pojęcia i relacji między nimi. Dzięki ontologiom możliwa jest komunikacja bez konieczności operowania na wspólnej bazie wiedzy, oraz na wcześniej zdefiniowanych słownikach. Umożliwiają także efektywny dostęp do informacji zawartych w wielu odrębnych repozytoriach, przez co integrują dane, funkcjonalności, platformy, dziedziny, itp. Użycie ontologii, jako translatorów pojęciowych ułatwia rozwiązanie problemu, jakim jest semantyczna różnorodność danych. Pozwalają także na opis zasobów, które często nie są wiernymi odpowiednikami rzeczywistych obiektów. Zastosowania ontologii wykazują większą swobodę w pozyskiwaniu i utrzymywaniu różnorodnych danych (informacji) dzięki niezależności i niezmienności interpretacyjnej.

Z każdym źródłem danych, użytym w dowolnej metodzie wieloaspektowej analizy danych związana jest określona terminologia (określone nazewnictwo), która wyszczególnia pojęcia używane do opisu uniwersum oraz związki zachodzące pomiędzy tymi pojęciami. Terminologię buduje się poprzez określenie zbioru aksjomatów równoważności oraz aksjomatów podrzędności. Aksjomaty

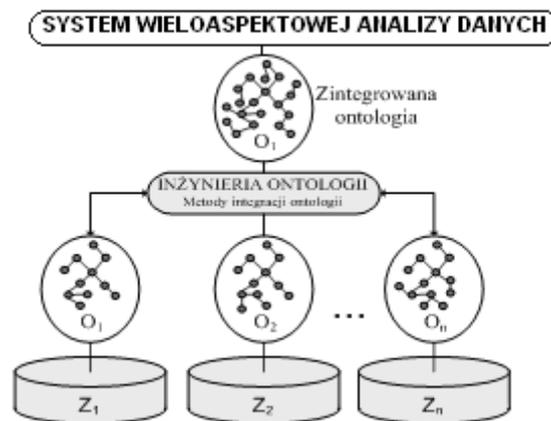
równoważności między konceptami (pojęciami) A i B , symbolicznie zapisane formułą postaci $A \equiv B$, są stwierdzeniami, z których wynika, że zakresy konceptów A i B są równe zaś aksjomaty podrzędności postaci $A \subset B$, stwierdzają, że zakres konceptu A zawiera się w zakresie konceptu B .

Wówczas można dla tych źródeł danych (odnosi się to również do metod analizy) opracować odpowiednie ontologie wg zasady, że O_i jest ontologią dla źródła Z_i ($i=1, \dots, n$).

$$O_1, O_2, \dots, O_n \quad (3)$$

Z możliwości odwzorowania każdego heterogenicznego źródła danych w metodzie analizy w ontologię wynika wniosek, że problem integracji źródeł danych sprowadza się do konieczności łączenia ze sobą ontologii. Jeśli dostępne są w systemie służącym do wieloaspektowej analizy danych odpowiednie źródła $Z_1 \dots Z_n$, a dla nich zbudowano ontologie O_1, \dots, O_n (gdzie n oznacza ilość dostępnych źródeł danych do metod dostępnych w systemie), to możliwa jest ich integracja (integracja ontologii odpowiadających tym źródłom danych). Koncepcję takiej integracji przedstawiono schematycznie na rysunku 3.

Rysunek 3. Koncepcja integracji danych w systemie wspomagania wieloaspektową analizę porównawczą



Źródło: opracowanie własne

Wynika z niej, że integracja heterogenicznych źródeł danych oparta na ontologiach jest procesem dwuetapowym. W etapie pierwszym każde integrowane źródło danych jest odwzorowywane w tzw. ontologię cząstkową, a w etapie drugim następuje integracja wielu ontologii cząstkowych w jedną ontologię, tzw. ontologię globalną. Możliwość i dokładność odwzorowania dowolnego źródła danych została praktycznie zweryfikowana licznymi implementacjami w ramach inżynierii ontologii [Dudek T., 2008].

Podstawą tworzenia ontologii O_i dla dowolnego źródła heterogenicznych danych Z_i , (gdzie $i=1, 2, \dots, n$) jest opracowanie sieci semantycznej konceptów w postaci grafu G_i . Graf ten jest siecią semantyczną konceptów i stanowi graficzną reprezentację wiedzy dotyczącej wybranego zakresu dziedziny związanej ze źródłem Z_i . Dlatego często nazywa się go grafem powiązań konceptów. Węzłami grafu G_i są koncepty, zaś gałęzie (łuki) grafu charakteryzuje się relacją zachodzącą między konceptami. Wówczas

$$G_i = \langle ZK_i, RK_i \rangle \quad (4)$$

gdzie symbolem ZK_i oznaczono zbiór węzłów – konceptów a symbolem RK_i odpowiedni zbiór relacji między węzłami.

Aby metoda integracji danych była użyteczna ważnym zagadnieniem jest wcześniejsze określenie zasad realizacji procesu budowy (modelowania) ontologii dla danych źródłowych (wejściowych) dowolnej metod analizy porównawczej. Do korzyści, jakie można osiągnąć stosując ontologie należy redukcja pojęciowej i terminologicznej złożoności źródeł wykorzystywanych w analizie, ujęcie i śledzenie powiązań między pojęciami, uwidocznienie złożoności związków pomiędzy pojęciami oraz uniknięcie wieloznaczności lub niejasności ontologicznej. Wprowadzając ontologie, których zadaniem jest określenie zależności między pojęciami, osiąga się wymianę danych między metodami.

Integracja ontologii wielu O_1, \dots, O_n to proces iteracyjny, w którym początkowo integruje się dwie ontologie a następnie wynik tej operacji integruje się z kolejną ontologią, odpowiadającą kolejnemu źródłu danych i kolejnej metodzie analizy. Aby zintegrować dwie dowolne ontologie O_1 i O_2 zdefiniowane zgodnie ze wzorem (5)

$$O_1 = \langle T_1, G_1 \rangle, \quad O_2 = \langle T_2, G_2 \rangle \quad (5)$$

z dokładnością do terminologii T_1 i T_2 oraz sieci semantycznych konceptów wyrażonych w formie grafów G_1 i G_2 odpowiednio dla tych ontologii, można:

- Przekształcić ontologię O_1 w ontologię O_2 ,
- Odwzorować ontologię O_1 w ontologię O_2 lub odwrotnie,
- Połączyć ontologię O_1 z O_2 tworząc ontologię OG z odpowiadającą jej terminologią i siecią semantyczną, zgodną ze wzorem (6).

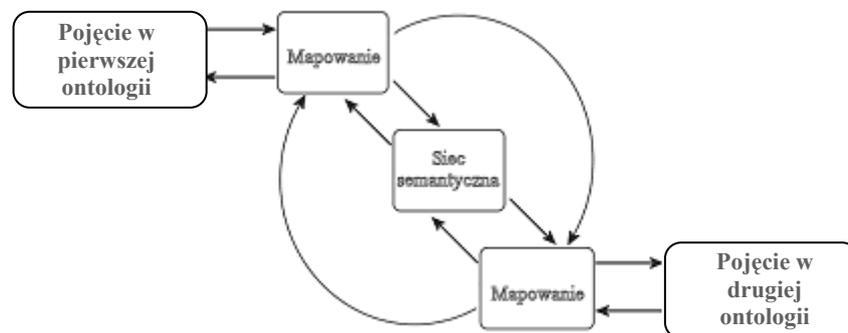
$$OG = \langle TG, GG \rangle \quad (6)$$

Przekształcenie lub odwzorowanie ontologii O_1 w ontologię O_2 (lub odwrotnie) jest możliwe wówczas, gdy terminologia jednej ontologii zawiera przynajmniej jeden koncept drugiej terminologii. Najczęściej w integracji ontologii stosuje się jednak metodę łączenia i tworzenia nowej ontologii. Łączenie ontologii zwykle realizuje się w dwóch głównych etapach. Pierwszym etapem jest tworzenie terminologii oraz sieci semantycznej danej ontologii. Jeśli ontologia powstanie z połączenia ontologii O_1 i O_2 zdefiniowanych wzorem (4), to należy zdefiniować TT oraz zbudować sieć semantyczną GG posługując się terminologiami T_1, T_2 oraz sieciami G_1 i G_2 . Drugim etapem łączenia jest odwzorowanie ontologii OG kolejno w ontologie O_1 i O_2 , a następnie ontologie O_1 i O_2 w ontologię OG . Tak

opracowana ontologia OG , powstała z połączenia ontologii O_1 i O_2 (zwanymi podrzędnymi), nosi nazwę ontologii nadrzędnej. Połączenie dwóch a w rezultacie wielu ontologii i ich sieci semantycznych w jedną całość generuje potrzebę określenia spójnej terminologii odpowiedniej dla każdej z dziedzin. Próba stworzenia sieci globalnej, czyli scalenia dwóch (wielu w procesie iteracyjnym) sieci podrzędnych, lokalnych (cząstkowych), wymaga określenia podobieństwa między rozpatrywanymi w nich pojęciami oraz pojęciami z ich otoczenia. Wymagane jest odnalezienie w łączonych sieciach semantycznych pojęć najbardziej do siebie podobnych (np. o tych samych nazwach) i zbadanie stopnia ich podobieństwa. Jeżeli pojęcia są tożsame to możliwe jest przeprowadzenie tzw. procesu mapowania (odwzorowania), rozumianego jako tworzenie map pojęć w kontekście przekazywania wiedzy. Mapy te składają się z zestawu pojęć, które mogą odpowiadać obiektom rzeczywistym, ich klasom lub obiektom abstrakcyjnym a także relacji występujących między tymi pojęciami. Istnieje także możliwość, w której w jednym kontekście pojęcie będzie się odnosić do konkretnego wystąpienia konceptu (obektu), a w innym do jego klasy.

Mapy pojęć są także określane mianem odwzorowania pojęć jednej ontologii w pojęcia odpowiednie dla drugiej. Przypadek taki zilustrowano schematycznie na rysunku 4.

Rysunek 4. Mapowanie jako odwzorowanie rzeczywistości



Źródło: opracowanie na podstawie [Uschold M i in. 1996]

Istotnym elementem odwzorowania jest tu mechanizm identyfikacji pojęć, umożliwiający łączenie map pojęć należących zarówno do obu ontologii.

Aby proces mapowania pary ontologii O_1 i O_2 mógł być uznany za prawidłowy, należy dla każdego konceptu ontologii O_1 znaleźć odpowiadający mu, podobny semantycznie koncept lub zbiór konceptów z ontologii O_2 (i odwrotnie).

Utrudnieniem tego procesu może być wiele czynników. Wśród nich wymienić należy niejednorodną przestrzeń stosowania pojęć (stosowanie odmiennych języków opisu semantycznego), niejednorodne znaczenie pojęć (różne poziomy

szczegółowości pojęć), różnorodność semantyczną pojęć (stosowanie odmiennych języków naturalnych lub klasyfikacji pojęć) a także niejednorodną reprezentację relacji między pojęciami. W wielu przypadkach proces mapowania oznacza konieczność odnajdowania odpowiedników dla wszystkich pojęć jednej ontologii wśród pojęć drugiej ontologii.

Równie częstym, jest także proces łączenia dwóch odrębnych dziedzinowo i semantycznie repozytoriów wiedzy. Łączenie to można osiągnąć poprzez określenie stopnia podobieństwa pojęć. Umożliwi to określenie pozycji tych pojęć w sieci semantycznej konceptów. Zgodnie z literaturą [Doerr M. 2001] można tu skorzystać z równoważności dwóch pojęć: zupełnej (oba mapowane pojęcia są według eksperta tożsame) i niezupełnej (oba pojęcia posiadają część wspólną) a także z równoważności częściowej (jedno pojęcie jest nadrzędne w stosunku do drugiego) lub złożonej (występuje wówczas, gdy zależności zachodzą dla większej ilości pojęć niż dwa rozważane).

Możliwe jest również użycie nie tylko przekształceń konceptów ontologii globalnej w koncepty lokalne i odwrotnie, ale również dopasowanie konceptów i pojęć do ich synonimów. Należy wówczas zastosować odpowiednie współczynniki zgodności, dopasowania pojęć i synonimów. O wartościach współczynników i użyciu synonimów każdorazowo będzie decydował ekspert.

Proces odwzorowania O_i ontologii cząstkowych w tzw. ontologię globalną OG można funkcjonalnie zrealizować poprzez odwzorowanie matematyczne zgodne ze wzorem:

$$F_i : O_i \rightarrow OG \quad (7)$$

gdzie symbolem O_i oznaczono ontologie cząstkowe odpowiedniego źródła danych ($i = 1, 2, \dots, n$). Na podobnych zasadach, zgodnie ze wzorem (8) można zdefiniować również odwzorowanie odwrotne, gdzie i ma takie znaczenie jak we wzorze (7).

$$G_i : OG \rightarrow O_i \quad (8)$$

Omówione metody integracji dwóch, a w rezultacie wielu ontologii, szczegółowo opisano w literaturze [Dudek T., 2008].

OTWARTY CHARAKTER SYSTEMU

Stosując metodę integracji danych w systemie wspomagającym wieloaspektową analizę porównawczą przy użyciu ontologii można uzyskać otwarty charakter systemu i zrealizować postulat jego adaptacyjności do nowych źródeł danych i nowych metod analizy.

Gdy powstaje nowa metoda analizy oraz nowe heterogeniczne źródło danych, to winna być dla danych źródłowych (wejściowych) tej metody zbudowana ontologia O_{new} skojarzona z tym źródłem danych, tzw. ontologia cząstkowa. Można ją powiązać z dotychczas istniejącą ontologią globalną OG na

podobnych zasadach jak dokonano tego w przypadku integracji ontologii O_1, O_2, \dots, O_n w ontologię OG omówione powyżej. Dowodzi to otwartości systemu.

Aby postulaty otwartości zostały jednak osiągnięte, to system wspomagający wieloaspektową analizę porównawczą powinien być wyposażony w moduł tworzenia ontologii dla dowolnego źródła danych oraz moduł integracji dwóch dowolnych ontologii. Moduły te można z powodzeniem zaimplementować w systemie informatycznym wspomagającym wieloaspektową analizę porównawczą na zasadach podobnych jak w oprogramowaniu OntoStudio.

EFEKTY ZASTOSOWANIA METODY INTEGRACJI

W celu weryfikacji stosowalności zaprezentowanej metody integracji heterogenicznych źródeł danych w wieloaspektowej analizie posłużono się przykładem analizy porównawczej w zakresie oceny jakości kolekcji programów komputerowych. Ocenę wielu różnych programów zrealizowano trzema różnymi metodami (metodykami) firmy Hewlett-Packard, IBM oraz Motorola. Każdy program komputerowy był poddany ocenie co najmniej jedną z tych metod. Wśród rozważanych programów komputerowych były takie, które zostały poddane tylko jednej z tych metod. Dla pełnej i jednorodnej oceny kolekcji programów komputerowych niezbędne było określenie, który program z tej kolekcji jest oceniony lepiej a który gorzej. Odpowiedź na to pytanie wymagała integracji metod i odpowiednich do nich źródeł danych.

W tym celu dla każdej metody oceny programów komputerowych utworzono ontologię. Każda z tych ontologii operowała innymi conceptami, terminologiami, aksjomatami, sieciami semantycznymi oraz grafami powiązań conceptów. Nazwano je ontologiami cząstkowymi.

W celu przeprowadzenia analizy porównawczej jakości oprogramowania ocenianego tymi trzema różnymi metodami opracowano ontologię globalną, integrującą te trzy metody oceny. Wówczas mimo posiadania różnych ocen dla różnych programów komputerowych, możliwe okazało się porównanie tych ocen w jednej terminologii i na jednej płaszczyźnie odniesienia. Nastąpiło to dzięki integracji ontologii cząstkowych, zbudowanych dla źródeł danych związanych z metodami firmy Hewlett-Packard, IBM oraz Motorola (trzy ontologie cząstkowe) w ontologię globalną. Utworzona ontologia globalna w pełni integrowała ontologie cząstkowe i umożliwiła pełną analizę porównawczą w jednej płaszczyźnie odniesienia nawet wówczas, gdy oceny programów komputerowych były dostępne w obszarze jednej z tych metod. Szczegółowo, ten przykład zastosowań został opisany w pracy [Dudek T., 2008].

Zaprezentowana metoda została również zweryfikowana praktycznie na przykładzie analizy porównawczej jakości kształcenia w szkole wyższej. Wyniki tej weryfikacji zaprezentowano w literaturze [Dudek T., 2006].

PODSUMOWANIE

Ważną cechą danych źródłowych zasilających metody wieloaspektowej analizy porównawczej jest ich różnorodność. Każde takie źródło można opisać odpowiednią ontologią cząstkową i wówczas integracja metod i danych je zasilających sprowadza się jedynie do integracji tychże ontologii w tzw. ontologię globalną. Dzięki zastosowaniu metody integracji opartej na ontologiach możliwe jest dodawanie nowych źródeł danych i nowej metody analizy, a dzięki współdzieleniu słowników oraz odwzorowaniu lokalnych ontologii w ontologię globalną możliwe jest porównanie wyników wielu metod wieloaspektowej analizy.

LITERATURA

- Doerr M. (2001) Semantic problems of thesaurus mapping, jodi.ecs.soton.ac.uk/Articles/v01/i08/Doerr.
- Dudek T. (2006) Integracja danych w systemie oceny jakości kształcenia, Badania operacyjne i systemowe, Szczecin.
- Dudek T. (2008) Metoda integracji heterogenicznych źródeł danych w ekspertowym systemie oceny jakości, rozprawa doktorska, Szczecin.
- Pankowski T. (2001) Integracja i przetwarzanie heterogenicznych źródeł danych w bazach obiektów częściowo etykietowanych, Materiały III Krajowej Konferencji n.t. Metody i systemy komputerowe w badaniach naukowych i projektowaniu inżynierskim, Kraków.
- Uschold M., Gruninger M. (1996) Ontologies: Principles, methods and Applications, Knowledge Engineering Review.

Data integration method for multiaspect comparative analysis system

Abstract: Comparative analysis systems are dedicated to maintenance specific types of different (heterogeneous) data and methods. Throughout the integration technology implementation those systems are capable to achieve that goal. What's more the system is fully alterable and can be adjust to the most sophisticated needs. That kind of ontology based solutions were presented in the article.

Key words: data integration, multiaspect system for data analysis, ontology, open system, data support system

DYNAMICZNA WYCENA PRODUKTÓW CYFROWYCH W WIRTUALNYCH SYSTEMACH EKONOMICZNYCH Z WYKORZYSTANIEM MODELOWANIA ROZMYTEGO

Jarosław Jankowski

Katedra Inżynierii Systemów Informatycznych, Wydział Informatyki ZUT
e-mail: jjankowski@wi.zut.edu.pl

Streszczenie: Złożone platformy internetowe przyjmują coraz częściej postać wirtualnych systemów ekonomicznych. Integrują one technologie i metody przetwarzania danych dla potrzeb monitorowania rynków elektronicznych oraz wielopoziomą dyskryminację cenową i dynamiczne wyceny. W artykule przedstawiono koncepcję modelowania rozmytego zorientowanego na identyfikację parametrów determinujących zachowania użytkowników dla potrzeb systemów dynamicznej wyceny.

Słowa kluczowe: modelowanie rozmyte, systemy internetowe, dynamiczna wycena

WPROWADZENIE

Rozwój technologii teleinformatycznych sprzyja powstawaniu systemów o charakterze dualnym, które łączą cechy systemów technicznych i ekonomicznych. Wiele publikacji identyfikuje nowe obszary w zakresie wirtualnych światów, platform społeczności i systemów MMO (ang. *massive multiplayer online*) zarówno w sferze technologicznej jak i ekonomicznej, co jest zauważalne m.in. w pracach [Messingera i in. 2009], publikacjach pod redakcją J. Spencera oraz Y. Sivan wydawanych przez Virtual Worlds Institute [Spencer i in. 2009, Sivan i in. 2009]. W. B. Bainbridge podkreśla, że wirtualne światy mają potencjał badawczy w wielu dyscyplinach nauki [Bainbridge 2007]. Za wirtualny świat uważa się środowisko interaktywne, w którym możliwa jest dwukierunkowa komunikacja w sposób synchroniczny lub asynchroniczny, z innymi użytkownikami, dla których dana jest reprezentacja cyfrowa. Jednym z aspektów funkcjonowania systemów są platformy dystrybucji produktów cyfrowych, które zazwyczaj są odpo-

wiednikami produktów realnych, o zbliżonej funkcjonalności [Korolom 2009]. Sektor ten dynamicznie się rozwija i jest aktualnie jednym z obiecujących kierunków ebiznesu. Analitycy Piper Jaffray wskazują na 134% wzrost rynku amerykańskiego przedmiotów wirtualnych w stosunku do roku 2008 i sprzedaż na poziomie 621 milionów dolarów [Piper Jaffray 2009]. Prognozy zakładają sprzedaż na poziomie 2.5 mld dolarów rocznie w USA do roku 2013. W tych uwarunkowaniach powstają systemy które integrują technologie i metody przetwarzania danych zorientowane na monitorowanie rynków elektronicznych, wielopoziomową dyskryminację cenową i wzrost wskaźników ekonomicznych powiązanych z systemami internetowymi takich jak ARPU (ang. *average revenue per user*) czy ARPPU (ang. *average revenue per paying user*). Specyfika analizowanych obszarów, zmienność środowiska, niepewność danych pomiarowych wskazują na możliwość zastosowania zbiorów rozmytych, które zapewniają bardziej naturalny opis modelowanych zjawisk. W artykule przedstawiono koncepcję zastosowania modeli rozmytych do identyfikacji charakterystyk środowiska i parametrów wpływających na wycenę usług cyfrowych oraz wyniki badań eksperymentalnych.

PRZEDSTAWIENIE PROBLEMU I DOSTĘPNE ROZWIĄZANIA

W systemach internetowych funkcjonujących w czasie rzeczywistym istnieje potrzeba implementacji zautomatyzowanych rozwiązań sterowania i kontroli nad przebiegiem realizacji procesów oraz detekcji trendów i charakterystyk użytkowników. W przypadku platform społecznych, które leżą u podstaw wielu systemów kształtujących wirtualne systemy ekonomiczne analizom podlegają również powiązania w ramach sieci. Pod uwagę brany jest zbiór n produktów cyfrowych $O=[o_1, \dots, o_n]$, zbiór m użytkowników $U=[u_1, \dots, u_m]$, do których kierowany jest przekaz interaktywny w postaci sekwencji komunikatów k_1, k_2, \dots, k_z . Poprzez modelowanie funkcji $d(k_i, u_j)$ dopasowania zawartości komunikatu k_i do wektora preferencji użytkownika u_j możliwe jest oddziaływanie na zachowania odbiorców. Istnieje możliwość kształtowania zachowań poprzez wyznaczenie wektora podaży $s=[s_1, s_2, \dots, s_n]$ oraz zdefiniowanie dla każdego użytkownika u wektora cen $p_{i,u}$ zmiennych w czasie tak by uzależnić wektor cen $p_u(t)=[p_{1,u}(t), p_{2,u}(t), \dots, p_{n,u}(t)]$ od zbioru parametrów definiujących charakterystyki użytkownika $u_j=[c_{j,1}, c_{j,2}, \dots, c_{j,3}]$ oraz struktury i cechy obiektu. Problem konstrukcji podstaw metodycznych systemów dynamicznej wyceny zbioru produktów zdefiniowali G. Gallego i G. Ryzin [Gallego i in 1997]. Popyt jest określany przez funkcję popytu $\lambda(p(t))$, gdzie $\lambda: P \rightarrow L$, $P \subseteq \mathbb{R}^n$ definiuje przestrzeń wektorów cen, a $L = \{x \geq 0: x = \lambda(p), p \in P\}$ określa zbiór osiągalnych wektorów popytu. Zakłada się istnienie funkcji odwrotnej, która przekształca popyt $p(\lambda)$, $p: L \rightarrow P$ na wektor cen. Przy danym ograniczeniu zasobów C w zadanym horyzoncie czasu T , maksymalizujemy funkcję popytu, która generuje z wektora cen wektor popytu. Celem jest wyznaczenie strate-

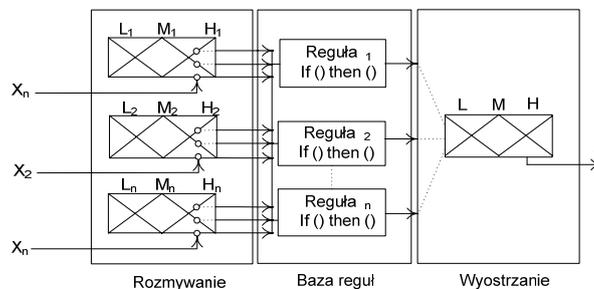
gii, która maksymalizuje w zadanych interwałach czasowych wektor cen pomnożony przez wektor popytu ukształtowany w zadanym interwale czasu.

Problematyka dynamicznej wyceny produktów jest szeroko dyskutowana w wielu różnych aspektach. W literaturze m.in. [Stole 2007] przywołuje się najczęściej trzy poziomy dyskryminacji cenowej oraz podejścia, w których hierarchia cen uzależniona jest od poziomu dochodowości. Według H. R. Variana identyfikuje się dwie skrajne sytuacje, gdzie występują warunki monopolu lub konkurencji doskonałej i hiperkonkurencji [Varian 1989]. Jednym z obszarów zastosowań metod optymalizacji jest maksymalizacja wartości sprzedaży produktów cyfrowych poprzez dynamiczne wyceny. W literaturze nie odnaleziono rozwiązań bazujących na wyznaczaniu zasileń systemów wyceny i charakterystyk układu z wykorzystaniem modelowania rozmytego i próbkowania rynku pozwalającego na określenie nie tylko struktury wektora cen, ale i wektorów charakterystyk użytkowników, które wpływają na wielowymiarowe kształtowanie ich preferencji.

STRUKTURA MODELU ROZMYTEGO

Podczas prowadzonych badań opracowano model systemu wnioskowania rozmytego i układów zorientowanych na modelowanie i wyznaczanie charakterystyk użytkowników oraz wpływ wektora cech na podejmowane decyzje. W obszarach, w których analizowane są złożone zjawiska, znajdują zastosowanie rozmyte systemy wnioskujące i prognozujące oparte na zbiorach rozmytych zdefiniowanych przez L.A. Zadeha [Zadeh 1965]. Wartość sygnału wejściowego systemu rozmytego podlega operacji rozmywania, a na wyjściu bloku wnioskowania otrzymujemy N zbiorów, które zostają poddane wyostrzeniu. Jednym z częściej wykorzystywanych modeli jest model Mamdaniego przedstawiony po raz pierwszy w pracy [Mamdani 1977], omawiany również szeroko w literaturze, między innymi w pracach [Babuska 1998, Piegat 1999]. Zasadniczym założeniem jest odwzorowanie wejść modelu w postaci wektora X na wyjście Y^* o jak największym zbliżeniu i minimalizacji błędu średniokwadratowego do odwzorowania X na Y realizowanego przez system. Przebieg charakterystyki modelu rozmytego zależy od zastosowanego aparatu logiki rozmytej i sposobu przeprowadzenia operacji rozmywania. Przy łączeniu dwóch przesłanek na podstawie zbiorów można zastosować operator $\min(\mu_{A_i}(x_1^*), \mu_{B_j}(x_2^*))$ lub operator iloczynu algebraicznego PROD zaproponowany przez Larsena generujący wynik postaci $\mu_{A_i}(x_1^*) \cdot \mu_{B_j}(x_2^*)$ [Larsen 1980]. Strukturę ogólnego układu wnioskowania przedstawiono na Rys. 1.

Rysunek 1. Struktura modelu rozmytego



Źródło: [Piegat 1999]

W proponowanym rozwiązaniu zakłada się integrację podsystemu wnioskowania z układem rzeczywistym, gdzie zasilenia powiązane są z platformą internetową. Dla potrzeb realizacji wykorzystano zaproponowaną przez R. Janga koncepcję adaptacyjnego systemu neuronowo – rozmytego oraz model wnioskowania Takagi-Sugeno [Jang 1993]. Przy konstruowaniu modelu uwzględniono elementy struktur sieciowych i powiązań w obrębie systemu, które mogą wpływać na podejmowanie decyzji.

BADANIA EKSPERYMENTALNE

Proponowany system pomiarowy zakłada dwupoziomowe monitorowanie rynku z udziałem systemów aukcyjnych, gdzie można obserwować zależności popytu, podaży i inne zjawiska użyteczne przy wyznaczaniu charakterystyk środowiska. Elementem centralnym jest elektroniczna platforma (ang. *emarketplace*), która daje możliwość dystrybucji obiektów cyfrowych na rynku pierwotnym i wtórnym w systemie aukcyjnym oraz monitorowanie zachowań rynku. Poniżej przedstawiono wyniki badań przeprowadzonych w ramach platformy wirtualnego świata, które stanowią jeden z obszarów projektu virtuLabs ukierunkowanego na rozwój metod i systemów analitycznych dedykowanych platformom internetowym. W pierwszej części przeprowadzono aukcję pierwotną, podczas której użytkownicy licytowali przedmioty wprowadzone do systemu. Transakcje realizowano dla dziewięciu produktów cyfrowych dostępnych w limitowanych wersjach oznaczonych symbolami s_1 - s_9 . W Tabeli 1 przedstawiono uzyskane wyceny i liczbę ofert dla poszczególnych przedmiotów. Do użytkowników w ramach aukcji pierwotnej przekazano 315 przedmiotów wirtualnych w wersji limitowanej. W kolejnym okresie użytkownicy mieli możliwość sprzedaży obiektów cyfrowych na aukcji wtórnej i uruchomili 842 aukcji.

Tabela 1. Rozkład ofert w aukcji pierwotnej

Produkt	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9
Oferty	1251	619	564	816	324	313	170	228	653
Śr. cena	221	193	151	105	157	170	195	137	98
Limit	5	9	13	13	28	37	49	62	99

Zaakceptowane oferty cenowe dla poszczególnych produktów									
6100	2835	1500	2000	1111	2000	1064	500	781	
5848	2639	1500	1500	700	907	985	500	689	
5848	2500	1500	1330	700	675	700	250	680	
5000	2180	1500	1302	450	645	500	203	500	
4500	2000	1500	1300	411	550	472	200	50	
-	1500	1500	1180	353	550	300	160	455	
4400	1500	1500	1110	350	500	300	150	400	
4400	1499	1499	1110	310	402	151	150	400	
4400	1362	1300	1090	301	400	150	150	400	
4400	1362	1180	1090	300	300	150	150	350	
4400	-	1090	1090	300	299	150	130	345	
4200	1331	1090	1090	300	259	150	115	300	
4000	1180	1090	1090	300	250	123	110	300	
3569	1105	-	-	285	250	121	100	300	
3016	1090	1090	1090	250	206	115	100	290	
3000	1090	1090	1050	250	200	110	100	270	
2999	1090	1090	1050	226	200	100	100	265	
2950	1090	1042	1050	225	200	100	100	240	
2950	1090	1004	1042	220	200	84	87	239	
2835	1090	1004	1004	200	200	80	80	239	
2835	1088	1004	1004	200	200	80	80	238	

Źródło: obliczenia własne

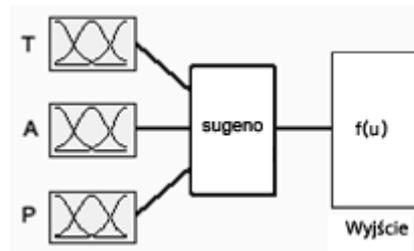
Najczęściej przedmiotem transakcji były produkty s_7 , s_8 oraz s_9 . Podczas okresu trwania aukcji ich uczestnicy złożyli 7325 ofert zakupu. Średnia wycena była odwrotnie proporcjonalna do ilości dostępnych egzemplarzy w systemie (Rys. 2).

Rysunek 2. Zależność średniej wyceny od liczby ilości produktów na rynku



Źródło: obliczenia własne

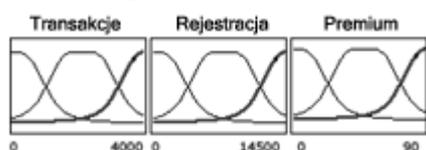
Rysunek 3. Struktura systemu wnioskowania rozmytego



Źródło: opracowanie własne

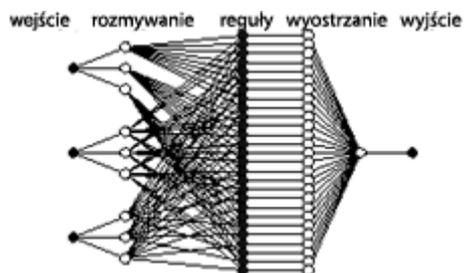
W pierwszym etapie konstruowano model reprezentacji charakterystyk użytkownika pod kątem uwarunkowań ekonomicznych, liczby aktywowanych usług i ich typu. $E_i=[e_1, e_2, e_3]$ gdzie e_1 - liczba transakcji, e_2 - liczba jednostek wirtualnej waluty, e_3 - liczba aktywacji usług rozszerzonych premium. Dla potrzeb obliczeniowych wykorzystano środowisko MatlabTM. W pierwszym kroku zbadano rozkład przy podziale na 3 grupy w zależności od parametrów użytkownika charakteryzujących jego aktywność w sieci. Wykorzystano rozmytą metodę k-średnich w cyklu 10 iteracji (przy większej liczbie iteracji funkcja celu nie ulegała zmianie). Współrzędne środków klas wynoszą odpowiednio: $C_1= \{429.41, 8901.83, 20.72, 1991.88\}$, $C_2= \{651.17, 449.76, 13.29, 1409.76\}$, $C_3=\{721.88, 2737.84, 15.32, 1926.64\}$. Uzyskano również macierz parametrów dla funkcji przynależności, dla pierwszych czterech rekordów wartości wynoszą odpowiednio: $\{0.0208, 0.8146, 0.1646\}$, $\{0.0408, 0.3780, 0.5811\}$, $\{0.3001, 0.1962, 0.5037\}$, $\{0.0161, 0.8555, 0.1284\}$. Kolejnym etapem było skonstruowanie modelu rozmytego z trzema wejściami i jednym wyjściem, którego strukturę przedstawiono na Rys. 3. Parametry wejściowe odpowiadały poszczególnym elementom składowym wektora $E_i=[e_1, e_2, e_3]$, które pozyskano z danych empirycznych. Na wyjściu otrzymano poziomy cenowe wyznaczone dla wektora parametrów. Zbiór uczący zawierał dane na temat 173 transakcji i przypisanych im wektorów cech użytkowników. Na Rys. 4 przedstawiono rozkład funkcji przynależności dla poszczególnych wejść systemu.

Rysunek 4. Funkcje przynależności dla parametrów ekonomicznych



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 5. Pięciopoziomowa struktura systemu

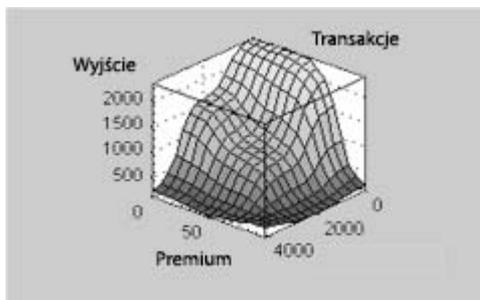


Źródło: opracowanie własne

Dokładność modelu testowano dla 4 różnych kształtów funkcji przynależności, jednak największą dokładność uzyskano dla funkcji Gaussa i taki rozkład przyjęto w końcowym modelu. Dla każdego wejścia analizowano również liczbę funkcji przynależności. Satisfakcjonujące rezultaty uzyskano przy 3 funkcjach przynależności dla poszczególnych wejść. Na Rys. 5 przedstawiono pięciowarstwową strukturę modelu ANFIS, gdzie dla każdego bloku przeprowadzono uczenie metodą wstecznej propagacji i hybrydową. Model uczący testowano dla 20, 50, 10, 200 i 300 epok. Uczenie powyżej 100 epoki nie przynosiło poprawy i proces zatrzyma-

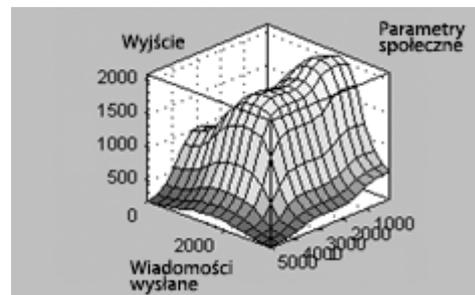
no, by uniknąć efektu przetrenowania. Na Rys. 6 przedstawiono powierzchnię odpowiedzi układu w zależności od wejścia s_1, s_3, s_4 . Pokazuje ona zależności pomiędzy wejściami, a wyjściem systemu i określa wpływ poszczególnych składowych wektora charakterystyki użytkownika na wartości wyceny obiektów cyfrowych.

Rysunek 6. Zależność pomiędzy parametrami i wyjściem modelu E_i



Źródło: obliczenia własne

Rysunek 7. Zależność pomiędzy parametrami wejściowymi i wyjściem w modelu S_i



Źródło: obliczenia własne

Drugi model uwzględnia charakterystyki społeczne użytkowników odnoszące się do aktywności i lokalizacji w sieci społecznej. Charakterystykę społeczną dla użytkownika i -tego określa wektor $S_i = [s_1, s_2, s_3]$, gdzie s_1 - stopień węzła sieci społecznej, s_2 - aktywność użytkownika w komunikacji wewnętrznej (komunikaty wychodzące), s_3 - aktywność użytkownika w komunikacji wewnętrznej (komunikaty przychodzące). Analizowano dane z 173 transakcji zarejestrowanych w systemie dystrybucji. Na Rys. 7 przedstawiono odpowiedź systemu na sieci wytrenowanej z podobnymi parametrami jak dla parametrów społecznych. W efekcie uzyskano system wnioskowania dla modelu wyznaczonego na podstawie danych na temat aktywności w ramach sieci społecznej. Dla wybranych poziomów wejścia model wyznacza wartość ceny na wyjściu. Uzyskane wyniki wskazują na występowanie powiązań między parametrami użytkownika, a podejmowanymi decyzjami i poziomem wyceny obiektów. Przedstawiona procedura konstrukcji modeli może być zastosowana również w innych systemach ekonomicznych przy uwzględnieniu ich specyfiki.

ZAKOŃCZENIE

Rozwijający się rynek dóbr wirtualnych wymaga odpowiedniego wsparcia technologicznego oraz rozwoju narzędzi i metod zorientowanych na wspomaganie decyzji w tym środowisku. Platformy elektroniczne pozyskują coraz więcej użyt-

kowników zaangażowanych w komunikację i rozrywkę w środowisku wirtualnym. Większość aplikacji tego typu daje możliwość posiadania wirtualnej reprezentacji oraz udziału w życiu społeczności internetowych. Rynek wirtualny tworzy również nowe środowiska elektroniczne, w których można generować realne dochody poprzez sprzedaż wirtualnych przedmiotów. Jest to dodatkową motywacją dla użytkowników, którzy pozyskane za wirtualne waluty przedmioty mogą sprzedawać w systemach aukcyjnych gdzie podstawą rozliczeń są rzeczywiste środki płatnicze. Produkty cyfrowe generują również korzyści pośrednie i zwiększają atrakcyjność komunikacji między użytkownikami. Wykorzystanie modeli rozmytych umożliwia uwzględnienie charakterystyki środowiska i daje podstawę do rozwoju nowych metod dyskryminacyjnych. Zaproponowana procedura dwupoziomowego monitorowania środowiska marketplace i generowania zasileń modelu na dwóch poziomach zapewnia dodatkowe źródła pozyskiwania wiedzy na temat zachowań systemu i umożliwia generowanie oferty cenowej w zależności od parametrów odbiorcy. Przedstawione rozwiązania wskazują na alternatywne obszary zastosowań, ukierunkowane na usprawnianie procesów podejmowania decyzji powiązanych z organizacją i funkcjonowaniem platform internetowych.

BIBLIOGRAFIA

- Babuska R. (1998) *Fuzzy Modeling for Control*, Kluwer Academic Publishers, Boston
- Bainbridge W. S. (2007) The Scientific Research Potential of Virtual Worlds, *Science* 27 July 2007 Vol. 317. no. 5837, pp. 472 – 476.
- Gallego G., Ryzin G. (1997) A multiproduct dynamic pricing problem and its applications to network yield management, *Operational Research* vol. 45(1), pp. 24–41.
- Harsanyi J.C. (1997) Games with Randomly Disturbed Payoffs: A New Ration-ale for Mixed Strategy Equilibrium Points. *Int. J. Game Theory* 2, pp. 1-23.
- Jang J. S. R. (1993) ANFIS: Adaptive-Network-based Fuzzy Inference Systems, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 23, No. 3 pp. 665-685.
- Korolom M. (2009) The future of virtual goods, <http://www.hypergridbusiness.com/com/2009/09/the-future-of-virtual-goods>
- Larsen P. M. (1980) Industrial Applications of Fuzzy Logic Control, *International Journal of Man-Machine Studies*, Vol. 12, No. 1/1980, pp. 3-10.
- Mamdani E. H. (1997) Applications of Fuzzy Set Theory to Control Systems: A Survey, in *Fuzzy Automata and Decision Processes* M. M. Gupta, G. N. Saridis, B. R. Gaines, eds., North-Holland, New York, pp. 1-13.
- Messingera P.R., Strouliab E., Bonea K. M., Niud R. H., Smirnova K., Perelgute S. (2009) Virtual worlds - past, present, and future: New directions in social computing, *Online Communities and Social Network, Decision Support Systems*, Volume 47, Issue 3, June 2009, pp. 204-228, Elsevier.
- Piegat A. (1999) Modelowanie i sterowanie rozmyte. *Akademicka Oficyna Wydawnicza Exit*, Warszawa, pp. 349- 358.
- Piper Jaffray (2009) Investment research report, Pay to play - paid Internet services, <http://www.piperjaffray.com>

- Riley J.G., Samuelson W.F. (1981) Optimal Auctions, *American Economic Review* 71, 1981, pp. 381-392.
- Sivan Y. (2009) Virtual Worlds Research: Past, Present and Future, *Journal of Virtual Worlds research*, Volume 1, Number 1, Virtual Worlds Institute, ISSN 1941-8477.
- Spencer J. (2009) Virtual Worlds Research: Past, Present and Future, *Journal of Virtual Worlds research*, Volume 1, Number 1, Virtual Worlds Institute, ISSN 1941-8477.
- Stole L. A., Armstrong M., Porter R. (2007) *Handbook of Industrial Organization*, Volume 3. Amsterdam, Elsevier, pp. 21-99.
- Varian H. (1989) Price discrimination, Schmalensee, R., Willig, R. (eds) , *Handbook on Industrial Organization*, Amsterdam, Elsevier, 1989, pp. 597-654.
- Zadeh L. A. (1965) Fuzzy sets, *Information and Control* 8 (3) 338–353.

Digital goods dynamic pricing in virtual economy system with fuzzy modeling

Abstract: Complex Internet platforms more commonly act as virtual economic systems. They integrate technologies and methods of data processing, for purposes of electronic market monitoring, with multilevel discrimination and dynamic pricing. The article herein presents the concept of fuzzy modeling focused on identification of parameters that determine users behavior for purpose of dynamic pricing system.

Keywords: fuzzy modeling, web applications, dynamic pricing

NOWY CEL ZARZĄDZANIA RYZYKIEM REGULACYJNYM

Stanisław Kasiewicz
KADP, KNoP, SGH
e-mail: skasie@sgh.waw.pl

Streszczenie: Rosnąca skala i częstotliwość występowania zagrożeń, jakie mogą dotknąć gospodarkę i społeczeństwo na poziomie krajowym wymaga zmiany podejścia do zarządzania ryzykiem regulacyjnym. W artykule postuluje się dokonanie przełomu w mechanizmie zarządzania ryzykiem regulacyjnym poprzez sformułowanie na nowo celu i kryteriów optymalizacji działań regulatorów. Referat składa się z czterech logicznie powiązanych części. Na początku uzasadnia się rolę i istotę zarządzania losowym ryzykiem regulacyjnym, następnie dokonuje się przeglądu przesłanek przemawiających za zarządzaniem ryzykiem regulacyjnym, która jest koncepcją od niedawna lansowaną m.in. przez instytucję OECD. Następnie określa się główne obszary tematyczne wchodzące w zakres zarządzania losowym ryzykiem regulacyjnym. W ostatniej i najważniejszej części referatu podejmuje się próbę uzasadnienia przeformułowania celu i kryteriów zarządzania ryzykiem regulacyjnym.

Słowa kluczowe: zarządzanie, ryzyko regulacyjne, cel zarządzania, regulacja

ISTOTA I DEFINICJA RYZYKA REGULACYJNEGO

Współcześnie wykształciły się trzy główne nurty określenia ryzyka w działalności gospodarczej. Pierwszy nurt, wskazuje na ryzyko jedynie jako zagrożenie osiągnięcia założonego celu biznesowego¹. Drugi nurt, podkreśla neutralny charakter ryzyka i wskazuje na możliwości zagrożenia lub osiągnięcia dodatkowych korzyści (pozytywnych efektów), jakie wiążą się z realizacją

¹ The book opens with the definition of risk regulation as 'governmental interference with market or social processes to control potential adverse consequences to health'. R. M. Bernero, The Government of Risk: Understanding Risk Regulation Regimes „Journal of Radiological Protection”, 2002, vol. 22, No 1.

przyjętego celu². Trzeci nurt, widzi w ryzyku głównie szanse osiągnięcia licznych korzyści związanych z założonym celem gospodarczym.

W definiowaniu losowego ryzyka regulacyjnego można odwołać się do standardu ISO 31000 i określić, iż „*ryzyko regulacyjne jest efektem niepewności w stosunku do oczekiwanych celów podejmowanych działań, które mogą wyrażać się w odchyleniach pozytywnych lub negatywnych od ustalonych przez regulatora*”. W tym miejscu warto poczynić kilka spostrzeżeń. Po pierwsze, aby zidentyfikować ryzyko regulacyjne i dokonać jego pomiaru, regulator musi podjąć próbę identyfikacji i skwantyfikowania celów projektowanego działania regulacyjnego. W przeciwnym przypadku nie można ustalić wielkości odchylenia, ani zarządzać ryzykiem, ani też nie ma racjonalnych przesłanek do jego ograniczania lub wykorzystania szans. Jeśli przyjrzeć się podejmowanym typowym działaniom regulatora np. co roku przyjętym ustawom (jedna z wielu stosowanych instrumentów regulacji), to ich szczegółowe zapisy rzadko pozwalają na kwantyfikację celów. Po drugie, ryzyko regulacyjne jest wyrazem braku posiadania pełnej informacji w momencie przygotowania i podejmowania danej decyzji regulacyjnej. Teoretycy znaleźli na to elegancki termin, iż ryzyko jest implikacją zjawiska „asymetrii informacji”. Po trzecie, definicja ryzyka regulacyjnego świadczy, że nie jest to jednowymiarowe zjawisko, lecz złożony proces zarządzania ryzykiem regulacyjnym składającym się z wielu powiązanych faz. Po czwarte, byłoby wysoce pożądane, aby koncentrować się na aspektach pozytywnych ryzyka regulacyjnego, co tworzyłoby korzystny klimat sprzyjający realistycznej analizie i redukowaniu ryzyka regulacyjnego. W przeciwnym przypadku zatriumfuje pragmatyka jednostronnej redukcji kosztów, a nie skuteczne i efektywne zarządzanie ryzykiem regulacyjnym. Po piąte, należałoby w pracach związanych z identyfikacją i pomiarem ryzyka regulacyjnego dążyć do posługiwania się miarami syntetycznymi czyli kompleksowo ujętymi konsekwencjami co najmniej w obszarze społecznym, ekonomicznym i związanym z ochroną środowiska.

PRZESŁANKI ZAINTERESOWANIA PROBLEMATYKĄ RYZYKA REGULACYJNEGO

Powszechnie znany jest paradygmat teorii ekonomii i w naukach o zarządzaniu, że otoczenie zewnętrzne w którym funkcjonuje sektor przedsiębiorstw i również publiczny jest wysoce nieciągłe, zmienne, niepewne i wysoce skomplikowane³. Proces globalizacji i światowa konkurencja są w trakcie ujawniania i krystalizowania swoich atrybutów, obok budowania nowych mechanizmów, dokonują się procesy destrukcji istniejących instytucji, strategii

² K. Jajuga, Zarządzanie ryzykiem, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007, s. 13.

³ Zob. prace np. Wł. Szymański, A. Koźmiński, czy I. Hejduk i W. Grudzewski.

i modeli biznesowych. Zatem to warunki otoczenia zewnętrznego sprawiają, że skala i zakres ryzyka są nieporównywalnie większe niż to było w okresie lat 90. XX wieku. rynku. Jeśli przesłanką podejmowanych decyzji gospodarczych jest założenie, że otoczenie zewnętrzne jest stabilne w czasie i nie występuje ryzyko, to najczęściej proces decyzyjny prowadzi do nietrafionych i kosztownych decyzji. Zrozumiałe jest też, że ciężar skutków podejmowanych decyzji rządowych jest niebotycznie większy niż w przypadku typowej decyzji, jaką podejmują zarządy lokalnych firm czy przedsiębiorstw działających na rynku ogólnokrajowym.

Straty z tytułu katastrof wyniosły w 2005 r. ok. 230 mld \$, co stanowiło 0,5% światowego PKB, w 2008 r. huragan Katrina spowodował straty na poziomie 200 mld \$⁴. Istotne jest to, że straty te mają tendencję wzrostową. Powódź tysiąclecia w 1997 r. w Polsce spowodowała śmierć 55 osób, a straty materialne szacowano na poziomie 3,5 mld \$⁵.

Drugą ważną przesłanką przemawiającą za zmianą podejścia do ryzyka regulacyjnego jest liczba uchwalanych co roku ustaw. Od końca 2001 r. do końca lipca 2005 r. posłowie uchwalili 894 ustawy. Było to o blisko 40 % więcej niż w poprzedniej kadencji (640 ustaw) i prawie dwa razy więcej niż w latach 1993-1997 (470 ustaw)⁶. Machina ustawodawcza pracuje nadal wydajnie, bo w 2008 r. uchwalano ok. 250 ustaw, a w 2009 r. ok. 230.

Tak wysoka aktywność na polu legislacyjnym, zwłaszcza w zbliżonych obszarach problemowych może powodować potencjalne kumulowanie się negatywnych skutków legislacji w wymiarze społecznym, ekonomicznym i środowiskowym. Takie prawdopodobieństwo ujawnienia się negatywnych konsekwencji nie jest tylko teoretyczne, skoro ocena skutków każdej ustawy dokonuje się w różnym czasie, a więc obejmuje ocenę odmiennych uwarunkowań rynkowych, ocenę przeprowadzają odmiennie zespoły ekspertów i doradców, a co najważniejsze każda ustawa jest weryfikowana w sposób autonomiczny. Warto podkreślić, że realizatorzy programu „Sprawne Państwo”, którzy poddali analizie wykonanie programu prac legislacyjnych w II połowie 2009 r. podają, że ponad 50% pozycji w programie (65) stanowiły projekty ustaw związane z wdrożeniem prawa Unii Europejskiej. Istotne jest to, że projekty „unijne” koncentrowały się na tematyce gospodarczo – społecznej i były przygotowywane w wielu ministerstwach⁷.

⁴ J. Radisch, R. Iannizzato, Innovation in risk management, op.cit., s. 4.

⁵ Raport Bankier.pl i Grupy Ergo Hestia, Zabezpiecz dobytek przed powodzią prportal.pl/.../raport-bankierpl-i-grupy-ergo-hestia-zabezpiecz-dobytek-przed-powodzią/ z dnia 22.03.2010.

⁶ P. Skwirowski, Sejm: Krajobraz po legislacyjnej nawałnicy „Gazeta Wyborcza” z dnia 05.08.2005.

⁷ R. Zubek i inni, Barometr legislacyjny: Analiza wykonania programu prac legislacyjnych Rady Ministrów za II półrocze 2009 r. według stanu na 31.12.2009. Sprawne Państwo. Program Ernst & Young, s. 11.

Jeśli dokona się analizy teoretycznej i krytycznego przeglądu wyników badań empirycznych poświęconych zarządzaniu ryzykiem w instytucjach finansowych i w przedsiębiorstwach od 1990 roku na podstawie artykułów opublikowanych w czołowych magazynach (np. *Journal of Risk and Uncertainty*, *Risk Analysis*, *Harvard Business Review*), to wniosek jaki nasuwa się z analizy jest taki, że dokonał się niewiarygodny postęp we wszystkich niemal obszarach zarządzania ryzykiem. Zarządzanie ryzykiem nie jest współcześnie przywilejem najbardziej renomowanych instytucji finansowych i korporacji światowych, lecz dedykowane jest do wszystkich organizacji. Byłoby jakimś wielkim zaniedbaniem, aby propozycje bardziej proaktywnego podejścia do ryzyka nie znalazły wyraz także w jednostkach sektora publicznego, w tym w działaniach rządu i jego agencji.

Ważną przesłanką do uwzględnienia ryzyka w ocenie skutków regulacji są doświadczenia (lekcja) z ostatniego kryzysu finansowego (tzw. kryzys *subprime* – początek 2007 r., USA), który ujawnił z jednej strony dużą rangę zarządzania ryzykiem, a z drugiej strony liczne jego słabości. Wśród tych słabości, powszechna krytyka dotyczyła funkcjonowania instytucji nadzorczych i regulacyjnych na rynku działania instytucji finansowych.

Trzy kluczowe kwestie są ważne dla dokonania przełomu w podejściu do ryzyka regulacyjnego. Pierwszą jest przyjęcie definicji ryzyka regulacyjnego, a drugą jest organizacyjne usytuowanie analizy ryzyka regulacyjnego w pracach sejmu, senatu, rządu i jego agencji oraz kancelarii prezydenta. Natomiast trzecią jest stworzenie mechanizmu prowadzącego do stymulowania działań na rzecz ograniczania ryzyka i zwiększenia jego skuteczności i jego efektywności. Te dwie pierwsze kwestie były już częściowo omówione na w oczekującym na opublikowanie artykule w „Nowym Życiu Gospodarczym”, dlatego uwaga będzie skoncentrowana na trzecim wymienionym zagadnieniu. Zanim przystąpi się do jego ekspozycji, przedstawiony zostanie zakres przedmiotowy ryzyka regulacyjnego, który tworzy ramy dla jego ewentualnej identyfikacji i pomiaru.

ZAKRES PRZEDMIOTOWY RYZYKA REGULACYJNEGO

Regulacje są ujmowane w literaturze przedmiotu wąsko lub szeroko. Wąskie ujęcie regulacji odnosi się do wszelkich działań rządu i jego agencji, które polegają na wykorzystaniu aktów prawnych (ustaw, rozporządzeń, zarządzeń) do zmiany zachowań interesariuszy. Na przykład uchwalenie ustawy o zakazie palenia w miejscach publicznych jest modelową regulacją, która ma m.in. chronić osoby niepalące przed szkodliwym oddziaływaniem dymu tytoniowego. Jest sprawa bezdyskusyjną, że rząd i jego agencje mogą stosować bogate instrumentarium narzędzi wpływających na zmiany postrzegania i reagowania interesariuszy na określone obszary decyzyjne. Na przykład promowaniu zdrowego trybu życia społeczeństwa mogą towarzyszyć programy, polityki i działania zwiększające zakres uprawiania sportu, ograniczenia masowej skali używania leków dostępnych

bez recepty, skłaniające do racjonalnego spożycia prostych cukrów, tłuszczu zwierzęcych itp.

W definiowaniu i interpretacji ryzyka regulacyjnego zaobserwować można w dostępnych publikacjach wiele nieporozumień, które elegancko opisują Fischhoff i Morgan. Podkreślają, że jest ono wynikiem występowania zbyt wielu rodzajów ryzyka, określeń ryzyka i wartości⁸. W teorii finansów wyróżnia się dwie klasy ryzyka: ryzyko czyste i ryzyko spekulacyjne⁹. Ryzyko czyste występuje wtedy, gdy istnieje niebezpieczeństwo poniesienia straty bez żadnej szansy wygranej. Natomiast ryzyko spekulacyjne oznacza, że istnieje szansa zarówno wygranej jak i poniesienia straty. Ryzyko czyste jest związane z:¹⁰

- działaniem sił natury (np. powodzie, huragany, trzęsienia ziemi, tsunami),
- z wadami technicznymi i błędami człowieka (np. katastrofa budowlana, katastrofa lotnicza),
- działaniem osób trzecich (np. kradzież, dewastacja, rozbój).

Zdaniem Autora, klasyczne podejście do definiowania, a zwłaszcza interpretowania ryzyka regulacyjnego wymaga pewnego przewartościowania i modyfikacji. Okazuje się, że tego rodzaju ryzyka występują obecnie dość powszechnie w porównaniu z poprzednimi dekadami, gdy ryzyko regulacyjne oznaczało występowanie zdarzeń o bardzo niskim poziomie prawdopodobieństwa. Jedną z przyczyn tego stanu jest to, że we współczesnych warunkach poszczególne kraje stanowią jakby „małe wioski”, zwiększył się więc obszar obserwacji. W wyniku wybuchu w kwietniu 2010 r. wulkanu w Eyjafjoell w Islandii została zamknięta przestrzeń powietrzna nad dużą częścią Europy, w tym nad Polską. Co więcej, aktualnie dostępne instrumentarium jest na tyle bogate, że z każdym rodzajem ryzyka mogą być powiązane nie tylko zagrożenia, ale i potencjalne korzyści (ograniczenie negatywnych skutków). Pozytywne efekty zarządzania ryzykiem tworzą te możliwości, które zapobiegają nadmiernej utracie wartości aktywów, nie powodują powstawania dodatkowych zobowiązań wobec innych jednostek i osób trzecich bądź utracie spodziewanych przychodów i dochodów. Syntetyczną miarą zarządzania ryzykiem regulacyjnym mogą być przepływy pieniężne netto, jakie uzyskuje się poprzez skuteczne zarządzanie ryzykiem. Dla zobrazowania tej koncepcji warto odwołać się do porównania skutków trzęsienia ziemi w Haiti i Chile w 2010 r.. W Chile, mimo olbrzymiej siły tego kataklizmu, co najmniej 500 razy większej niż tego, który w ubiegłym miesiącu nawiedził

⁸ B. Fischhoff, G. Morgan, *The Science and Practice of Risk Ranking*, „Horizon” 2009, vol. 10, No 3, s. 41.

⁹ A.H. Mowbray, R.H. Blanchard, C.A. Williams Jr., *Insurance*, 6 th ed., N. York: McGraw-Hill Book Co., 1969.

¹⁰ L. Niedziałkowski, *Zarządzanie ryzykiem losowym* Komitet Audytu. Forum Polski Instytut Dyrektorów, GPW Warszawa 25 marca 2010, s. 34.

Haiti, liczba ofiar jest relatywnie niewielka. I choć w chilijskich miastach sporo jest wysokich, a czasem nawet bardzo wysokich budynków, zawalił się – jak wynika z dotychczasowych doniesień – tylko jeden wieżowiec, w Concepción¹¹. Jedną z istotnych przyczyn różnic w kosztach trzęsienia ziemi w tych krajach jest z pewnością stopień dojrzałości zarządzania ryzykiem regulacyjnym.

Użycie terminu ryzyko regulacyjne ma też pewnie kontekst pragmatyczny. Unika się wówczas stosowania kategorii „spekulacyjne ryzyko regulacyjne”, co jest teoretycznie bardziej poprawne, ale ma negatywne skojarzenie w odbiorze społecznym, gdyż implikuje, że rząd i jego agencje zachowują się jak hazardziści. Co więcej, użycie terminu ryzyko regulacyjne podkreśla niemal automatycznie stochastyczny charakter ryzyka, który można opisać np. typowym rozkładem statystycznym o znanej wartości średniej i odchyleniu standardowym.

Dla skutecznego procesu zarządzania ryzykiem regulacyjnym jest niezbędne przyjęcie odpowiedniej klasyfikacji przedmiotowej tego ryzyka. W tym celu można wykorzystać różne kryteria i wynikające z nich systemy klasyfikacji ryzyk¹². W referacie postuluje się użycie następujące grupy ryzyk (World Economic Forum):

- ekonomiczne,
- ekologiczne (ochrony środowiska),
- geopolityczne,
- społeczne,
- technologiczne.

W Wielkiej Brytanii na poziomie krajowym uwzględnia się ryzyka regulacyjne odnoszące się do czterech obszarów tj. ekonomiczne, społeczne, ekologiczne i zdrowotne¹³.

W zarządzaniu ryzykiem regulacyjnym istotny jest podział odbiorców ryzyka na co najmniej dwie klasy: ryzyka odnoszące się do obywateli i ryzyka odnoszące się do sektora przedsiębiorstw tzw. ryzyka biznesowe. W Wielkiej Brytanii w tym celu prowadzi się Krajowy Rejestr Cywilnych Wypadków¹⁴ (*National Risk Register of Civil Emergencies*, Cabinet Office 2010 edition).

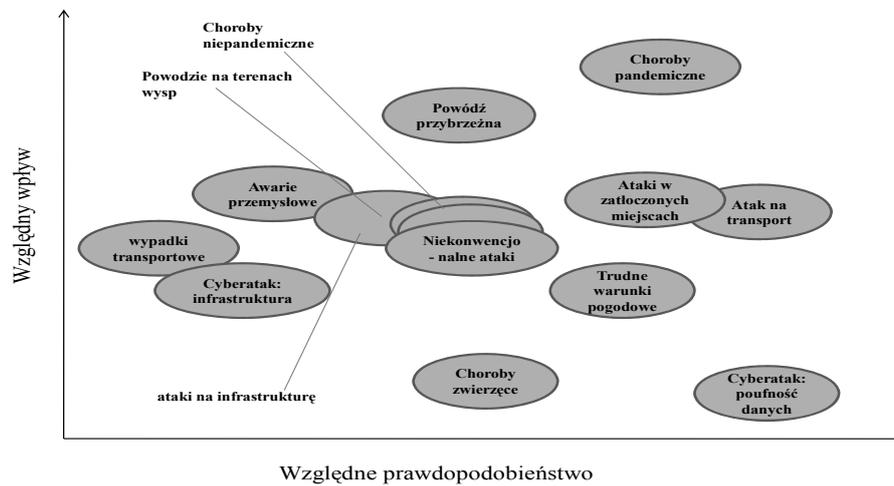
¹¹ Trzęsienie ziemi w Chile, www.tierralatina.pl/2010/02/trzesienie-ziemi-w-chile z dnia 15.04.2010.

¹² Zob. np. Global Risks 2009. Global Risk Network Report. World Economic Forum 2009; Classification of Risk –Customers. Innovations, march 2009; Risk Classification. Statement of Principles. American Academy of Actuaries. Committee on Risk Classification. www.actuarialstandardsboard.org/pdf/appendices/risk.pdf, dane z 15.04.2010.

¹³ J. Radisch, R. Iannizzotto, Innovation in Country Risk op.cit., s. 31 -32.

¹⁴ National Risk Register of Civil Emergencies, Cabinet Office 2010 edition. Crown Copyright 2010.

Rysunek 1. Macierz ryzyk przewidywanych na 2010 r. dla Wielkiej Brytanii



Źródło: *National Risk Register of Civil Emergencies*, Cabinet Office 2010 edition, Crown Copyright 2010, s. 5.

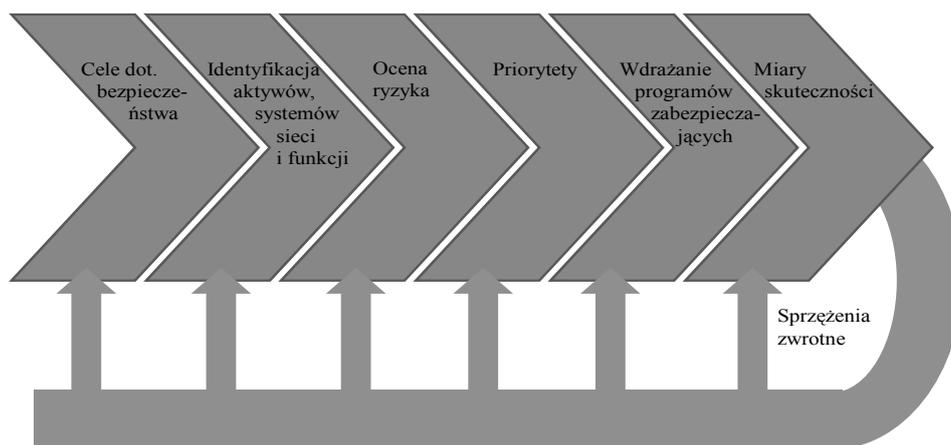
KIERUNKI PRZEFORMUŁOWANIA CELU ZARZĄDZANIA RYZYKIEM REGULACYJNYM

Autor uważa, że skuteczne i efektywne zarządzanie ryzykiem regulacyjnym wymaga spełnienia kilku istotnych warunków, a w szczególności:

a) Holistycznego ujęcia ryzyka, polegającego na całościowym uwzględnieniu wszystkich zidentyfikowanych regulacyjnych ryzyk, co jest naturalnym oczekiwaniem, ponieważ rząd i jego agencje są odpowiedzialne za zarządzanie ryzykiem z perspektywy całego kraju.

b) Postępowania zgodnego z regułami procesowego podejścia obejmującego typowe etapy jakie występują w zarządzaniu ryzykiem. Etapy jakie towarzyszą zarządzaniu ryzykiem regulacyjnym przedstawia rys. 2.

Rys. 2. Etapy zarządzania ryzykiem regulacyjnym



Ciągłe doskonalenie dla poprawy bezpieczeństwa krytycznej infrastruktury i kluczowych zasobów

Źródło: J. Radisch, R. Iannizzotto, Innovation in risk management, op.cit., s. 20.

c) Spełnienia warunku, iż rozwój i wykorzystanie różnych metod identyfikacji i pomiaru są w dużym stopniu zależne od sformułowania ogólnego celu zarządzania losowym ryzykiem regulacyjnym.

d) Dokonania zmiany celu zarządzania ryzykiem regulacyjnym.

Utrzymanie tylko negatywnej konotacji ryzyka regulacyjnego nie będzie stymulować postępu w zarządzaniu ryzykiem. Decydenci i menedżerowie będą traktować wszelkie działania prewencyjne, jako przymus ponoszenia dodatkowych kosztów i dążyć do ich ograniczenia lub unikania odwołując się do bezdyskusyjnych ograniczeń budżetowych lub spełnienia oczekiwań finansowych. Dlatego proponuje się aby, **głównym celem regulatorów w zarządzaniu ryzykiem regulacyjnym stało się dążenie do zbilansowania negatywnych skutków regulacyjnego z korzyściami działań antycypacyjnych**. W związku z tym celowy jest podział efektów działań antycypacyjnych na dwie grupy: bezpośrednie i pośrednie. Bezpośrednie skutki to te, które prowadzą do ograniczenia negatywnych skutków regulacyjnego ryzyka - są to korzyści osiągnięcia mniejszych strat. Z kolei skutki pośrednie to te, które przynoszą dodatkowe pozytywne korzyści (np. uregulowanie rzeki daje możliwości poprawy infrastruktury rekreacyjnej, powstawanie nowych placówek usługowych, poprawę stanu zdrowotności itp.).

Formalnie można ten cel zapisać:

Negatywne skutki ryzyka \approx Korzyści bezpośrednie + Korzyści pośrednie (1)

Przyjmując notację stosowaną w zarządzaniu finansami, która wykorzystuje kategorię przepływów pieniężnych:

$$\mathbf{CF \text{ (negatywne)} \approx NCF \text{ (korzyści bezpośrednie)} + \mathbf{CF \text{ (pośrednie czy dodatkowe korzyści)}} \quad (2)$$

W rozbudowanej postaci:

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T CF_{kit} \approx \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T NCF(b)_{it} + \sum_{i=1}^N \sum_{ta=1}^T CF(p)_{it} \quad (3)$$

Przy czym:

- CF_{1it} (-) – negatywne skutki ryzyka regulacyjnego „i” związane z działaniem sił natury w roku „t”,
- CF_{2it} (-) – negatywne skutki ryzyka regulacyjnego „i” związane z wadami technicznymi i błędami w roku „t”,
- CF_{3it} (-) – negatywne skutki ryzyka regulacyjnego „i” związane z działaniem osób w roku „t”,
- $NCF(b)_{it}$ – skutki netto korzyści bezpośrednich „i” w okresie „t”,
- $CF(p)_{it}$ – skutki korzyści pośrednich „i” w okresie „t”,
- $k = 1,2,3$ – negatywne skutki ryzyka regulacyjnego w warunkach braku działań antycypacyjnych,
- $i = 1,2, \dots, N$ - liczba podejmowanych działań regulacyjnych,
- $t = 1,2, \dots, T$ – okres w jakim dokonuje się oceny skutków regulacji.

Lewa strona wzoru (1) oznacza straty, jakie ponosi się, jeśli nie dokonuje się żadnych działań, które ograniczałyby negatywne efekty wystąpienia ryzyka regulacyjnego. Regulator jest całkowicie bierny i czeka na to co zgotuje mu los. Nie jest więc zainteresowany kogo dotknie to ryzyko, w jakim zakresie i przez jak długi okres. Jednym słowem jest to skumulowany efekt całkowitej bezczynności.

Prawa strona wzoru (1) odzwierciedla skumulowane efekty bezpośrednio i pośrednio podejmowanych antycypacyjnych działań regulacyjnych. Według tej formuły każde ryzyko regulacyjne jest prześwietlane przez pryzmat kwantyfikowalnych efektów: ekonomicznych, ekologicznych (ochrony środowiska), geopolitycznych, społecznych czy technologicznych.

Zaproponowanie innego celu zarządzania ryzykiem regulacyjnym wynika z pewnej dostrzeżonej analogii, jaka w moim przekonaniu występuje między zarządzaniem ryzykiem a zarządzaniem przez jakość. Przez długi okres menedżerowie w przedsiębiorstwach produkcyjnych i usługowych traktowali dość niechętnie wydatki ponoszone na poprawę jakości, ponieważ porównywali konkretne koszty z niepewnymi korzyściami wynikającymi z tych działań. Natomiast całkowicie pomijali skutki (koszty) „złej jakości” (np. prace poprawkowe, straty materiałów, zaleganie wadliwych wyrobów w magazynie).

Dopiero koncepcja Crosby'ego przyczyniła się dokonania przełomu w podejściu do zarządzania jakością. Jego slogan „quality is free” uzasadniał, że jeśli menedżerowie dokonają pomiaru kosztów utrzymania złej jakości, to wydatki okażą się bez znaczenia czyli darmowe, bowiem zostaną sfinansowane przez wydatki ponoszone na pokrycie kosztów złej jakości. W zarządzaniu ryzykiem regulacyjnym sytuacja jest nieco inna, konkretne są straty, a umykają z pola widzenia korzyści, bo są ukryte.

Jako kryterium działań regulatora można przyjąć następujące:

**minimalizacja odchyłeń [NCF (negatywne) – Korzystne efekty działań
prewencyjnych] (4)**

W praktyce zarządzania ryzykiem regulacyjnym w początkowym okresie poziom odchyłeń wskazujących na skuteczność działań regulacyjnych może być relatywnie wysoki, natomiast w dłuższym okresie w miarę zdobywania doświadczeń i skuteczności w wykorzystaniu instrumentów ograniczania ryzyka regulacyjnego odchylenia te będą stawały się coraz mniej znaczące.

ZAKOŃCZENIE

Ocena skutków regulacji jako jednego z kluczowych instrumentów kontroli jakości działań administracji publicznej w dziedzinie tworzenia dobrego prawa zdobywa coraz większą rangę od momentu przystąpienia Polski do organizacji OECD w listopadzie 1996 r. i do Unii Europejskiej w maju 2004 r. Przyjęte zostały w Polsce odpowiednie uregulowania prawne oraz zbudowana infrastruktura instytucjonalna. Administracja centralna szkolona jest w zakresie stosowania metodyki oceny skutków regulacji. Coraz więcej ważnych aktów prawnych zawiera ocenę skutków regulacji.

W artykule formułuje się stanowisko, że ważnym aspektem metodycznym jest wprowadzenie do oceny skutków regulacji zagadnienia ryzyka regulacyjnego. Dla zwiększenia skuteczności i efektywności działań administracji publicznej, proponuje się zmianę celu zarządzania ryzykiem regulacyjnym. Dotychczasowy cel zarządzania ryzykiem regulacyjnym sprowadzał się do minimalizacji zagrożeń (strat) wynikających z podejmowanych regulacji. Rekomenduje się, aby celem ryzyka regulacyjnego było dążenie do uwzględnienia także korzyści bezpośrednich i pośrednich. W rezultacie zarządzanie ryzykiem regulacyjnym w długim horyzoncie działania regulacji sprowadza się do minimalizacji odchyłeń między negatywnymi skutkami regulacji a korzyściami z jego wdrożenia.

LITERATURA

- Bertero R. M., The Government of Risk: Understanding Risk Regulation Regimes „Journal of Radiological Protection”, 2002, vol. 22, No 1.
- Classification of Risk –Customers. Innovations, march 2009.
- Crosby P.B., Quality is Free: The Arts of Making Quality Certain, McGraw Hill, New York 1979.
- Fischhoff B., Morgan G., The Science and Practice of Risk Ranking, “Horizon” 2009, vol. 10, No 3.
- Global Risks 2009. Global Risk Network Report. World Economic Forum 2009.
- Jajuga K., Zarządzanie ryzykiem, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.
- Mowbray A.H., Blanchard R.H., Williams C.A. Jr., Insurance, 6 th ed., N. York: McGraw-Hill Book Co., 1969.
- National Risk Register of Civil Emergencies, Cabinet Office 2010 edition. Crown Copyright 2010.
- Niedziałkowski L., Zarządzanie ryzykiem losowym Komitet Audytu. Forum Polski Instytut Dyrektorów, GPW Warszawa 25 marca 2010.
- Radiach J., Iannizzato R., Innovation in risk management, Raport Bankier.pl i Grupy Ergo Hestia, Zabezpiecz dobytek przed powodzią portal.pl/.../raport-bankierpl-i-grupy-ergo-hestia-zabezpiecz-dobytek-przed-powodzią/ z dnia 22.03.2010.
- Risk Classification. Statement of Principles. American Academy of Actuaries. Committee on Risk Classification. www.actuarialstandardsboard.org/pdf/appendices/risk.pdf, dane z 15.04.2010.
- Skwirowski P., Sejm: Krajobraz po legislacyjnej nawałnicy „Gazeta Wyborcza” z dnia 05.08.2005.
- Trzęsienie ziemi w Chile, www.tierralatina.pl/2010/02/trzesienie-ziemi-w-chile z dnia 15.04.2010.
- Zabezpiecz dobytek przed powodzią portal.pl/.../raport-bankierpl-i-grupy-ergo-hestia-zabezpiecz-dobytek-przed-powodzią/ z dnia 22.03.2010.
- Zubek R. i inni, Barometr legislacyjny: Analiza wykonania programu prac legislacyjnych Rady Ministrów za II półrocze 2009 r. według stanu na 31.12.2009. Sprawne Państwo. Program Ernst & Young.

The new aim of the risk regulation management

Abstract: Regulatory Impact Assessment (called shortly in Polish as OSR) is an instrument improving the law. It have been developing very quickly in Poland since our country became the member of OECD (November 1996) and of the European Union (May 2004). Poland build special institutional infrastructure to evaluate new regulations. This year about 1000 of administrative people will be trained in applying the rules of OSR. It is observe that part of regulations in force includes information about the results of the OSR.

The purpose of this paper is to change practice in the methodological issue aiming to choose the best law alternative for the society. The author recommends two main solutions. First proposal is to implement in evaluation of law projects risk issues. The second is to change aim of the regulation risk. Recently, in practice conservative approach to the risk regulation dominates. This approach leads to minimizing not only the value of losses but also costs of reducing or avoiding risk. In the article it is stated, that better solution is to add also direct and indirect benefits of risk reduction activities. As a result, the new aim is to minimize differences between losses and all identified benefits in long horizon.

Key words: risk regulation, management, aim, public finance, RIA, government

RÓŻNICZKOWY MODEL INFLACJI REJESTROWANEJ W POLSCE

Joanna Kisielińska

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego - Wydział Nauk Ekonomicznych
e-mail: joanna_kisielinska@sggw.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono addytywny model z amplitudą oscylacji zmieniającą się według dowolnej funkcji czasu. Wykazano, że stanowi on uogólnienie zwykłego modelu addytywnego i multiplikatywnego. Jeśli założona zostanie wykładnicza postać amplitudy i oscylacje w postaci pojedynczej harmoniki szeregu Fouriera, można wyznaczyć współczynniki równania różniczkowego drgań harmonicznym tłumionych opisującego proces. Model zastosowano dla inflacji rejestrowanej od stycznia 1991 do grudnia 2009.

Słowa kluczowe: prognozowanie, model inflacji

WSTĘP

Modele szeregów czasowych z wahaniami w czasie tworzone są w dwóch podstawowych wersjach - addytywnej i multiplikatywnej. Model addytywny jest odpowiedni w przypadku stałej amplitudy oscylacji, multiplikatywne zaś, jeśli jest ona zmienna w sposób wprost proporcjonalny do trendu. Nie wszystkie jednak drgania spełniają te warunki. Przykładem mogą być znane z fizyki drgania harmoniczne tłumione, stanowiące przy pewnych warunkach rozwiązanie liniowego równania różniczkowego rzędu drugiego. W takim przypadku właściwym jest model addytywny z nieliniowo zmienną amplitudą oscylacji. W artykule pokazane zostanie, że przyjęcie stałej amplitudy sprowadza model ten do zwykłego modelu addytywnego, natomiast założenie amplitudy wprost proporcjonalnej do trendu – do modelu multiplikatywnego. Oznacza to, że model addytywny z nieliniowo zmienną amplitudą oscylacji jest uogólnieniem tradycyjnych modeli: addytywnego i multiplikatywnego.

Jeśli dla oscylacji założy się amplitudę jako wykładniczą funkcję czasu, zmienność procesu wyjaśni jednorodne równanie różniczkowe rzędu drugiego z czynnikiem tłumiącym (równanie drgań harmonicznym z tłumieniem). Aby

uwzględnić trend wprowadzany addytywnie do modelu wystarczy równanie jednorodne zastąpić równaniem niejednorodnym.

Na podstawie miesięcznych danych o inflacji rejestrowanej od stycznia 1991r. do grudnia 2009 oszacowany zostanie addytywny model inflacji z amplitudą zmieniającą się według wykładniczej funkcji czasu. Pozwoli to obliczyć współczynniki równania różniczkowego oraz określić na podstawie trendu funkcję czasu występującą w równaniu niejednorodnym.

MODELE SZEREGÓW CZASOWYCH Z WAHANIAMI W CZASIE

Dana jest zmienna $y(t)$ zależna od czasu, którą cechuje okresowość. Można wyodrębnić w niej trzy elementy: trend (tendencja rozwojowa), składową okresową i składową losową. Trend $y^*(t)$ reprezentuje poziom zjawiska¹ i może być przedstawiony jako funkcja czasu. Składową okresową $o(t)$ cechuje powtarzalność w czasie według określonych cykli. Składowa losowa obrazuje zakłócenia o czysto losowym charakterze, których zmienności nie wyjaśnia tworzony model.

Do prognozowania zjawisk charakteryzujących się wahaniami periodycznymi stosowane są dwa podstawowe typy modeli: addytywny i multiplikatywny ([DeLurgio 1998], [Dittmann 2004], [Witkowska 2005] i wielu innych). W modelu addytywnym wahania okresowe dodawane są do trendu, w multiplikatywnym zaś są przez niego mnożone. Modele addytywne stosuje się, gdy wahania są stałe w czasie, natomiast multiplikatywne, jeśli wahania zmieniają się w czasie w sposób prosty proporcjonalnym do trendu.

Model addytywny zapisywany jest jako:

$$y(t) = y^*(t) + o_a(t) + \xi_t \quad (1)$$

multiplikatywny zaś dany jest formułą:

$$y(t) = y^*(t) \cdot o_m(t) + \xi_t \quad (2)$$

gdzie: $y^*(t)$ to trend, $o_a(t)$ jest składową okresową w modelu addytywnym, natomiast $o_m(t)$ składową okresową w modelu multiplikatywnym, ξ_t jest składową losową – zakłóceniem.

Założmy, że składowa okresowa w modelu (1) jest ilorzem trendu i pewnej funkcji czasu $w(t)$:

$$o_a(t) = y^*(t) \cdot w(t) \quad (3)$$

Wstawiając (3) do wzoru (1) otrzymujemy:

$$y(t) = y^*(t) + y^*(t) \cdot w(t) + \xi_t = y^*(t) \cdot (1 + w(t)) + \xi_t \quad (4)$$

Podstawiając $o_m(t) = 1 + w(t)$ do wzoru (4) uzyskujemy formułę na model multiplikatywny. Przekształcenia te pokazują, że model multiplikatywny jest równoważny modelowi addytywnemu, jeżeli założona zostanie postać (3) składowej okresowej.

¹ W niniejszym artykule założono trend deterministyczny. Takie podejście pozwala na jego uwzględnienie w niejednorodnym równaniu różniczkowym.

W niektórych pozycjach literatury ([DeLurgio 1998], [Dittmann 2004], [Witkowska 2005]) w modelu multiplikatywnym składowa losowa jest przemnażana przez część deterministyczną. Formuła określająca model jest wówczas następująca:

$$y(t) = y^*(t) \cdot o_m(t) \cdot \xi_t \quad (5)$$

Aby uzyskać addytywnie wprowadzany składnik losowy konieczne jest obustronne zlogarytmowanie wzoru (5):

$$\ln(y(t)) = \ln(y^*(t)) + \ln(o_m(t)) + \ln(\xi_t) \quad (6)$$

Multiplikatywny składnik losowy wprowadza pewne niedogodności. Zmienna $y(t)$ w modelu postaci (5) ma zakłócenia wzmacniane (lub tłumione) przez iloczyn trendu i składnika okresowego. Związek taki trudno jest uzasadnić. Kolejny problem to znak zakłóceń. Aby model był poprawny, zakłócenia losowe ξ_t muszą być dodatnie, bowiem w przeciwnym razie wpływałyby na znak $y(t)$. Argumenty te przemawiają za przewagą zapisu (2) nad (5). Addytywnie wprowadzany składnik losowy w modelu multiplikatywnym stosują np. [Durbin i Murphy 1975], [Chatfield 1996], [Abraham i Ledolter 2005].

Pierwszy etap tworzenia modelu szeregu czasowego zarówno w wersji addytywnej, jak i multiplikatywnej polega na wyznaczeniu tendencji rozwojowej. Wykorzystuje się w tym celu metodę najmniejszych kwadratów, przy czym trend może być zarówno liniowy jak i nieliniowy.

Etap kolejny to eliminacja trendu z szeregu. Sposób eliminacji zależy od typu modelu. W modelu addytywnym trend jest odejmowany od rzeczywistych wartości zmiennej, w multiplikatywnym natomiast wartości rzeczywiste są przez trend dzielone. Funkcja, uzyskana po usunięciu trendu oznaczona zostanie jako $o(t)$, zawiera w sobie element okresowy i losowy. Oblicza się ją w modelu addytywnym jako:

$$o(t) = y(t) - y^*(t) \quad (7)$$

a w modelu multiplikatywnym:

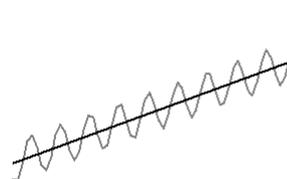
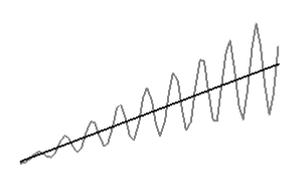
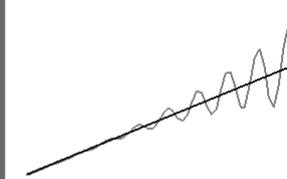
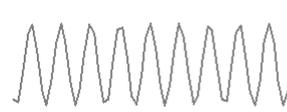
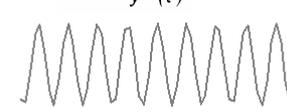
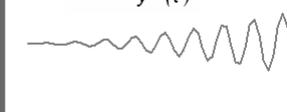
$$o(t) = \frac{y(t)}{y^*(t)} \quad (8)$$

Przekształcenie (7) lub (8) powinno doprowadzić do uzyskania funkcji okresowej, w której nie występują zmiany wahań w kolejnych okresach lub inaczej mówiąc amplituda wahań nie ulega zmianom w czasie². Jest to możliwe, jeśli w funkcji źródłowej $y(t)$ amplituda wahań była stała i zastosowano model addytywny lub, gdy amplituda była wprost proporcjonalna do trendu i przyjęto model multiplikatywny. Jeżeli jednak wahania zmieniają się w czasie i nie są wprost proporcjonalne do trendu, modele (1) i (2) nie pozwolą prawidłowo opisać zjawiska. Ilustrację takiego przypadku zawiera rysunek 1. W kolumnie pierwszej przedstawiono szereg, w którym wahania nie zmieniają się w czasie. Właściwy w takim

² Jeżeli $o(t)$ traktujemy jako szereg czasowy, proces stochastyczny go generujący powinien być stacjonarny przynajmniej słabo.

przypadku jest model addytywny, a eliminacja trendu poprzez odjęcie go od wartości modelowanego zjawiska pozwala uzyskać składową okresową, o stałej amplitudzie. W kolumnie drugiej znajduje się ilustracja szeregu, w którym wahania są wprost proporcjonalne do trendu. Jego eliminacja właściwa dla modelu multiplikatywnego daje również składową okresową o stałej amplitudzie. Jeżeli jednak wahania ulegają w czasie zmianom, lecz nie są wprost proporcjonalne do tendencji rozwojowej, podzielenie wartości modelowanego zjawiska przez trend nie stabilizuje wahań składowej okresowej. Ilustracja takiego przypadku znajduje się w kolumnie trzeciej. Jedynym rozwiązaniem jest wówczas zastosowanie modelu addytywnego, w którym amplituda oscylacji zmieniać się będzie według dowolnej funkcji czasu $a(t)$.

Rysunek 1. Eliminacja trendu w modelach szeregów czasowych

1. Model addytywny	2. Model multiplikatywny	3. Model multiplikatywny
		
$o(t) = y(t) - y^*(t)$ 	$o(t) = \frac{y(t)}{y^*(t)}$ 	$o(t) = \frac{y(t)}{y^*(t)}$ 

Źródło: Opracowanie własne

W modelu addytywnym z amplitudą zmieniającą się według dowolnej funkcji czasu po eliminacji trendu według formuły addytywnej należy opracować model składowej okresowej $o(t)$. Wymaga to wyodrębnienia amplitudy $a(t)$ i wahań $w(t)$ o odchyleniach stałych w czasie (niezależnych od rozpatrywanego cyklu). Składowa okresowa $o(t)$ jest określona jako:

$$o(t) = a(t) \cdot w(t) \quad (9)$$

Zarówno $a(t)$ jak i $y^*(t)$ są funkcjami czasu. Jeżeli istnieje funkcja odwrotna do $y^*(t)$, amplitudę można przedstawić jako funkcję trendu, zamiast funkcji czasu. Można również szacować amplitudę bezpośrednio jako funkcję trendu, a nie czasu.

Wyodrębnienie stałych w czasie wahań $w(t)$ wymaga eliminacji amplitudy, którą należy określić. W artykule [Kisielińska 2008] przedstawiono metodę wyznaczania amplitudy poprzez obliczenie wartości bezwzględnej $o(t)$. Smolik [Smolik 2003] przedstawił wzory na współczynniki przy założeniu wykładniczej zmien-

ności amplitudy przy pomocy metody najmniejszych kwadratów i w konsekwencji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji.

W badaniach prezentowanych w niniejszej publikacji przyjęto amplitudę jako największą, co do wartości bezwzględnej składową okresową w całym cyklu³. Dopasowując najlepszą funkcję do otrzymanych wielkości otrzymuje się funkcję $a(t)$.

Eliminacja amplitudy wymaga podzielenia $o(t)$ przez oszacowaną funkcję $a(t)$:

$$w(t) = \frac{o(t)}{a(t)} \quad (10)$$

Funkcja $w(t)$ reprezentuje wahania, których amplituda jest stała. Do jej modelowania można użyć metody wskaźników lub analizy Fouriera. Porównanie obydwu metod dla inflacji przedstawiono w pracy [Kisielińska 2003].

Model addytywny z amplitudą zmieniającą się według dowolnej funkcji czasu (lub trendu) można zapisać jako:

$$y(t) = y^*(t) + a(t) \cdot w(t) + \xi_t \quad (11)$$

Jeżeli $a(t) = \text{const} = a$, wprowadzając oznaczenie $o_a(t) = a \cdot w(t)$ do wzoru (11) otrzymujemy prosty model addytywny o postaci (1). Zakładając natomiast $a(t) = \text{const} \cdot y^*(t) = a \cdot y^*(t)$ i wprowadzając do wzoru (12) oznaczenie $o_m(t) = 1 + a \cdot w(t)$ otrzymujemy model multiplikatywny. Udowodnione więc zostało, że model addytywny z amplitudą zmieniającą się według dowolnej funkcji czasu, jest uogólnieniem prostego modelu addytywnego i multiplikatywnego.

RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE DRGAŃ HARMONICZNYCH

Opracowany model procesu, który cechuje okresowość może być wykorzystany do prognozowania jego wartości. Nie zawiera jednak w sobie wyjaśnienia przyczyn okresowości. Z pewnością cykliczny charakter niektórych zjawisk może być konsekwencją oddziaływania innego procesu o naturalnie cyklicznym charakterze, wynikającym np. z pór roku. Z drugiej strony wiadomo, że funkcje okresowe stanowią rozwiązanie pewnego typu równań różniczkowych. W charakterze tych równań można poszukiwać również przyczyn okresowości.

Równania drgań harmoniczných prostych i drgań harmoniczných z tłumieniem są równaniami liniowymi rzędu drugiego. W zastosowaniach fizycznych drania pojawiają się, gdy działają na pewien obiekt fizyczny dwa przeciwstawne czynniki. Np. klocek na rozciągniętej sprężynie. Na klocek działa z jednej strony siła ciężkości, z drugiej natomiast w kierunku przeciwnym siłą sprężystości proporcjonalna do rozciągnięcia sprężyny. Jeśli dodatkowo występuje jakiś czynnik tłumiący (np. opór ośrodka, w jakim odbywa się ruch, czy odkształcenie sprężyny)

³ Dla inflacji cykl jest 12 miesięczny, co potwierdzono stosując analizę Fouriera [Kisielińska 2003], [Kisielińska 2008].

drgania będą miały coraz mniejsze odchylenia – będą to drgania tłumione. W przypadku inflacji można poszukiwać analogicznych związków. Z jednej strony występuje dążenie różnych grup do powiększania wydatków z budżetu, którego konsekwencją jest rosnący deficyt. Z drugiej natomiast Rada Polityki Pieniężnej w przypadku narastania inflacji podejmuje różnorakie działania zaradcze. Działania te są proporcjonalne do rozmiarów inflacji.

Równanie drgań harmonicznycych prostych jest następujące:

$$o''(t) + \omega^2 \cdot o(t) = 0 \quad (12)$$

gdzie: $o(t)$ – przebieg czasowy o oscylacyjnym charakterze, ω - parametr (częstotliwość kołowa).

Rozwiązaniem równania różniczkowego (12) jest funkcja:

$$o(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad (13)$$

gdzie: A – amplituda, a z częstotliwości kołowej ω wynika długość okresu $T = \frac{2\pi}{\omega}$, φ to przesunięcie fazowe. Amplituda i przesunięcie fazowe wynikają

z warunków początkowych

Równanie (12) jest równaniem jednorodnym. Jeżeli chcemy uzyskać funkcje $y(t)$ jako sumę składowej okresowej $o(t)$ i trendu $y^*(t)$, równanie jednorodne (12) należy zastąpić równaniem niejednorodnym. Wiadomo bowiem, że całka ogólna równania niejednorodnego jest sumą całki ogólnej równania jednorodnego i dowolnej całki szczególnej równania niejednorodnego. Niejednorodne równanie różniczkowe dla funkcji $y(t)$ jest wobec tego określone formułą:

$$y''(t) + \omega^2 \cdot y(t) = f(t) \quad (14)$$

Postać funkcji $f(t)$ wynika z postaci trendu i musi spełniać warunek:

$$f(t) = y^{**}(t) + \omega^2 \cdot y^*(t) \quad (15)$$

Równanie drgań harmonicznycych z tłumieniem zawiera tzw. czynnik tłumiący w postaci pierwszej pochodnej:

$$o''(t) + p \cdot o'(t) + q \cdot o(t) = 0 \quad (16)$$

Parametry p i q muszą spełniać warunek $p^2 - 4 \cdot q < 0$, aby rozwiązanie miało charakter oscylacyjny.

Rozwiązaniem równania (16) jest funkcja:

$$o(t) = e^{\alpha \cdot t} \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad (17)$$

gdzie: $\alpha = -\frac{p}{2}$, a $\omega = \frac{\sqrt{-p^2 + 4 \cdot q}}{2}$. Tak jak dla drgań prostych, amplituda A

i przesunięcie fazowe φ wynikają z warunków początkowych.

Wprowadzenie trendu wymaga zastąpienia równania jednorodnego równaniem niejednorodnym Ostatecznie więc otrzymujemy:

$$y''(t) + p \cdot y'(t) + q \cdot y(t) = f(t) \quad (18)$$

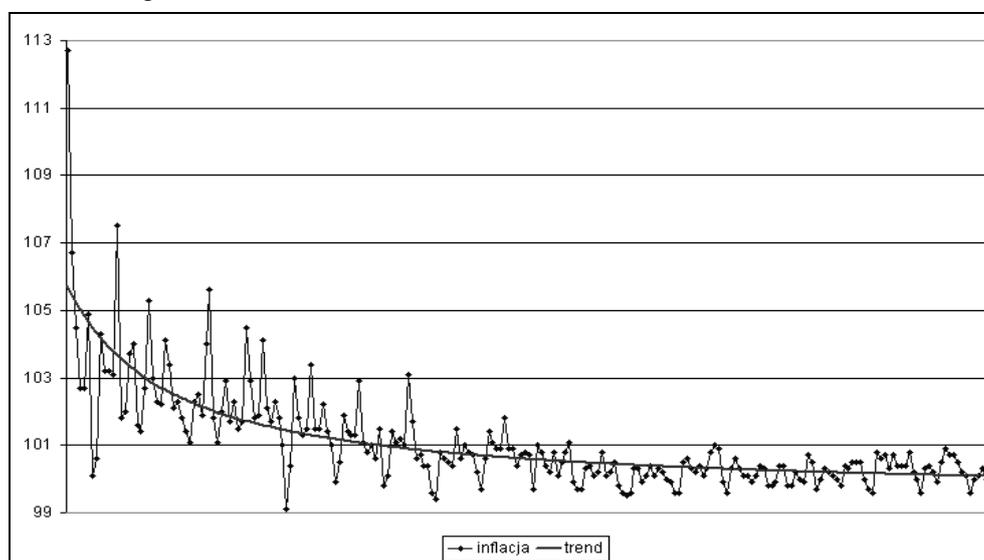
przy czym funkcja $f(t)$ musi spełniać warunek:

$$f(t) = y^{**}(t) + p \cdot y^{*'}(t) + q \cdot y^*(t) \quad (19)$$

RÓWNANIE RÓŻNICZKOWE INFLACJI W POLSCE

Na rys. 2 przedstawiono wykres obrazujący zmiany indeksu cen towarów i usług konsumpcyjnych w Polsce od stycznia 1991 r. do grudnia 2009. Wykres ten wyraźnie pokazuje, że wahania inflacji nie są stałe w czasie, wobec czego niecelowe jest do modelowania zjawiska użycie zwykłego modelu addytywnego. Ponieważ amplituda wahań zmniejsza się w czasie, odpowiednim jest model drgań harmonicznym tłumionych z trendem.

Rysunek 2. Wartości indeksu cen towarów i usług konsumpcyjnych od stycznia 1991 do grudnia 2009



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS

Dla inflacji w badanym okresie najlepszym⁴ okazał się trend odwrotny do liniowego, o następującej postaci:

$$y^*(t) = 99,90 + \frac{90,50}{t + 12} \quad (20)$$

We wzorze powyższym $t = 1$ dla stycznia 1990 r. Inflacja w Polsce miała wartość największą w styczniu 1990 r. Wobec tego miesiąc ten został przyjęty jako pozycja asymptoty pionowej ($t = -12$).

Modelując amplitudę przyjęto, jako jej podstawę dla każdego roku największą, co do wartości bezwzględnej różnicę $y(t) - y^*(t)$. Aby doprowadzić model procesu do postaci równania różniczkowego drgań harmonicznym tłumionych

⁴ Oceny dokonano na podstawie wartości błędu średniokwadratowego.

założono amplitudę jako funkcję wykładniczą. Ostatecznie otrzymano następującą formułę:

$$a(t) = 4,30 \cdot \exp(-0,0103 \cdot t) \quad (21)$$

Amplituda została następnie wyeliminowana w celu wyłonienia składowej okresowej. Przeprowadzona analiza Fouriera pokazała, że najważniejsze składowe harmoniczne odpowiadają kolejno okresom 4 miesiące, 12 miesięcy i 6 miesięcy. Pojedyncze równanie różniczkowe jest właściwym modelem dla jednej składowej harmonicznej (długość okresu oraz wykładnik amplitudy określają współczynniki p i q w równaniu (18)). Konieczne jest więc wybranie właściwej częstotliwości. Wprawdzie najważniejsza jest składowa 4 miesięczna, jednak jako najbardziej reprezentatywną wybrano składową 12 miesięczną. Prowadzone wcześniej badania (przedstawione w pracy [Kisielińska 2003]) wskazywały, jako najważniejszą składową 12 miesięczną. Cykl tej składowej jest ponadto wielokrotnością zarówno składowej 4 jak i 6 miesięcznej, co jest istotne, jeśli zastosowana zostanie metoda wskaźników wprowadzająca poprawki wynikające z cykliczności dla każdej fazy. W celu weryfikacji poprawności takiego modelu, opracowano także wariant 4 miesięczny. Okazało się, że nie był on wyraźnie lepszy od wariantu 12 miesięcznego.

Pojedyncza składowa harmoniczna jest zwykle podawana jako suma sinusa i cosinusa, chociaż można również przedstawić ją jedynie przy pomocy pojedynczego cosinusa (lub sinusa). Ponieważ chcemy uzyskać rozwiązanie równania drgań w postaci (17) wybrano drugi wariant, czyli pojedynczy cosinus. Ostatecznie otrzymano składową okresową (o stałych wahanach) postaci:

$$w(t) = 0,2578 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{12} \cdot t + 0,1494\right) \quad (22)$$

Model inflacji zawierający trend, amplitudę i składową okresową jest wobec tego następujący:

$$\hat{y}(t) = 99,90 + \frac{90,50}{t+12} + 1,1077 \cdot \exp(-0,0103 \cdot t) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{12} \cdot t + 0,1494\right) \quad (23)$$

Formuła (23) pozwala już wyznaczyć elementy niejednorodnego równania różniczkowego. Współczynniki mają wartości odpowiednio $p = 0,0205$, $\omega = 0,5236$, a $q = 0,2743$. Model inflacji określa wobec tego równanie:

$$y''(t) + 0,0205 \cdot y'(t) + 0,2743 \cdot y(t) = f(t) \quad (24)$$

gdzie funkcja $f(t)$ wynika ze wzoru (19):

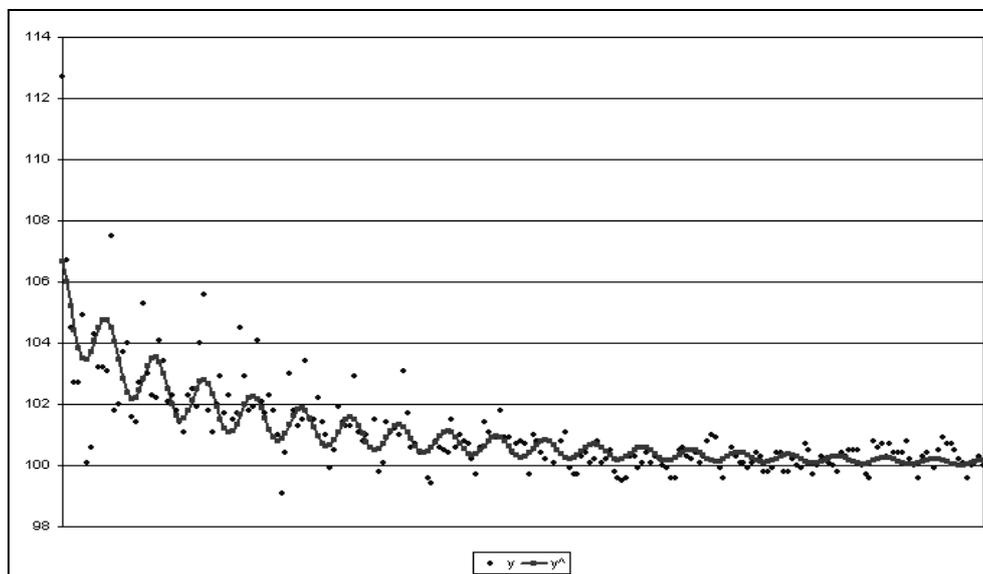
$$f(t) = 27,40 + \frac{24,82}{t+12} - \frac{1,86}{(t+12)^2} + \frac{181,00}{(t+12)^3} \quad (25)$$

Na rysunku 3 przedstawiono wskazania modelu określonego wzorem (23) na tle rzeczywistych wartości inflacji w okresie od stycznia 1991 do grudnia 2009. Ponieważ użyto jedynie jednej składowej harmonicznej stwierdzić należy, że występują wyraźne rozbieżności między faktycznym kształtowaniem się inflacji, a tym, co wynika z modelu. Podkreślić należy jednak, że model (23) ma charakter ideowy - służący do wyznaczenia równania różniczkowego (24). Model progno-

styczne najlepiej budować metodą wskaźników, która wprowadza poprawki wynikające z okresowości dla każdej fazy cyklu (patrz [Kisielińska 2003]). Modele wskaźnikowe nie pozwalają jednak tworzyć formuł wyjaśniających mechanizmy kształtowania się rozpatrywanego zjawiska okresowego.

Wyraźne niedoszacowanie oscylacji w okresie początkowym może wskazywać na konieczność podziału analizowanego odcinka czasu. Lepsze efekty uzyskano by prawdopodobnie startując z późniejszej chwili, „zapominając” niejako o bardzo niestabilnym okresie początkowym.

Rysunek 3. Wskazania modelu indeksu cen towarów i usług konsumpcyjnych na tle wartości rzeczywistych od stycznia 1991 do grudnia 2009



Źródło: Opracowanie własne

PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono koncepcję oraz sposób szacowania bardziej uniwersalnego od dotychczas stosowanych modelu, pozwalającego analizować zjawiska, które cechuje cykliczność. Jest to model addytywny z amplitudą oscylacji zmieniającą się według dowolnej nieliniowej funkcji czasu. Pokazano, że model ten stanowi uogólnienie powszechnie stosowanych modeli addytywnych i multiplikatywnych. Jeżeli założymy stałą amplitudę zaproponowany model sprowadza się do zwykłego modelu addytywnego. Przyjęcie amplitudy wprost proporcjonalnej do trendu pozwala uzyskać model multiplikatywny.

Następnie pokazano, że założenie amplitudy oscylacji jako funkcji wykładniczej pozwala określić współczynniki niejednorodnego liniowego równania różniczkowego rzędu drugiego. Równanie to zwane równaniem drgań harmoniczych

tłumionych opisuje procesy, w których wyróżniamy składową okresową o zmiennej amplitudzie oraz trend.

Następnie dla okresu od stycznia 1991 do grudnia 2009 opracowany został model inflacji w postaci drgań harmonicznym z tłumieniem i trendem. Wyznaczone współczynniki pozwoliły obliczyć parametry równania różniczkowego, które obrazuje mechanizm kształtowania się inflacji w warunkach stabilizacji gospodarki po okresie głębokiego kryzysu gospodarczego.

LITERATURA

- Abraham B, Ledolter J. (2005) *Statistical methods for forecasting*. John Wiley & Sons: New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore.
- Chatfield C. (1996) *The analysis of time series. An introduction*. Chapman & Hall: London, Weinheim, New York, Tokyo, Melbourne, Madras.
- DeLurgio S. A. (1998), *Forecasting principles and applications*. The McGraw-Hill Company, Boston, Burr Ridge, Dubuque, Madison, New York, San Francisco, St. Louis.
- Dittmann P. (2004), *prognozowanie w przedsiębiorstwie*. Oficyna Ekonomiczna, Kraków.
- Durbin J, Murphy MJ. (1975) Seasonal adjustment based on a mixed additive-multiplicative models. *Journal of the Royal Statistical Society Series A* 1975.
- Kisielińska J. (2003), Wykorzystanie metody wskaźników i analizy Fouriera do prognozowania inflacji rejestrowanej w Polsce. *Acta Scientiarum Poloniarum seria Oeconomia* 2 (1).
- Kisielińska J. (2008), Modelowanie szeregów czasowych z okresowością o nieliniowo zmiennej amplitudzie na przykładzie inflacji rejestrowanej. *Wiadomości Statystyczne* 12.
- Smolik S. (2003), *Opis składowej okresowej w szeregu czasowym*. W: *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych – III*. Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Witkowska D. (2005), *Postawy ekonometrii i teorii prognozowania*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków.

Differential model of inflation in Poland

Abstract: In the article is shown additive model with amplitude of oscillation changing in any function of time. It was proven that this model is generalization of the ordinary additive and multiplicative models. Establishment of the amplitude as an exponential function and oscillations as single harmonics of Fourier's series will let to write the inflation variability as a homogeneous second order differential equation with damping factor (equation of harmonic vibration damping). The model was used for monthly inflation from January 1991 to December 2009.

Key words: forecasting, model of inflation

WERYFIKACJA EFEKTYWNOŚCI POŚREDNICH FORM INWESTOWANIA W TOWARY NA PRZYKŁADZIE DEUTSCHE BANK LIQUID COMMODITY INDEX

Monika Krawiec

Katedra Ekonometrii i Statystyki SGGW

e-mail: krawiec.monika@gmail.com

Streszczenie: Inwestycje na rynkach towarowych zyskują coraz większą popularność. Inwestorzy mają do dyspozycji bezpośrednie i pośrednie formy inwestowania. Wśród nich na uwagę zasługują indeksy towarowe. W związku z tym, że WGT do chwili obecnej nie stworzyła własnego indeksu, polscy inwestorzy nie mają możliwości inwestowania w rodzimy indeks towarowy. W Niemczech od 1988 notowany jest towarowy indeks DBLCI. Celem niniejszej pracy jest weryfikacja efektywności inwestycyjnej tego indeksu w odniesieniu do indeksu DAX. Na podstawie dziennych notowań obu indeksów w okresie 06.02.2006 – 30.12.2009 wyznaczono podstawowe charakterystyki i zastosowano odpowiednie testy statystyczne.

Słowa kluczowe: pośrednie formy inwestowania w towary, indeksy towarowe, efektywność inwestycyjna

WSTĘP

Od pewnego czasu coraz większym zainteresowaniem cieszy się inwestowanie w towary, a szczególnie w indeksy towarowe. Powodem tego jest hossa, trwająca od dawna na rynkach towarowych. Na przestrzeni ostatnich kilkudziesięciu lat towary generowały wyższe stopy zwrotu niż te, uzyskiwane z tradycyjnych instrumentów finansowych i wyprzedzały inflację. Co więcej, eksperci przewidują utrzymanie tej tendencji także w kolejnych latach [Balarie 2007]. Wydaje się więc, że w sytuacji, gdy mamy do czynienia z kryzysem na rynkach akcji i nieruchomości, inwestowanie w towary staje się jeszcze bardziej atrakcyjne.

Istnieje wiele sposobów inwestowania w towary. Wśród form bezpośrednich należy wymienić zakup towaru na rynku gotówkowym oraz zajęcie pozycji

w kontrakcie forward lub opcji z fizyczną dostawą towaru w momencie ich wykonania. Więcej możliwości występuje w przypadku form pośrednich. Zalicza się do nich zakup akcji spółek, których działalność jest związana z sektorem towarowym, zajęcie pozycji w towarowych kontraktach futures lub opcjach rozliczanych gotówkowo czy inwestowanie w indeksy towarowe [Geman 2007]. To właśnie ta ostatnia forma jest szczególnie atrakcyjna dla inwestorów, którzy od lat mają do czynienia z indeksami giełdowymi. Najczęściej wymienia się kilka najważniejszych indeksów towarowych. Są to: Goldman Sachs Commodity Index (GSCI), Dow Jones-AIG Commodity Index (DJ-AIG CI), Deutsche Bank Liquid Commodity Index (DBLCI), S&P Commodity Index (S&P CI) oraz Reuters CRB Commodity Index (R CRB CI).

Działająca w Warszawie od 1995 roku Warszawska Giełda Towarowa nie stworzyła do chwili obecnej swojego indeksu towarowego. Polscy inwestorzy nie mają więc możliwości inwestowania w rodzimy indeks towarowy, w przeciwieństwie do naszych zachodnich sąsiadów – Niemców, którzy mają do dyspozycji Deutsche Bank Liquid Commodity Index. Stąd celem niniejszej pracy jest ocena efektywności inwestycyjnej tego indeksu, przy czym za punkt odniesienia przyjęto podstawowy indeks niemieckiej giełdy papierów wartościowych (Deutsche Börse) - indeks DAX.

MATERIAŁ EMPIRYCZNY I METODA BADANIA

Wykorzystane w badaniach dane empiryczne obejmują okres od 6 lutego 2006 roku do 30 grudnia 2009 roku. Są to dzienne notowania indeksów: Deutsche Bank Liquid Commodity Index oraz indeksu DAX. Deutsche Bank Liquid Commodity Index to jeden z podstawowych indeksów towarowych. Jest notowany od 1988 roku i obejmuje 6 towarów najbardziej płynnych w swoich sektorach. Udziały poszczególnych towarów w portfelu są stałe i nie zmieniają się od momentu powstania indeksu. Wartość indeksu DBLCI jest obliczana codziennie na podstawie cen na zamknięcie dla poszczególnych towarów na wybranych giełdach. Towary ujęte w indeksie DBLCI i ich udziały przedstawiono w tabeli 1.

Indeks DAX jest podstawowym indeksem niemieckiej giełdy papierów wartościowych - Deutsche Börse. Również on został stworzony w 1988 roku. Obejmuje akcje 30 największych i najlepszych spółek notowanych na tej giełdzie, tzw. *blue chips*, tworzących około 80% kapitalizacji rynku. Skład indeksu jest korygowany raz do roku we wrześniu. Na koniec 2009 roku w portfelu indeksu DAX znajdowały się akcje następujących spółek: Adidas, Allianz, BASF, BAYER, Beiersdorf, BMW, Commerzbank, Daimler, Deutsche Bank, Deutsche Börse, Deutsche Lufthansa, Deutsche Post, Deutsche Telekom, E.ON, Fresenius Medical Care, Fresenius, Henkel, Infineon Technologies, K+S Aktiengesellschaft, Linde, MAN, Merc, METRO, Münchener Rück, RWE, Salzgitter, SAP, Siemens, Thyssen Krupp, Volkswagen. Obydwa indeksy są instrumentami bazowymi dla pochodnych.

Tabela 1. Skład indeksu DBLCI

Towar	Symbol	Giełda	Udział (%)
Ropa naftowa	CL	NYMEX	35
Olej opałowy	HO	NYMEX	20
Złoto	GC	COMEX	10
Aluminium	AL	LME	12,5
Kukurydza	C	CBOT	11,25
Pszenica	W	CBOT	11,25

Źródło: Geman [2007], s. 353

W pierwszym etapie badań, na bazie notowań obu indeksów, szacowano logarytmiczne stopy zwrotu. Na ich podstawie zostały wyznaczone podstawowe charakterystyki analizowanych indeksów, to jest oczekiwana stopa zwrotu, wariancja i semiwariancja¹, odchylenie i semiodchylenie standardowe, rozstęp oraz współczynniki asymetrii, skupienia i korelacji liniowej.

Następnie, aby odpowiedzieć na pytanie, czy rzeczywiście w badanym okresie inwestowanie w towary stanowiło atrakcyjną alternatywę w stosunku do inwestycji na rynku akcji, weryfikowano hipotezy dotyczące równości oczekiwanych stóp zwrotu i wariancji dla obu indeksów.

W kolejnym etapie przeprowadzono badanie przyczynowości w sensie Grangera. Według tej koncepcji zmienna X jest przyczyną zmiennej Y, jeśli bieżące wartości Y można prognozować z większą dokładnością wykorzystując przeszłe wartości X niż bez nich (przy niezmienionej pozostałej informacji), a więc, gdy współczynniki przy opóźnionych zmiennych X są statystycznie istotne. Jednak nawet, jeżeli wszystkie parametry dla jakiejś zmiennej z rozłożonymi opóźnieniami są nieistotne (każdy z osobna), to nie oznacza, że nie będą istotne w sposób łączny. Taką właśnie zależność weryfikujemy, aby ocenić występowanie przyczynowości w sensie Grangera.

Test Grangera polega na porównaniu modelu z pełną informacją:

$$y_t = \sum_{k=1}^m \lambda_k d_k + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \beta_j x_{t-j} + \varepsilon_t \quad (1)$$

z modelem z restrykcjami:

$$y_t = \sum_{k=1}^m \lambda_k d_k + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (2)$$

¹ W przypadku klasycznej miary ryzyka, jaką jest wariancja, uwzględnia się dodatnie i ujemne odchylenia od oczekiwanej stopy zwrotu. Istnieje jednak alternatywna koncepcja, w której ryzyko jest postrzegane jako zjawisko negatywne, wobec czego bierze się pod uwagę jedynie odchylenia ujemne, czego wyrazem jest semiwariancja. Zwolennicy stosowania semiwariancji jako miary ryzyka uważają, że lepiej niż wariancja opisuje faktyczne preferencje inwestora. Sceptycy natomiast twierdzą, że skoro wyniki badań empirycznych wskazują, iż wahania stóp zwrotu większości walorów są w miarę symetryczne, przydatność semiwariancji dla potrzeb analizy maleje [Elton, Gruber 1998].

gdzie:

$\lambda_k, \alpha_i, \beta_j$ - parametry modelu,

y_t - wartość zmiennej w okresie t ,

ε_t - składnik losowy,

d_k - zmienne deterministyczne.

Jeśli $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_q = 0$, to X nie jest przyczyną Y w sensie Grangera. Do weryfikacji tej hipotezy można na przykład wykorzystać sprawdzian testu w postaci statystyki Walda²:

$$W = \frac{SSE^* - SSE}{SSE} \cdot T, \quad (3)$$

gdzie:

W – statystyka Walda,

SSE^* – suma kwadratów reszt dla modelu z restrykcjami postaci (2),

SSE – suma kwadratów reszt dla modelu bez restrykcji postaci (1),

T – liczebność próby.

Statystyka Walda ma rozkład χ^2 o q stopniach swobody i powinna być stosowana dla dużych prób.

W sytuacji, gdy zmienna X jest przyczyną w sensie Grangera zmiennej Y oraz zmienna Y jest przyczyną w sensie Grangera zmiennej X, wówczas mamy do czynienia z przyczynowością wzajemną.

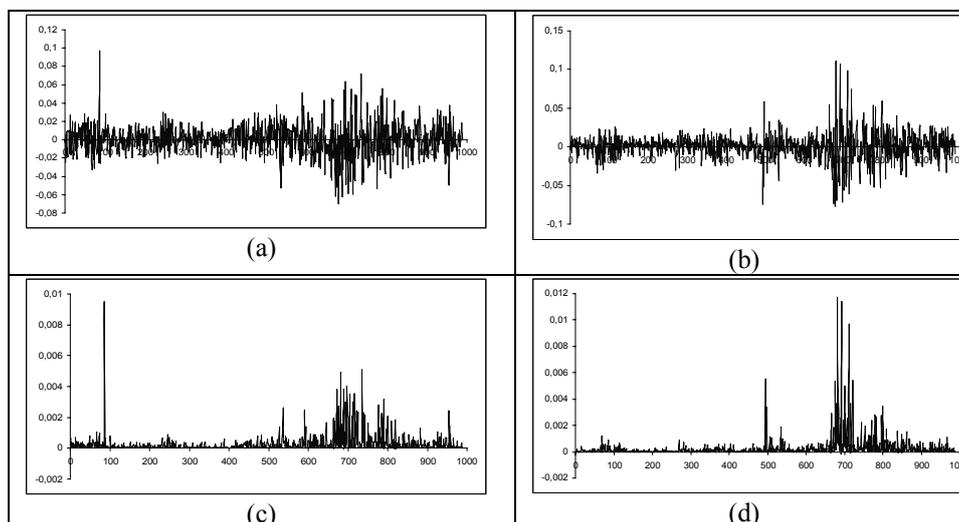
WYNIKI BADAŃ

Na podstawie 990 notowań analizowanych indeksów wyznaczono logarytmiczne stopy zwrotu, które przedstawiono na rysunku 1 oraz ich wartości podniesione do kwadratu. Lewy panel odnosi się do indeksu DBLCI, prawy do indeksu DAX. Oszacowane logarytmiczne stopy zwrotu wykorzystano do wyznaczenia podstawowych charakterystyk, które zestawiono w tabeli 2. Są to: zaobserwowana wartość najmniejsza i największa, rozstęp, oczekiwana stopa zwrotu (średnia), wariancja i odchylenie standardowe, semiwariancja i semiodchylenie standardowe, współczynniki asymetrii (skośność) i koncentracji (kurtoza) oraz współczynnik korelacji liniowej Pearsona.

Analizując wyniki, podane w tabeli 2, można stwierdzić, że w badanym okresie rozpatrywane indeksy charakteryzowały się bardzo niską oczekiwaną stopą zwrotu, choć dla indeksu DBLCI otrzymano nieco wyższą jej wartość, a także nieco niższe, w porównaniu do indeksu DAX, odchylenie i semiodchylenie standardowe.

² Opis procedur testowania przyczynowości w sensie Grangera można znaleźć m.in. w pracach: Charemza, Deadman [1997], Gruszczyński, Kluza, Winek [2003], Osińska [2006], Witkowska, Matuszewska, Kompa [2008].

Rysunek 1. Logarytmiczne stopy zwrotu indeksu DBLCI (a) i ich kwadraty (c) oraz logarytmiczne stopy zwrotu indeksu DAX (b) i ich kwadraty (d) w okresie 07.02.2006 – 30.12.2009



Źródło: opracowanie własne

Tabela 2. Podstawowe charakterystyki stóp zwrotu indeksów DBLCI i DAX w badanym okresie

Miara	Indeks	
	DBLCI	DAX
Minimum	-0,07000	-0,07433
Maksimum	0,09736	0,01797
Rozstęp	0,16735	0,18231
Średnia	0,00010	0,00005
Wariancja	0,00027	0,00027
Odchylenie standardowe	0,01631	0,01656
Semiwariancja	0,00013	0,00014
Semiodchylenie standardowe	0,01156	0,01188
Skośność	0,06330	0,21310
Kurtoza	3,23910	7,20280
Korelacja	0,3889	

Źródło: obliczenia własne

Inwestowanie w oba indeksy można oceniać jako ryzykowne ze względu na fakt, że wartości oczekiwanych stóp zwrotu są niższe od wartości odchyłeń standardowych. Semiodchylenia standardowe są naturalnie mniejsze od odpowiadających im odchyłeń standardowych. W obu przypadkach mamy do czynienia z podwyższoną kurtozą, a także z prawostronną asymetrią, co jednak jest korzystne z punktu widzenia inwestorów, ponieważ oznacza, że w badanym

okresie więcej było dodatnich stóp zwrotu niż ujemnych. Natomiast wartość współczynnika korelacji jest dość wysoka (0,39) i statystycznie istotna (na poziomie $\alpha=0,05$). Jest to zaskakujące, ponieważ zazwyczaj między rynkami towarów i akcji występuje korelacja ujemna lub słaba korelacja dodatnia. Na przykład Jansen, Johnson i Mercer (2000) podają wartość korelacji w latach 1973-1997 dla GSCI i CRSP (jest to ważony indeks rynków akcji NYSE/AMEX/NASDAQ) na poziomie -0,04. Natomiast wyniki, przedstawione w opracowaniu „The benefits of commodity investment: 2006 update”, dla okresu 1995-2005 kształtowały się następująco: dla pary GSCI—S&P 500 $r=0,00$; dla pary DJ-AIG CI – S&P500 $r=0,01$.

W kolejnym kroku, aby ocenić efektywność inwestycyjną obu indeksów, weryfikowano następujące hipotezy:

I. $H_0: E(y_1) = 0$ (dla DBLCI),

II. $H_0: E(y_2) = 0$ (dla DAX),

III. $H_0: E(y_1) = E(y_2)$,

IV. $H_0: D^2(y_1) = D^2(y_2)$.

Wyniki weryfikacji hipotez przedstawiono w tabeli 3.

Tabela 3. Wyniki weryfikacji testowanych hipotez dla indeksu DBLCI i DAX

Hipoteza	Wartość statystyki testowej	Wartość p
I	0,203271	0,838919
II	0,096036	0,923487
III	0,074192	0,940852
IV	0,969634	0,628024

Źródło: obliczenia własne

Na podstawie wyników, zestawionych w tabeli 3, stwierdzamy z prawdopodobieństwem 95%, iż oczekiwana stopa zwrotu z indeksu DBLCI nie różni się istotnie od zera (z zastrzeżeniem, że rozkład stóp zwrotu nie jest normalny). Analogiczna sytuacja występuje dla indeksu DAX. Ponadto, oczekiwane stopy zwrotu z obu indeksów oraz ich wariancje nie różnią się istotnie od siebie. Oznacza to, że w badanym okresie obydwa indeksy były jednakowo atrakcyjne dla inwestorów.

Ostatnim etapem badań była weryfikacja przyczynowości w sensie Grangera. Po uprzednim stwierdzeniu, na podstawie testu ADF³, że obydwa badane szeregi są stacjonarne, przeprowadzono weryfikację następujących hipotez:

V. H_0 : zmiany w indeksie DAX nie są przyczyną w sensie Grangera zmian indeksu DBLCI,

³ dla DBLCI wartość statystyki tau wynosi -23,449 (wartość p=1,18e-0,51), dla DAX statystyka tau=-23,569 (wartość p=6,389e-0,58)

VI. H_0 : zmiany w indeksie DBLCI nie są przyczyną w sensie Grangera zmian indeksu DAX.

Ze względu na fakt, iż test Grangera jest wrażliwy na liczbę opóźnień, testowano opóźnienia rzędu 1 – 5. Otrzymane wartości sprawdzianu w postaci statystyki Walda podano w tabeli 4.

Tabela 4. Wyniki weryfikacji hipotez o braku przyczynowości w sensie Grangera dla indeksu DBLCI i DAX

Hipoteza	V	VI	Wartość krytyczna ($\alpha=0,05$)
Rząd opóźnień	statystyka W	statystyka W	
1	1,5582	4,6000	3,8415
2	3,1849	5,4358	5,9915
3	4,7206	5,6252	7,8147
4	6,9142	8,3436	9,4878
5	7,0408	10,4152	11,0705

Źródło: obliczenia własne

Na podstawie wyników, zawartych w tabeli 4, można stwierdzić, że bez względu na rząd opóźnienia zmiany indeksu DAX nie są przyczyną w sensie Grangera zmian indeksu DBLCI. Natomiast zmiany indeksu DBLCI są przyczyną w sensie Grangera zmian indeksu DAX, ale tylko w przypadku, gdy rząd opóźnień wynosi 1.

W tabelach 5 i 6 podano wybrane wyniki estymacji analizowanych modeli z liczbą opóźnień 5. Dodatkowo w tabeli 7 zestawiono wartości kryteriów informacyjnych dla wszystkich oszacowanych modeli VAR z różną liczbą opóźnień.

Tabela 5. Wybrane wyniki estymacji modelu VAR dla indeksu DBLCI

Zmienna	Współczynnik	Błąd stand.	t-Studenta	wartość p
DBLCI_1	-0,0828875	0,0346723	-2,3906	0,01701
DBLCI_2	-0,0360997	0,0347662	-1,0384	0,29936
DBLCI_3	0,049839	0,0347782	1,4331	0,15216
DBLCI_4	0,0274076	0,0347953	0,7877	0,43108
DBLCI_5	-0,00818311	0,0347275	-0,2356	0,81376
DAX_1	0,0455155	0,0341828	1,3315	0,18333
DAX_2	0,0490484	0,0341299	1,4371	0,15101
DAX_3	-0,0345643	0,0341636	-1,0117	0,31192
DAX_4	0,0491674	0,034139	1,4402	0,15013
DAX_5	-0,0109599	0,034125	-0,3212	0,74815

Źródło: obliczenia własne

Tabela 6. Wybrane wyniki estymacji modelu VAR dla indeksu DAX

Zmienna	Współczynnik	Błąd stand.	t-Studenta	wartość p
DAX_1	-0,00980751	0,0346051	-0,2834	0,77692
DAX_2	-0,0222233	0,0345515	-0,6432	0,52025
DAX_3	-0,0455149	0,0345856	-1,3160	0,18848
DAX_4	0,0551775	0,0345608	1,5965	0,11069
DAX_5	-0,0325406	0,0345466	-0,9419	0,34646
DBLCI_1	-0,0724978	0,0351007	-2,0654	0,03915
DBLCI_2	-0,0328158	0,0351957	-0,9324	0,35137
DBLCI_3	0,0274882	0,0352079	0,7807	0,43514
DBLCI_4	0,0553214	0,0352252	1,5705	0,11662
DBLCI_5	-0,0496858	0,0351565	-1,4133	0,15789

Źródło: obliczenia własne

Tabela 7. Wartości kryteriów informacyjnych dla poszczególnych modeli VAR

Rząd opóźnienia	Równanie dla indeksu DBLCI		Równanie dla indeksu DAX	
	AIC	BIC	AIC	BIC
1	-5,3983	-5,3884	-5,3659	-5,3560
2	-5,3930	-5,3682	-5,3609	-5,3361
3	-5,3933	-5,3635	-5,3608	-5,3312
4	-5,3918	-5,3470	-5,3663	-5,3216
5	-5,3898	-5,3401	-5,3653	-5,3155

Źródło: obliczenia własne

Analizując informacje, zawarte w tabelach 5 – 7, można zauważyć, że w obydwu modelach istotne są jedynie parametry przy zmiennej DBLCI z opóźnieniem rzędu 1. Również wartości kryteriów informacyjnych, podane w tabeli 7, jako najlepsze wskazują modele z maksymalną liczbą opóźnień 1.

PODSUMOWANIE

Obserwowany na przestrzeni ostatnich lat wzrost cen na rynkach towarowych przyciągnął uwagę, zarówno inwestorów indywidualnych, jak i instytucjonalnych. Inwestycje na rynkach towarowych mogą stanowić atrakcyjną alternatywę dla inwestycji w papiery wartościowe, ponieważ w dłuższym horyzoncie czasowym z reguły pozwalają osiągnąć wyższe lub porównywalne stopy zwrotu.

O ile dawniej dominowały bezpośrednie formy inwestowania w towary, to obecnie większą popularnością cieszą się formy pośrednie, a wśród nich inwestowanie w indeksy towarowe. Jednym z nich jest Deutsche Bank Liquid Commodity Index, który był przedmiotem analiz przedstawionych w pracy. Jednak uzyskane wyniki prowadzą do wniosku, że w badanym okresie inwestowanie

w towary w sposób pośredni nie pozwoliło osiągnąć lepszych efektów w porównaniu z inwestowaniem na niemieckim rynku akcji, ponieważ stopy zwrotu i wariancje indeksów DBLCI oraz DAX nie różniły się istotnie. Niemniej nie można wykluczyć, że gdyby analizowany okres podzielić na krótsze przedziały czasowe lub wydłużyć horyzont badania, można by otrzymać zupełnie inne wyniki. Wymaga to dalszych badań.

Mersereau [2004], analizując zachowanie się indeksu GSCI w latach 1982 – 2003, zwróciła uwagę na wysoką zmienność stóp zwrotu w ujęciu rocznym. Uważa, że na zachowanie się indeksów istotny wpływ mają aktualne warunki rynkowe. Okresy niskiej inflacji i malejących stóp procentowych są korzystne dla inwestycji w instrumenty finansowe. Natomiast wysoka inflacja i wzrost stóp procentowych sprzyjają inwestowaniu w towary. Również Jansen, Johnson i Mercer [2000], badając efektywność wykorzystania towarowych kontraktów futures w portfelu inwestycyjnym, otrzymali zupełnie odmienne wyniki, w zależności od tego, czy w badanym okresie stosowano ekspansywną, czy restrykcyjną politykę monetarną. W okresach restrykcyjnej polityki monetarnej wprowadzenie towarowych kontraktów futures do portfela miało znaczący wpływ na zwiększenie jego efektywności i powodowało istotny wzrost stopy zwrotu przy wszystkich założonych poziomach ryzyka. W okresach polityki ekspansywnej – odwrotnie. Zatem można stwierdzić, że przyjęty zakres czasowy badań i warunki ekonomiczne determinują w znacznym stopniu uzyskane wyniki.

LITERATURA

- Balarie E. (2007) *Commodities for every portfolio*, John Wiley&Sons, New Jersey.
- Charemza W., Deadman D. F. (1997) *Nowa ekonometria*, PWE, Warszawa.
- Elton E.J., Gruber M.J. (1998) *Nowoczesna teoria portfelową i analiza papierów wartościowych*, WIG Press, Warszawa.
- Geman H. (2007) *Commodities and commodity derivatives*, John Wiley&Sons, New Jersey.
- Gruszczyński M., Kluza S., Winek D. (2003) *Ekonometria*, Dom Wydawniczy Elipsa, Warszawa.
- Jansen G.R., Johnson R.R., Mercer J.M. (2000) *Efficient use of commodity futures in diversified portfolios*, *The Journal of Futures Markets*, Vol. 20, No 5, s. 489-506.
- Mersereau K. H. (2004) *The benefits of investing in commodities*, *The Advisor*, Vol. 10, Issue I, www.ksmea.com
- Osińska M. (2006) *Ekonometria finansowa*, PWE, Warszawa.
- The benefits of commodity investment: 2006 update*. Centre for International Securities and Derivatives Markets, University of Massachusetts, www.cisdsm.org
- Witkowska D., Matuszewska A., Kompa K. (2008) *Wprowadzenie do ekonometrii dynamicznej i finansowej*, Wydawnictwo SGGW, Warszawa.

Verification of efficiency of indirect commodity investments on the base of Deutsche Bank Liquid Commodity Index

Abstract: Investments on commodity markets have grown in popularity. There are several direct and indirect ways of investing in commodities. One of the most interesting forms of commodity investments are commodity indices. As the Warsaw Commodity Exchange has not created its own index yet, Polish investors have no opportunity to invest in any domestic commodity index. Whereas in Germany there is quoted the Deutsche Bank Liquid Commodity Index created in 1988. The aim of the paper is to assess efficiency of investing in the index in comparison to the stock index DAX. The research covers daily quotations of the two indices from 06.02.2006 to 30.12.2009. These constitutes the basis to calculate fundamental characteristics and to apply proper statistical tests.

Key words: indirect ways of investing in commodities, commodity indices, investment efficiency

OCENA KONKURENCYJNOŚCI MIĘDZYNARODOWEJ POLSKIEJ BRANŻY MIĘSNEJ W OPARCIU O KONCEPCJĘ ATRAKCYJNOŚCI I POZYCJI RYNKOWEJ

Karol Kukula, Jacek Strojny

Katedra Statystyki Matematycznej Uniwersytet Rolniczy w Krakowie
e-mails: rrstrojn@cyf-kr.edu.pl; cba@op.pl

Streszczenie: Podmiotem studiów nad konkurencyjnością najczęściej jest przedsiębiorstwo bądź gospodarka narodowa – rzadziej problematyka ta podejmowana jest w odniesieniu do branży. Niniejsze opracowanie koncentruje się na problematyce związanej z konkurencyjnością międzynarodową sektora gospodarki. Badania takie są pomocne w identyfikacji i ocenie znaczenia czynników, które determinują relacje konkurencyjne w branży. Celem badań jest oszacowanie pozycji konkurencyjnej produktów polskiego sektora mięsnego na rynku międzynarodowym. Do kwantyfikacji wykorzystano koncepcję macierzy atrakcyjności i pozycji rynkowej.

Słowa kluczowe: konkurencyjność międzynarodowa, sektor mięsny, metoda macierzowa

WSTĘP

Na postrzeganie problematyki konkurencyjności ogromny wpływ wywarły prace Portera [1990] oparte na obserwacji ograniczeń wzrostu gospodarki amerykańskiej spowodowanych ekspansją eksportową Japonii. Autor utrzymywał, że podmiotami procesu konkurencji na rynku międzynarodowym są przede wszystkim firmy. Skutkiem, Porter poszukiwał źródeł konkurencyjności nie gospodarki narodowej, lecz jej sektorów. Ujęcie konkurencyjności z perspektywy handlu międzynarodowego znalazło odzwierciedlenie w podejściu do jej badania i pomiaru. Podstawy polityki handlowej w warunkach niepełnej konkurencji określił Krugman [1994]. Prace Krugmana skutkowały wyłonieniem się nurtu badań nad konkurencyjnością noszącego nazwę koncepcji korzyści konkurencyjnych.

Badania nad konkurencyjnością są pomocne w identyfikacji i ocenie znaczenia czynników, które determinują relacje gospodarcze w branży. Umożliwia to pozyskiwanie specyficznych, istotnych umiejętności, co staje się sposobem budowania przewagi konkurencyjnej na rynku międzynarodowym. Hamel i Prahalad [1994] podkreślają, że w następstwie oceny sytuacji konkurencyjnej należy skoncentrować wysiłki na kluczowych czynnikach sukcesu i tworzeniu tym sposobem podstaw przewagi konkurencyjnej w przyszłości.

Koncepcja przedstawiona w opracowaniu stanowi przyczynek do wypełnienia luki metodologicznej w dziedzinie oceny konkurencyjności międzynarodowej branży, sektora gospodarki. Podejście to nawiązuje do metod planowania portfela produktów powszechnie znanych w ekonomice przemysłu. Zaprezentowany schemat oceny konkurencyjności międzynarodowej został określony mianem współczynnika atrakcyjności rynku / pozycji rynkowej (A/P). Badanie wykorzystujące tą metodologię ma na celu oszacowanie pozycji konkurencyjnej polskiego sektora mięsnego na rynku międzynarodowym.

Atrakcyjność rynku międzynarodowego została zdefiniowana w kategoriach rozmiarów importu i jest determinowana jego wielkością i stopą wzrostu. Jako wielkość rynku międzynarodowego danego produktu przyjęto wartość importu na pewien rynek w jednostce czasu. Wzrost rynku to zmiana importu między okresami badania w ujęciu procentowym. Teza o istotności tych czynników zyskała powszechną aprobatę – wspiera ją Aaker [2001], Doyle [1994], Saloner i in [2001]. Pozycję produktu warunkują udział w rynku oraz wzrost udziału w rynku międzynarodowym. Udział danego produktu w rynku to odsetek jaki stanowi import owego produktu w całkowitym imporcie. Wzrost udziału w rynku to zmiana procentowa udziału rynkowego w okresie podlegającym badaniu.

Idea oceny konkurencyjności międzynarodowej metodą macierzy atrakcyjności rynku / pozycji rynkowej została wykorzystana w badaniach branży spożywczej Viaene i Gellyncka [1989, 1997, 1998], Mohda i Alias [2004] oraz szacunkach konkurencyjności eksportu świeżych owoców z Argentyny do Unii Europejskiej [Cohen i in. 2000].

OCENA KONKURENCYJNOŚCI MIĘDZYNARODOWEJ Z WYKORZYSTANIEM WSKAŹNIKA A/P

Podmioty gospodarcze działające na danym rynku charakteryzują się zróżnicowanymi poziomami konkurencyjności, co skutkuje osiąganiem przez nie ze swojej działalności niejednakowych korzyści. Zakładając, że owe korzyści są wymierne perspektywa ta może stanowić podstawę szacunków poziomu konkurencyjności. Należy odnotować fakt, że konkurencyjność ma charakter relatywny, a jej ocena jest miarą względną – reprezentuje odchylenie od uśrednionego stanu dla pewnej grupy odniesienia i jest ograniczona do przedziału

wyznaczonego przez minimalne i maksymalne wskaźniki dla danego rodzaju działalności oraz dla wybranej grupy obiektów.

Metoda szacunków konkurencyjności wskaźnikami A/P swoje korzenie wywodzi z technik macierzowych znanych powszechnie w nauce zarządzania strategicznego (np. macierz BCG – Boston Consulting Group). Mimo iż technikę tę rozwijano celem oceny sytuacji strategicznej dużych przedsiębiorstw to po modyfikacjach można rozszerzyć pole jej zastosowań. Viaene i Gellynck [1995] zaadoptowali metodę do analiz konkurencyjności produktów sektora gospodarki na rynku międzynarodowym. Autorzy oparli badanie na statystykach importu oraz eksportu. Całkowity import pewnego kraju może być potraktowany jako wielkość rynku z punktu widzenia eksportera. Natomiast rozmiary eksportu rozważanego produktu z danego kraju w relacji do wielkości rynku (wielkości importu kraju odniesienia) można potraktować jako udział kraju eksportera w rynku kraju importera. Oryginalna macierz BCG została zdefiniowana do wymiaru 3×3 . Ocena konkurencyjności zasadza się na zestawieniu dwu macierzy:

- atrakcyjności rynku, która uwzględnia stronę popytową,
- oraz pozycji rynkowej, która odzwierciedla relacje podażowe.

Osie macierzy zostały podzielone na trzy klasy w ramach, których plasowane są poszczególne produkty. Klasy – poziomy wskaźnika A/P – rozpatrywanych aspektów rynku (wielkość rynku / wzrost rynku; udział w rynku / wzrost udziału w rynku) zostały zdefiniowane w następujący sposób:

- wysoka – oszacowanie dla danego produktu jest nie mniejsze niż średnia dla wszystkich rozważanych towarów – $\zeta > \frac{1}{m \times n} \sum_i \sum_j Z_{ij}$,
- średnia – wartość oszacowania dla produktu mieści się w przedziale (wskazana średnia, 50% średniej) – $\frac{1}{m \times n} \sum_i \sum_j Z_{ij} \geq \zeta \geq 0,5 \times \frac{1}{m \times n} \sum_i \sum_j Z_{ij}$,
- niska – wartość oszacowania dla danego produktu jest mniejsza od połowy średniej dla wszystkich produktów – $\zeta < 0,5 \times \frac{1}{m \times n} \sum_i \sum_j Z_{ij}$,

gdzie:

i – produkt importowany / eksportowany $i = 1, 2, \dots, k$,

j – kraj importer / eksporter $j = 1, 2, \dots, n$,

Z_{ij} – wielkość rynku – wielkość importu/eksportu (w zależności od rozważanej w danej macierzy kategorii) produktu i na rynek j ,

ζ – oszacowanie danego aspektu wskaźnika konkurencyjności.

Szacunkowi podlega osiem wielkości: po cztery parametry dla atrakcyjności rynku i dla pozycji rynkowej. Kwantyfikacji poddawane są rynki importowy oraz eksportowy.

Ocenę rynku importowego kształtują:

1. Wielkość rynku importowego – ζ : wielkość importu produktu i na rynek j .
2. Wzrost rynku importowego – ζ : procentowa zmiana wielkości importu produktu i na rynek j .
3. Udział w rynku importowym – ζ : udział importu produktu i w całości rynku importowego kraju j .
4. Wzrost udziału w rynku importowym – ζ : procentowa zmiana międzyokresowa udziału w rynku importowym produktu i na rynku kraju j .

Ocenę rynku eksportowego tworzą:

1. Wielkość rynku eksportowego – ζ : wielkość eksportu kraju c produktu i na rynek j .
2. Wzrost rynku eksportowego – ζ : procentowa zmiana wielkości eksportu produktu i na rynek j .
3. Udział w rynku eksportowym – ζ : udział eksportu produktu i na rynek j .
4. Wzrost udziału w rynku eksportowym – ζ : procentowa zmiana międzyokresowa udziału eksportu produktu i w rynku importowym j .

Interakcje między wskaźnikami dla eksportu oraz charakterystykami rynku importowego pozwalają na dokonanie oceny konkurencyjności międzynarodowej badanego sektora gospodarki. Produkty podlegające ocenie konkurencyjności pozycjonowane są dwukrotnie (wpierw dla rynku importowego, a następnie dla rynku eksportowego) w dwu macierzach o wymiarach 3×3 , z których jedna obrazuje atrakcyjność rozważanego rynku, a druga ukazuje pozycję produktu na danym rynku. Wartości wskaźnika A/P są szacowane dla obu typów rynku (eksportowego oraz importowego). Poziomy wskaźnika są definiowane w oparciu o zestawienie macierzy atrakcyjności oraz pozycji jako:

- wysoki – dla produktów sklasyfikowanych powyżej przekątnej,
- średni – dla produktów sklasyfikowanych na przekątnej,
- niski – dla produktów sklasyfikowanych poniżej przekątnej.

Ostateczną ocenę konkurencyjności produktów rozpatrywanej branży uzyskuje się w wyniku zestawienia oszacowań wskaźników A/P dla rynku eksportowego oraz importowego. W sytuacji, gdy produkty kraju eksportera na poszczególnych rynkach importowych sklasyfikowane zostały do identycznych lub lepszych kategorii, w zestawianych macierzach atrakcyjności / pozycji, oceniana grupa produktowa może zostać uznana za konkurencyjną.

KONKURENCYJNOŚĆ MIĘDZYNARODOWA POLSKIEGO SEKTORA MIĘSNEGO

Poniższe badania koncentrują się na ocenie konkurencyjności międzynarodowej polskiego sektora mięsnego na wybranych rynkach międzynarodowych. Szacunków dokonano na podstawie bazy statystycznej FAO

(FAOSTAT 2010) dla dziesięciu krajów europejskich, które stanowią ważne rynki eksportowe dla polskiego przemysłu mięsnego. Ostatni okres, dla którego w bazie danych były dostępne informacje statystyczne objął rok 2005. Zmiany rynku międzynarodowego oszacowano przez porównanie stanu wymiany produktami mięsnymi w latach 2005 oraz 2003. Dane źródłowe zostały wyrażone w jednostce wartościowej (USD). Dane statystyczne posłużyły do oszacowania wskaźników konkurencyjności opierających się na wzmiankowanych powyżej koncepcjach atrakcyjności rynku oraz pozycji rynkowej.

Tabela 1. Ocena rynków importowych produktów mięsnych badanych krajów w oparciu o wskaźniki atrakcyjności i pozycji* (2005 r.)

Produkt	Kraj									
	Czechy	Dania	Francja	Holandia	Litwa	Niemcy	Rosja	Słowacja	Wielka Brytania	Włochy
baranina	1	1	3	3	1	3	2	1	3	3
bekon i szynka	1	3	3	1	2	2	2	1	2	2
bydło	1	—	2	3	2	1	2	1	1	3
gęsi	1	2	1	2	1	1	1	2	2	1
indyki	1	3	1	1	3	2	1	2	1	1
kaczki	1	1	2	1	2	1	1	1	2	1
kiełbasy i parówki	2	3	2	2	3	3	1	3	3	2
konina	1	1	2	2	1	1	2	1	1	2
króliki	1	2	2	2	1	1	2	1	1	1
kurczaki	2	3	3	3	2	3	3	2	3	1
mięso wołowe	3	3	3	3	2	3	3	2	1	3
wieprzowina	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3
wieprzowina przetworzona	1	1	2	2	1	3	2	1	3	2
wołowina bez kości	3	3	3	3	2	3	3	1	3	3
wołowina przetworzona	1	1	2	2	1	2	1	2	2	2

* Poziom wskaźnika A/P: 3 – wysoki 2 – średni 1 – niski

Źródło: obliczenia własne

Z uwagi na rozpatrywane w badaniu grupy produktowe większość eksportu polskiego sektora mięsnego w rozważanym okresie plasowana była na rynkach krajów Unii Europejskiej. Kraje europejskie pozostające poza Wspólnotą stanowiły

relatywnie niewielki odsetek polskiego rynku eksportowego. Z tego względu w analizie uwzględniono dziewięć krajów UE oraz Rosję. Szacunek konkurencyjności w tych okolicznościach nabiera charakteru wielowymiarowego. Kwantyfikacja relatywnego zjawiska konkurencyjności ma charakter porównania między dziesięcioma krajami dla kilkunastu grup produktowych. Zatem prosta ocena konkurencyjności następuje z uwagi na problemy z wartościowaniem wielowymiarowych problemów. Zadanie kwantyfikacji upraszcza zastosowanie metodologii opartej na wskaźniku A/P, który ułatwia dokonanie syntezy relacji konkurencyjnych na rynku międzynarodowym.

Tabela 2. Ocena konkurencyjności eksportu polskich produktów mięsnych na rynki wybranych krajów w oparciu o wskaźniki atrakcyjności i pozycji* (2005 r.)

Produkt	Kraj									
	Czechy	Dania	Francja	Holandia	Litwa	Niemcy	Rosja	Słowacja	Wielka Brytania	Włochy
baranina	–	–	–	1	–	–	–	–	–	1
bekon i szynka	1	1	1	–	1	1	1	1	1	1
bydło	1	–	2	3	1	3	–	–	–	3
gęsi	1	1	2	–	1	3	1	1	1	1
indyki	1	1	1	1	1	3	2	1	2	1
kaczki	1	1	1	–	1	1	1	1	–	–
kiełbasy i parówki	1	3	1	1	3	2	1	1	3	1
konina	1	–	2	–	1	1	–	–	–	3
króliki	–	–	1	1	–	1	–	–	–	1
kurczaki	3	1	3	1	3	3	2	3	3	1
mięso wołowe	3	3	3	3	1	3	–	1	3	3
wieprzowina	3	3	1	1	3	3	2	3	1	1
wieprzowina przetworzona	1	2	1	1	1	1	2	1	3	2
wołowina bez kości	1	3	3	3	1	3	3	1	3	1
wołowina przetworzona	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

* Poziom wskaźnika A/P: 3 – wysoki 2 – średni 1 – niski

Źródło: obliczenia własne

Wyniki szacunków konkurencyjności eksportu polskiej branży mięsnej na rynki dziesięciu ważnych partnerów handlowych (ze względu na znaczący udział w imporcie z naszego kraju) przedstawione są w tabelach 1 do 3. Produkty, którym przypisano wysokie wartości wskaźnika A/P są najbardziej interesujące dla eksporterów plasujących swoją ofertę na rynku kraju importera. Kategorie produktowe z niższymi ocenami oferują mniejsze możliwości ekspansji na rynku importowym. Największy potencjał reprezentują produkty odznaczające się wysokimi wartościami zarówno pozycji, jak i atrakcyjności.

Tabela 1 zawiera oszacowania rynków importowych. Dla polskich przedsiębiorstw kategorie produktowe charakteryzujące się wysokimi wartościami wskaźnika A/P reprezentują duże, szybko rosnące rynki, a dodatkowo takie grupy towarowe stanowią pokaźne pozycje w całkowitym imporcie danego kraju. Rozpatrywane grupy produktowe uzyskały na rynkach importowych różnych państw odmienne oszacowania wskaźnika A/P. W większości krajów najbardziej atrakcyjne rynki importowe tworzyły: wieprzowina, wołowina bez kości oraz mięso wołowe (ocena wysoka dla przeważającej liczby rynków importowych). Grupy towarowe, jak: kurczaki, baranina, kiełbasy i parówki uzyskały ocenę wysoką dla połowy rynków importowych. Szacunki wskaźnika A/P dla bydła, indyków i wieprzowiny przetworzonej przyjeły wysokie wartości jedynie dla dwóch krajów-importerów. Natomiast kaczki, konina, króliki i wołowina przetworzona wobec braku wysokich ocen wskaźnika A/P nie mogą być postrzegane jako produkty tworzące atrakcyjny oraz perspektywiczny rynek importowy.

W tabeli 2 zamieszczono oceny konkurencyjności polskich produktów mięsnych na poszczególnych z rozważanych rynków. W eksporcie z Polski na większości rynków mięso wołowe uzyskało wysokie oceny wskaźnika A/P. Relatywnie, wysokie wartości wskaźnika oceniającego eksport polskiego sektora mięsnego przyznano także takim grupom towarowym, jak: kurczaki, wołowina bez kości oraz wieprzowina (wysokie oceny dla ponad połowy rynków). Bydło oraz kiełbasy i parówki zajęły wysokie pozycje w eksporcie na rynkach trzech krajów. Gęsi i indyki uzyskały wysoką wartość wskaźnika A/P jedynie na rynku niemieckim, a konina na rynku włoskim. Dla eksportu z Polski baraniny, bekonu i szynki, kaczek, królików oraz wołowiny przetworzonej nie oszacowano na żadnym z rynków wysokiej wartości wskaźnika A/P.

Ostateczna ocena konkurencyjności wyszczególnionych grup towarowych eksportu polskiego sektora mięsnego na rynki badanych krajów wyłania się z połączenia szacunków dla rynku importowego oraz eksportowego (tab. 3). Za konkurencyjne (wartość: 1) przyjęto te produkty, których pozycja w eksporcie kwantyfikowana wskaźnikiem A/P co najmniej odpowiada analogicznej wartości miernika dla rynku importowego danego kraju. Jednak największy potencjał eksportowy posiadają produkty z wysokimi wartościami wskaźników A/P dla obu typów rynku. Znak „-” informuje o niemożności dokonania szacunku z uwagi na brak danych, np. niewystępowanie eksportu / importu na dany rynek.

Tabela 3. Ocena konkurencyjności międzynarodowej polskiego eksportu branży mięsnej na badanych rynkach importowych (2005 r.)

Produkt	Kraj									
	Czechy	Dania	Francja	Holan- dia	Litwa	Niem- cy	Rosja	Słow- cja	Wielka Bryta- nia	Wło- chy
baranina	–	–	–	0	–	–	–	–	–	0
bekon i szynka	1	0	0	–	0	0	0	1	0	0
bydło	1	–	1	1	0	1	–	–	–	1
gęsi	1	0	1	–	1	1	1	0	0	1
indyki	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
kaczki	1	1	0		0	1	1	1	–	–
kielbasy i parówki	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
konina	1	–	1	–	1	1	–	–	–	1
króliki	–	–	0	0	–	1	–	–	–	1
kurczaki	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
mięso wołowe	1	1	1	1	0	1		0	1	1
wieprzowina	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0
wieprzowina przetworzona	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1
wołowina bez kości	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0
wołowina przetworzona	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0

* 0 – produkt niekonkurencyjny, 1 – produkt konkurencyjny, „–” – ocena niemożliwa.

Źródło: obliczenia własne

Najbardziej konkurencyjnymi spośród produktów eksportowanych w roku 2005 przez polski przemysł mięsny były indyki, kurczaki, mięso wołowe, wołowina bez kości, wieprzowina przetworzona (produkty konkurencyjne na rynkach siedmiu krajów importerów) oraz gęsi (na sześciu rynkach). Bydło, kaczki, konina i wieprzowina zostały uznane za konkurencyjne na połowie rynków. Eksport kielbas i parówek oraz wieprzowiny przetworzonej był konkurencyjny na rynkach czterech z rozważanych krajów. Bekon i szynka oraz króliki były konkurencyjne jedynie na dwu rynkach importowych. Natomiast baranina w eksporcie z polski nie uzyskała statusu konkurencyjności na żadnym z rozpatrywanych rynków.

ZAKOŃCZENIE

Ocena konkurencyjności za pomocą techniki opartej na atrakcyjności rynku zagranicznego oraz sile konkurencyjnej eksportera może stać się źródłem

wartościowych informacji, podstawą strategicznych rozstrzygnięć odnośnie kierunków zaangażowania na rynkach międzynarodowych. Istotą wykorzystania tej metodologii jest koncentracja na obszarach gdzie rynek jest najbardziej atrakcyjny oraz zasoby rozważanego obiektu (branży, przedsiębiorstwa) mogą być wykorzystane.

Wskaźnik A/P nie jest nakierowany na identyfikację czynników determinujących efektywność funkcjonowania w danych warunkach rynkowych, lecz ma za zadanie pomiar oraz monitorowanie konkurencyjności. Celem procesu kwantyfikacji jest jedynie odzwierciedlenie poziomów tego zjawiska. Oszacowane wskaźniki nie oddają obrazu czynników kształtujących konkurencyjność, nie ukazują również ich ewolucji. Zatem, zaprezentowanej metodologii nie należy używać bezpośrednio do podejmowania decyzji gospodarczych ponieważ wymaga ona uzupełnienia o inne narzędzia analityczne celem kompleksowego opisu otoczenia gospodarczego. Ocena środowiska konkurencyjnego wnosi wartościowe elementy poprzez zachętę do długofalowego planowania, koordynacji strategii między różnymi rodzajami działalności. Poznanie zalet i ograniczeń poszczególnych koncepcji kwantyfikacji pozwala w danych, specyficznych okolicznościach na efektywne dobranie najbardziej przydatnych modeli.

Aplikacja powyżej przedstawionej koncepcji do kwantyfikacji pozycji konkurencyjnej polskiego sektora mięsnego umożliwiła:

- ustalenie hierarchii rynków importowych ze względu na ich atrakcyjność i perspektywy rozwojowe,
- kwantyfikację abstrakcyjnego zagadnienia konkurencyjności oferty handlowej polskiej branży mięsnej na poszczególnych rynkach zagranicznych,
- skonfrontowanie wyników osiągniętych w eksporcie przez polską branżę mięsną z potencjałem rynków poszczególnych krajów importerów,
- dokonanie na każdym z rynków syntetycznej oceny pozycji konkurencyjnej grup towarowych mięsa, które są eksportowane z Polski.

LITERATURA

- Aaker D.A. (2001) *Strategic Market Management*, John Wiley & Sons Inc, New York.
- Cohen G., Pena de Lagada S.P., Gil Roig J.M. (2000) *Competitividad de las exportaciones argentinas de fruta a la Unión Europea: su análisis mediante los métodos del Boston Consulting Group (BCG) y la matriz refinada de Viaene-Gellynck*, *Revista Facultad de Agronomía*, 20(3), str. 409 – 419.
- Doyle P. (1994) *Marketing Management and Strategy*, Prentice Hall International, London.
- Hamel G., Prahalad C.K. (1994) *Competing for the Future: Breakthrough Strategies for Seizing Control of your Industries and Creating the Markets for Tomorrow*, Harvard Business School Press, Boston.
- Krugman P. (1994) *Import Protection as Export Promotion: International Competition in the Presence of Oligopoly and Economies of Scale [W:] Rethinking International Trade*, Red. P. Krugman, The MIT Press, Cambridge, Mass.

- Mohd M.I., Alias R. (2004) Competitiveness of the Malaysian food processing industry, Universiti Putra Malaysia Press, Serdang.
- Porter M.E. (1990) The Competitive Advantage of Nations, The Macmillan Press Ltd, London.
- Saloner G., Shepard A., Podolny J. (2001) Strategic management, John Wiley & Sons Inc, New York.
- Viaene J., Gellynck X. (1989) Distribution structure and image of the Belgian meat industry in France: Image and marketing strategy, Report II, Ghent University, Ghent.
- Viaene J., Gellynck X. (1997) Impact of Globalisation on Competitiveness of the Belgian Frozen Vegetables Industry (W:) R.J. Loader, S.J. Henson, W.B. Traill (eds.), Globalisation of the Food Industry: Policy Implications, University of Reading, Reading, str. 509 – 524.
- Viaene J., Gellynck X. (1995) Market integration and the small country case: Pressure on the Belgian meat subsector, IAMA-Congress: The new trade environment, Paris.
- Viaene J., Gellynck X. (1998) Introduction to the Conference: Objectives and Overview of Research Methodology (W:) M. Pourova (eds.), Proceedings of the International Scientific Conference on EU-Integration and Agri-Food Sectors in The Czech Republic and Poland: Challenges and Opportunities for the Food Sector, Kufr, Prague, str. 4 – 20.

An assessment of international competitiveness of the polish meat industry based on a market attractiveness and position conception

Abstract: Most often a subject of competitiveness studies is either an enterprise or a national economy – uniquely this subject matter is raised with regard to a branch. Present study focuses on issues concerning international competitiveness of a branch of economy. Such investigation is helpful for reason of identification and importance assessment of factors driving competitive relationship within the industry. The study is aiming at the assessment of competitive position of Polish meat sector products on international market place. For purposes of quantification a concept of market attractiveness and position matrix was used.

Key words: international competitiveness, meat industry, matrix method

ZASTOSOWANIE METOD EKONOMETRYCZNYCH NA KONKURENCYJNYCH RYNKACH ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Marek Kwas

Instytut Ekonometrii, Szkoła Główna Handlowa

e-mail: mkwas@sgh.waw.pl

Streszczenie: W pracy przedstawione są możliwości zastosowania metod ekonometrycznych do prognozowania cen na konkurencyjnym rynku energii elektrycznej w Polsce. Uwolnienie rynku sprawiło, że hurtowe ceny energii są w dużej części kształtowane przez grę rynkową, a oszacowanie ryzyka pozycji kontraktowej i zarządzanie nim wymaga sporządzania prognoz cen dla każdej godziny. Użyte metody muszą zapewnić nie tylko dokładność prognozy ale również wyznaczyć ją w rozsądnym czasie. W celu ilustracji i umotywowania tematyki badawczej, praca zawiera obszernie omówienie współczesnych rynków energii elektrycznej, w tym polskiego.

Słowa kluczowe: konkurencyjne rynki energii, rynek bilansujący, prognoza krótkoterminowa, modele SARIMA, zarządzanie ryzykiem

WPROWADZENIE

W pracy omawiamy problematykę konkurencyjnych rynków energii elektrycznej, ze szczególnym uwzględnieniem zagadnień związanych z możliwością zastosowania metod ekonometrycznych do wsparcia działalności uczestników tych rynków. Rozwój konkurencyjnych rynków energii zapoczątkowały procesy liberalizacyjne rozpoczęte w latach 80. ubiegłego wieku. Zaowocowało to gruntowną zmianą zasad funkcjonowania rynków wymuszającą wypracowanie nowych narzędzi wspomagających działalność zaangażowanych na nich przedsiębiorstw, szczególnie w obszarze zarządzania ryzykiem. W tym procesie szczególne znaczenie mają metody ekonometryczne, wykorzystywane do modelowania dynamiki parametrów rynku i ich prognozowania.

W dalszej części pracy omawiamy specyficzne cechy rynków energii, porównując je z dobrze znanymi rynkami finansowymi i towarowymi. Następnie

przedstawiamy założenia i przebieg procesów liberalizacji rynków energii, w tym szczegółowo model konkurencyjnego rynku energii w Polsce. W ostatnich rozdziałach omawiamy własności danych pochodzących z rynków energii oraz prezentujemy przykład zastosowania metod ekonometrycznych do modelowania dynamiki i prognozowania cen energii na rynku bilansującym.

LIBERALIZACJA RYNKÓW ENERGII ELEKTRYCZNEJ

Rynki energii elektrycznej w pierwotnej postaci miały charakter monopolu, co było konsekwencją specyficznych cech systemów elektroenergetycznych. Warunki dostaw energii elektrycznej były indywidualnie negocjowane, a zmiana dostawcy była praktycznie niemożliwa ze względu na trudności techniczne, bądź zbyt duże koszty. Oczywiście, istnienie monopolu prowadziło do wszystkich z tym związanych, negatywnych zjawisk, czyli niewspółmiernie wysokich w stosunku do kosztów produkcji i przesyłu cen energii oraz małej efektywności i innowacyjności sektora energii.

Problemy te ma rozwiązać rozpoczęty w latach 80. ubiegłego wieku proces stopniowego uwalniania rynków energii. Podkreślimy, że w procesie tym trzeba wziąć pod uwagę specyficzne cechy systemów elektroenergetycznych, szczególnie: konieczność ciągłego (w każdej chwili) równoważenia poboru i produkcji energii elektrycznej, brak praktycznych możliwości magazynowania dużych ilości energii oraz strategiczne znaczenie niezawodności systemu.

W zależności od konkretnego kraju czy obszaru, wykształcone w procesie liberalizacji mechanizmy wspierające konkurencyjność wykazują pewne różnice, por. [Bunn 2004] i [Weron 2006], ale ich wspólnym mianownikiem jest oddzielenie energii elektrycznej jako produktu (tu wprowadza się mechanizmy konkurencyjne) od jej przesyłu i innych usług sieciowych (te obszary poddaje się regulacji i nadzorowi). Umożliwia to rynkowe kształtowanie cen energii i wprowadzenie konkurencyjnych zasad obrotu, przy zachowaniu kontroli nad infrastrukturą przesyłową oraz zapewnieniu niezawodności systemu. Ponadto, unikalnym elementem jest „wbudowany” w rynek energii specjalny mechanizm równoważenia poboru i produkcji oraz rozliczania transakcji. Zadania te realizuje tzw. *rynek bilansujący* omówiony szczegółowo w rozdziale „Rynek bilansujący”.

STRUKTURA RYNKU ENERGII

Ze względu na charakter uczestników, rynki energii funkcjonują na dwóch poziomach: hurtowym i detalicznym. Obecnie pojęcie konkurencyjnego rynku energii odnosi się w praktyce tylko do poziomu hurtowego i głównie nim zajmujemy się w tej pracy. *Poziom hurtowy* reprezentują duże podmioty wytwarzające energię, podmioty nabywające energię, bądź obracające nią w ilościach hurtowych oraz spółki dystrybucyjne pośredniczące między sprzedawcami hurtowymi a odbiorcami detalicznymi. Uczestnictwo w rynku hurtowym wiąże się z posiadaniem

odpowiedniej infrastruktury umożliwiającej rozliczanie transakcji oraz udział w rynku bilansującym. *Poziom detaliczny* reprezentują odbiorcy końcowi, w tym gospodarstwa domowe. Nie biorą oni bezpośredniego udziału w rynku hurtowym lecz korzystają z pośrednictwa spółek dystrybucyjnych. Nie biorą oni również udziału w rynku bilansującym. Poziom detaliczny, z uwagi na brak symetrii pomiędzy dystrybutorami i odbiorcami energii, zwykle wciąż podlega nadzorowi regulatorów.

POLSKI RYNEK ENERGII

W Polsce liberalizację rynku energii zapoczątkowano w 1997 r., opierając jego konstrukcję na modelu giełdowym, por. [Szczygieł 2001]. Hurtowy rynek energii opiera się na trzech segmentach – kontraktowym, giełdowym i bilansującym.

Segment kontraktowy reprezentuje transakcje zawierane bezpośrednio pomiędzy uczestnikami rynku i ma typowy charakter rynku OTC (over-the-counter). W segmencie kontraktowym zawierane są zarówno transakcje bieżące, jak i terminowe na okres od najbliższych godzin do nawet lat. Warunki kontraktów ustalone są w dwustronnych negocjacjach i pozostają znane tylko stronom kontraktu. Zawieranie transakcji w tym segmencie rynku pozwala ograniczyć ryzyko pozycji kontraktowej, jednak aktywne nim zarządzanie wymaga zaangażowania w segmentach giełdowym i bilansującym. W Polsce segment kontraktowy jest segmentem silnie dominującym, w 2009 r. obejmował ok. 90% wytworzonej energii¹.

Segment giełdowy reprezentuje transakcje zawierane za pośrednictwem giełd energii elektrycznej, podobnych charakterem do giełd towarowych. W segmencie giełdowym prowadzi się obrót w ściśle zdefiniowany sposób przy pełnej jawności cen transakcyjnych. Uczestnictwo w tym segmencie jest nieobligatoryjne.

Segment bilansujący to unikalny element hurtowego rynku energii odpowiedzialny za zbilansowanie systemu. Udział w nim jest obligatoryjny dla wszystkich uczestników poziomu hurtowego rynku.

W następnych podrozdziałach opiszemy mechanizmy działania segmentów giełdowego oraz bilansującego na polskim rynku energii.

Giełda energii

Segment giełdowy polskiego rynku energii jest wciąż słabo rozwinięty. Jego głównym elementem jest Towarowa Giełda Energii SA (TGE), której obrót w 2009 r. stanowił zaledwie 2.07% całkowitego zużycia energii w Polsce.

Mechanizm działania giełdy energii omówimy na przykładzie Rynku Dnia Następnego (RDN) TGE,² który pełni rolę analogiczną do finansowego rynku "spot". RDN składa się z 24 niezależnych rynków dla każdej z godzin doby. Na

¹Źródło: materiały URE dostępne na stronie www.ure.gov.pl

²Szczegóły na stronie www.polpx.pl

każdym z nich w dniu poprzedzającym dostawę składane są oferty sprzedaży i kupna określonej ilości energii w określonej godzinie. Ceny transakcyjne w postaci kursu jednolitego RDN są wyznaczone niezależnie dla każdej godziny na przecięciu krzywych kupna i sprzedaży utworzonych przez zagregowanie zgłoszonych ofert. Mechanizm ten jest neutralny zarówno dla kupujących jak i sprzedających, gdyż realizowane są oferty kupna i sprzedaży z cenami odpowiednio nie większymi i nie mniejszymi niż ustalony kurs jednolity. Przykładowe wartości godzinowe cen energii i wolumenu obrotów na RDN zamieszczone są w pierwszym i drugim wierszu tab. 1.

Tabela 1. Ceny i wolumeny obrotów na TGE i rynku bilansującym w dniu 18.06.2009

Godz.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
TGE	Ilość [MWh]	133	156	202	199	262	221	110	92	120	117	132	115	119	123	123	102	106	96	95	102	103	89	182	123
	Cena [PLN]	144	137	138	137	130	131	161	172	188	200	201	203	204	205	197	186	180	180	177	179	176	177	186	175
Rynek bilansujący	Ilość [MWh]	-287	-267	-243	-266	-196	-117	81	-213	246	487	579	658	737	821	599	422	196	461	399	412	227	216	572	-97
	CRO [PLN]	163	142	150	147	145	147	171	190	200	201	201	202	203	200	200	200	186	197	195	193	187	191	186	171

*Wartość dodatnia oznacza zakup, a wartość ujemna sprzedaż energii przez uczestników na RB

Źródło: www.cire.pl

Możliwość zawierania transakcji na RDN stanowi istotny element zarządzania ryzykiem, gdyż pozwala elastycznie dopasować pozycję kontraktową uczestnika rynku do zmieniającego się zapotrzebowania. Niestety, w warunkach polskich rozwój segmentu giełdowego jest znacznie ograniczony ze względu na dominację segmentu kontraktowego. Ponadto, segment giełdowy przegrywa w konkurencji z segmentem bilansującym, który z powodu jego zasad funkcjonowania jest preferowany przez wytwórców energii jako platforma sprzedaży.

Rynek bilansujący

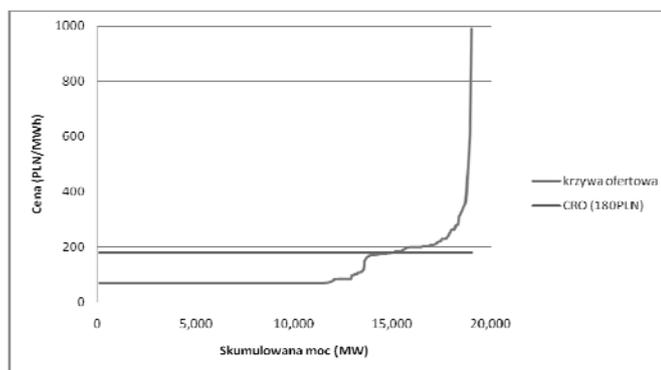
Rynek bilansujący (RB) to unikalny segment konkurencyjnego rynku energii elektrycznej, nie mający swojego odpowiednika na rynkach finansowych czy towarowych. Udział w hurtowym rynku energii wiąże się z obowiązkiem uczestnictwa w RB. W Polsce RB jest zarządzany przez firmę Polskie Sieci Elektroenergetyczne SA spełniającą funkcję operatora systemu przesyłowego (OSP)³. Zadaniem OSP jest takie zarządzanie krajowym systemem elektroenergetycznym (w tym RB), aby zapewnić jego niezawodne działanie oraz równoprawne traktowanie wszystkich uczestników. W celu zapewnienia transparentności RB, OSP jest zobowiązany do publikowania szeregu informacji o działaniu RB, w tym danych o cenach i produkcji energii, ofertach bilansujących oraz prognoz zapotrzebowania na energię.

Jak wspomnieliśmy w rozdziałach „Liberalizacja rynków energii elektrycznej” oraz „Polski rynek energii”, zadaniem RB jest równoważenie produkcji ener-

³ Więcej informacji o RB i roli OSP można znaleźć na stronie www.pse-operator.pl, szczególnie w dokumencie [PSE 2010].

gii z jej zużyciem. Jest to niezbędny element konkurencyjnego rynku energii, gdyż ze względu na dużą zmienność zapotrzebowania na energię, przedsiębiorstwa nie są w stanie go dokładnie oszacować, a wszelkie różnice między zakontraktowanymi dostawami energii a faktycznym zużyciem muszą być rozliczane z opóźnieniem. W celu domknięcia bilansu OSP porównuje pozycję kontraktową przedsiębiorstw z ich rzeczywistym poborem energii i wymusza zakup niedoboru, bądź sprzedaż nadwyżki na RB po ustalonej *cenie rozliczeniowej odchylenia* (CRO). Cena ta jest wyznaczana niezależnie dla każdej z 24 godzin doby jako najwyższa cena z ofert bilansujących zapewniających zbilansowanie systemu zgodnie z planowanym zużyciem energii, por. rys. 1. Oferty bilansujące składane są z jednodniowym wyprzedzeniem przez przedsiębiorstwa, w których zużycie bądź produkcja energii mogą być sterowane przez OSP. W ofertach tych przedsiębiorstwa deklarują ceny, po których mogą zwiększyć, bądź zmniejszyć produkcję lub zużycie energii. Zauważmy ponadto, że dla danego zestawu ofert bilansujących oraz poziomu CRO możemy w łatwy sposób odtworzyć odpowiadającą CRO wartość planowanego zużycia energii. Na rys. 1 będzie to odcięta punktu przecięcia krzywej ofertowej z prostą na poziomie CRO. Ten fakt został wykorzystany w metodzie krótkookresowej predykcji CRO omówionej w rozdziale „Metody ekonometryczne w prognozowaniu cen energii na rynku bilansującym”. Dodajmy, że OSP publikuje historyczne wartości CRO z dwudniowym opóźnieniem.

Rysunek 1. Oferty bilansujące i CRO z godz. 17, dn. 17.06.2009



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z www.pse-operator.pl

RB w zasadzie powinien mieć charakter czysto techniczny, a przedsiębiorstwa powinny być zniechęcane do korzystania z niego jako platformy transakcyjnej. Jednak w warunkach polskich transakcje bilansujące na RB stanowią relatywnie dużą część całego obrotu energią i zdecydowanie przewyższają obroty na RDN TGE, por. tab. 1. Można więc stwierdzić, że w Polsce RB wraz z RDN TGE są miejscem kształtowania się cen energii, a RB pełni w tym procesie rolę dominującą.

Obligatoryjny udział uczestników rynku hurtowego energii w RB i konieczność rozliczania odchyleń od pozycji kontraktowych stanowią istotne źródło ryzyka prowadzonej działalności. Głównymi czynnikami ryzyka są niemożliwe do uniknięcia błędy prognozy zapotrzebowania na energię (swojego, czy swoich klientów) oraz zmienna cena energii bilansującej CRO. Możliwe zastosowania metod ekonometrycznych w zarządzaniu tym ryzykiem omawiamy w następnym rozdziale.

ZASTOSOWANIE METOD EKONOMETRYCZNYCH NA RYNKU ENERGII

Jak zasygnalizowaliśmy w poprzednim rozdziale, istotnym problemem, w rozwiązaniu którego mają zastosowanie narzędzia ekonometryczne, jest modelowanie dynamiki zapotrzebowania na energię oraz jej cen w segmentach giełdowym i bilansującym rynku energii, a następnie wykorzystanie stworzonych modeli do prognozowania. Nawet przy zastosowaniu zaawansowanych metod prognozowania zapotrzebowania na energię nie jest możliwe dokładne jego przewidzenie, przez co zachodzi konieczność zbilansowania pozycji kontraktowej z faktycznym zużyciem energii na RB. W tym momencie uczestnik hurtowego rynku energii zdany jest na mechanizm bilansujący i narażony na związane z nim czynniki ryzyka – skalę niedopasowania swojej pozycji kontraktowej do faktycznego zużycia energii oraz zmienną cenę rozliczeniową bilansowania (CRO). Zatem, oprócz prognozowania zapotrzebowania na energię, równie istotne jest modelowanie i prognozowanie jej cen, tak w segmencie giełdowym jak i bilansującym.

Tematyka modelowania i prognozowania zapotrzebowania na energię i jej cen obecna jest w polskiej i międzynarodowej literaturze od dawna, ale szczególnego znaczenia nabrała z początkami procesu liberalizacji rynków energii, por. np. [Lichota 2006] oraz referencje w [Weron 2006]. Zastosowanie mają tu różnorodne podejścia, których obszerny przegląd zawarty jest w [Weron 2006].

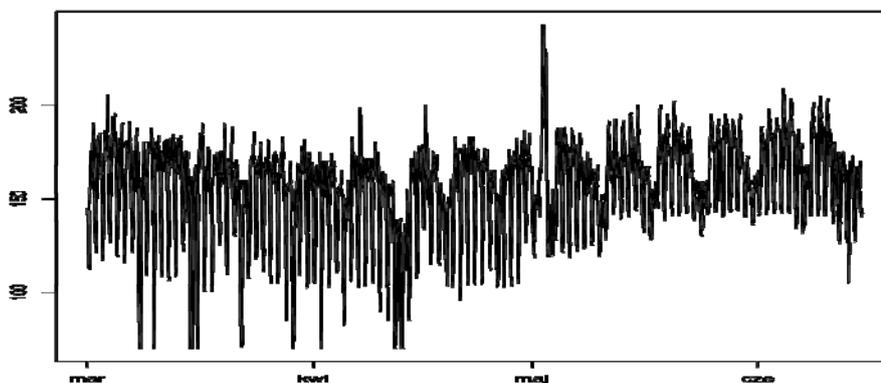
W zarządzaniu ryzykiem pozycji kontraktowej związanym z jej rozliczeniem na RB stosuje się prognozy krótkoterminowe cen energii. Na ich podstawie dokonuje się korekty pozycji przez transakcje na rynku giełdowym (RDN) oraz ocenia ryzyko niezbilansowania pozycji i związane z nim koszty rozliczenia na RB. Do prognozowania krótkoterminowego cen energii stosuje się zwykle dwa podejścia – metody ekonometryczne lub algorytmy sztucznej inteligencji. Modelowanie cen energii na RB ma ponadto swoją specyfikę, gdyż oprócz zastosowania odpowiednio dopasowanych uniwersalnych metod i modeli (w tym ekonometrycznych), pożądanym jest również uwzględnienie szczegółów samego mechanizmu bilansowania oraz danych i prognoz udostępnianych publicznie przez OSP, co pokazujemy w rozdziale „Metody ekonometryczne w prognozowaniu cen energii na rynku bilansującym”.

Charakterystyka danych z rynku energii

Dane z rynku energii charakteryzują się relatywnie wysoką częstotliwością – większość szeregów czasowych ma granulację godzinową. Zastosowanie prognoz do zarządzania ryzykiem wymusza ich jak największą dokładność dla każdej poszczególnej godziny, a metody dające dobrą prognozę uśrednioną (jak dobową czy tygodniową) okazują się niewystarczające do tego celu, por. [Szczygieł 2001]. W konsekwencji, z uwagi na konieczność predykcji stosunkowo dużej liczby wartości nawet w krótkim horyzoncie prognozy musimy zwrócić uwagę na szybkość działania zastosowanych metod. Jest to szczególnie istotne gdy zamierzamy wbudować procedury prognozy w większy system zautomatyzowanego zarządzania ryzykiem oraz ze względu na konieczność testowania tych procedur na danych historycznych, zwykle dla długiego przedziału czasowego.

Najważniejszą cechą danych z rynku energii jest multisezonowość. Na rys. 2 wyraźnie widzimy sezonowość dobową oraz tygodniową, w danych o kilkuletnim horyzoncie ujawnia się również sezonowość roczna. Źródłem takiej multisezonowej dynamiki jest zmiana zapotrzebowania na energię w cyklu dobowym (dzień – noc), tygodniowym (dni robocze – weekendy) oraz rocznym (pory roku i związane z nimi zmiany temperatur). Dodajmy, że sezonowość tygodniowa jest zaburzana nieregularnie występującymi dniami świątecznymi. Zastosowane metody analizy i modelowania muszą uwzględnić ten multisezonowy charakter danych oraz muszą być odporne na obecność wspomnianych zaburzeń. W konsekwencji naturalnym podejściem do problemu prognozowania cen energii wydaje się zastosowanie modeli SARIMA (seasonal ARIMA) omówione w następnym rozdziale.

Rysunek 2. Godzinowy szereg CRO w okresie 01.03.2009 – 01.07.2009



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z www.pse-operator.pl

Istotnym problemem, który napotkamy w danych z rynku energii (szczególnie w cenach) jest występowanie nagłych skoków, po których następują, często niemal natychmiastowe, powroty do poprzedniej wartości. Przyczyną ich występowania są mocno zróżnicowane koszty wytwarzania energii z zależności od tech-

nologii, co sprawia, że niewielki wzrost zapotrzebowania może wymusić uruchomienie generatorów o wysokich kosztach wytwarzania, a w konsekwencji nagły wzrost ceny energii. Przy powrocie zapotrzebowania do wcześniejszego poziomu następuje oczywiście związany z nim powrót ceny do poprzedniej wartości. Zjawisko to jest omówione obszernie w [Bunn 2004] i [Weron 2006].

Metody ekonometryczne w prognozowaniu cen energii na rynku bilansującym

W rozdziale tym omówimy przykłady zastosowania metod ekonometrycznych do modelowania dynamiki i krótkoterminowego prognozowania CRO – ceny energii na RB. Historyczne wartości CRO publikowane są z dwudniowym opóźnieniem, por. rozdział „Rynek bilansujący”, więc minimalnym wymaganym horyzontem prognozy są trzy doby. Ponadto, w praktyce wymagany jest jak najmniejszy błąd godzinowy prognozy, por. rozdział „Charakterystyka danych z rynku energii”.

W pracy [Kozakiewicz i Kwas 2010a] zbadano dwie metody krótkoterminowego prognozowania CRO. Obie metody wykorzystują publikowane przez OSP prognozy globalnego zapotrzebowania na energię w ramach tzw. wstępnego planu koordynacyjnego dobowego, por. [PSE 2010]. Prognoza OSP jest użyta w etapie wstępnym jako liniowy predyktor dla CRO, a następnie odchylenie od tej predykcji modelowane jest procesem SARIMA. Metody różnią się sposobami podejścia do multisezonowości danych.

Pierwsza metoda, CRO_{24} , eliminuje sezonowość tygodniową przez zróżnicowanie szeregu z przesunięciem 168, zaś do modelowania pozostałej sezonowości dobowej wykorzystuje zastosowany globalnie proces $SARIMA(5,5,d) \times (5,5,D)_{24}$, dla $d, D \in \{0,1\}$. Oznacza to, że zakładamy okresowość 24, zaś operatory autoregresji i ruchomej średniej zarówno dla opóźnień o wielokrotności 1 jak i opóźnień o wielokrotności okresu 24 mają rząd 5. Parametry $d, D \in \{0,1\}$ oznaczają rzędy operatorów różnicowych, odpowiednio z przyrostem 1 i 24, a ich wartości są dobierane na podstawie kryteriów informacyjnych AIC i BIC. Wyczerpujące omówienie modeli SARIMA i metodologii ich stosowania można znaleźć w [Box i in. 1993] lub w [Shumway i Stoffer 2006].

Druga metoda, CRO_7 , rozбивa szereg na 24 niezależne składowe dla każdej godziny. Dla każdej składowej stosuje się następnie niezależne procesy $SARIMA(5,5,d) \times (5,5,D)_7$ do pozostałej sezonowości tygodniowej. W tym przypadku zakładamy okresowość 7, zaś pozostałe charakterystyki pokrywają się z tymi dla metody CRO_{24} .

W obu metodach parametry modeli są estymowane dla danych historycznych o długości 5 tygodni. Obie metody dają porównywalne wyniki dla testowego czterotygodniowego okresu 3.03.2009 – 30.03.2009, ale zauważalną ich wadą jest duża złożoność obliczeniowa użytych procedur estymacji parametrów modeli SARIMA sprawiająca, że wyznaczenie prognozy trwa stosunkowo długo, por. tab. 2. Dodajmy, że koszt obliczeniowy obu metod jest w praktyce porówny-

walny, gdyż mimo, że w drugiej metodzie estymujemy aż 24 modele, rozbięcie szeregu na składowe powoduje odpowiednie zmniejszenie ilości danych wykorzystywanych do oszacowania parametrów każdego z nich.

W pracy [Kozakiewicz i Kwas 2010b] przedstawiono alternatywną metodę CROBIL. Metoda ta w pewnym sensie odtwarza mechanizm wyznaczania CRO na RB przez wykorzystanie tzw. wolumenu odcinającego dla CRO (WCRO), tj. poziomu zapotrzebowania na moc odpowiadającego CRO, por. rozdział „Rynek bilansujący” i rys. 1. Podobnie jak w przypadku wcześniej omówionych metod CRO_{24} i CRO_7 , na wstępnym etapie dokonywana jest liniowa predykcja WCRO z wykorzystaniem prognoz OSP, dokładniej prognozy generacji tzw. jednostek wytwórczych centralnie dysponowanych. Prognoza CRO wyznaczana jest później na podstawie tej predykcji oraz historycznych ofert bilansujących z odpowiednio dobranych dni - wykorzystywane są oferty sprzed tygodnia oraz z ostatniego dostępnego dnia. Ostateczna prognoza jest średnią ważoną wyznaczonych z nich wartości CRO. Użycie historycznych ofert bilansujących wyeliminowało konieczność zastosowania zaawansowanych i kosztownych obliczeniowo technik modelowania (jak modele SARIMA w metodach CRO_{24} i CRO_7). W konsekwencji, czas potrzebny na wyznaczenie prognozy zmalał kilkudziesięciokrotnie, przy zachowaniu porównywalnego poziomu błędu, por. tab. 2. To sprawia, że metoda CROBIL sprawdzi się lepiej w praktycznych zastosowaniach. Ponadto, jej relatywnie prosta konstrukcja umożliwia umiejętne wykorzystanie bardziej zaawansowanych technik modelowania, co może zwiększyć dokładność prognozy bez nadmiernego wydłużenia czasu obliczeń. Możliwości rozbudowy i ulepszenia metody CROBIL będą przedmiotem dalszych badań.

Tabela 2. Średnie godzinowe błędy względne prognoz i czasy obliczeń metod opartych na modelach SARIMA i metody alternatywnej dla okresu 3.03.2009 – 30.03.2009

	CRO_{24}	CRO_7	CROBIL
MAPE ^H	7.71	7.86	7.22
σ (APE ^H)	10.37	10.40	10.74
czas obliczeń	ok. 2 godz.	ok. 2 godz.	ok. 1 minuta

Źródło: [Kozakiewicz i Kwas 2010a], [Kozakiewicz i Kwas 2010b]

Powyżej omówione zagadnienie modelowania dynamiki i prognozowania CRO pokazuje, że uniwersalne zaawansowane metody ekonometryczne jakimi są modele SARIMA właściwie dopasowane do charakteru danych dają dobre rezultaty. Jednak charakter danych sprawia, że wyznaczenie prognoz, szczególnie dla długich okresów testowych, zajmuje stosunkowo dużo czasu, co może ograniczać ich zastosowanie, szczególnie jako elementów większego systemu zarządzania ryzykiem. Okazuje się jednak, że podejście alternatywne, polegające na użyciu prostszych narzędzi ale dopasowanych do mechanizmu wyznaczania CRO pozwala na otrzymanie wyników podobnej jakości w znacznie krótszym czasie.

PODZIĘKOWANIA

Autor dziękuje prof. dr hab. Wandzie Marcinkowskiej-Lewandowskiej za cenne sugestie i uwagi.

LITERATURA

- Bunn D. E., red., (2004) Modeling prices in competitive electricity markets, Wiley.
- Box G. E. P., Jenkins G. M., Reinsel G. C. (1993) Time Series Analysis: Forecasting and Control, Prentice-Hall.
- Kozakiewicz M., Kwas M. (2010a) Prognozowanie cen energii elektrycznej na rynku bilansującym z użyciem ofert bilansujących, opracowanie w ramach badań statutowych IE SGH.
- Kozakiewicz M., Kwas M. (2010b) Prognozowanie cen energii elektrycznej na rynku bilansującym z wykorzystaniem modeli SARIMA, Zeszyty Kolegium Analiz Ekonomicznych SGH, artykuł przyjęty do recenzji.
- Lichota A. (2006) Prognozowanie krótkoterminowe na lokalnym rynku energii Elektrycznej, praca doktorska, Akademia Górniczo-Hutnicza.
- PSE Operator S.A. (2010) Instrukcja ruchu i eksploatacji sieci przesyłowej, Bilansowanie systemu i zarządzanie ograniczeniami systemowymi.
- Shumway R. H., Stoffer D. S. (2006) Time series analysis and its applications with R examples, Springer.
- Szczygieł L. (2001) rozdział Model rynku energii elektrycznej w pracy Jaki model rynku energii?, seria "Biblioteka Regulatora", Urząd Regulacji Energetyki.
- Weron R. (2006) Modeling and forecasting electricity loads and prices, Wiley.

Econometric analysis in competitive electricity markets

Abstract: The paper presents an application of econometric methods to modeling and predicting energy prices on competitive electricity markets. Since the beginning of market liberalization, electricity prices are no longer settled only by bilateral contracts but also driven by market forces of supply and demand. Price prediction became important to assess and manage market risk. This requires efficient algorithms for computing detailed hourly forecasts. In order to motivate and illustrate the subject we discuss the properties of competitive electricity markets, emphasizing Polish market specifics.

Key words: competitive electricity markets, balancing market, short term prediction, SARIMA, risk management

WYKORZYSTANIE MODELU LOGITOWEGO DO OCENY JAKOŚCI ŻYCIA KOBIEC

Małgorzata Machowska-Szewczyk

Katedra Metod Sztucznej Inteligencji i Matematyki Stosowanej
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie
e-mail: mmachowska@wi.zut.edu.pl

Agnieszka Sompolska-Rzechuła

Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie
e-mail: asompolska@zut.edu.pl

Streszczenie: W artykule zbudowano model logitowy, umożliwiający określenie czynników, wpływających na odczucie poprawy jakości życia kobiet zamieszkałych w województwie zachodniopomorskim. Do analizy logitowej wykorzystano informacje otrzymane z badania ankietowego 106 kobiet w okresie od listopada 2007 do kwietnia 2008. W kwestionariuszu znalazły się pytania o charakterze społeczno-demograficznym oraz z różnych grup czynników, wpływających na jakość życia i na tej podstawie oszacowano parametry modeli logitowych oraz wykryto czynniki istotnie wpływające na pozytywną ocenę zmiany jakości swojego życia przez kobiety.

Słowa kluczowe: model logitowy, kwestionariusz ankiety, jakość życia kobiet

WPROWADZENIE

Jakość życia to bardzo złożona kategoria o trudnym do określenia zakresie przedmiotowym i interdyscyplinarnym charakterze. Jakość życia według Kolmana [Kolman 2000] to stopień zaspokojenia potrzeb duchowych i materialnych człowieka, stopień zaspokojenia wymagań, określający poziom materialnego i duchowego bytu jednostek i całego społeczeństwa, stopień spełnienia oczekiwań umownej normalności w działaniach i sytuacji codziennego życia jednostek i społeczeństwa. Mówiąc o jakości życia należy mieć na uwadze jej zasadnicze

uwarunkowania tj.: warunki obiektywne, na które składają się: warunki ekonomiczne, czas wolny, bezpieczeństwo społeczne, warunki mieszkaniowe, środowisko naturalne człowieka, zdrowie, środowisko społeczne i wiele innych. Nie mniejszy wpływ na jakość życia człowieka mają warunki subiektywne, które postrzegane są w sposób niepowtarzalny przez każdego człowieka, przejawiają się one w jego samopoczuciu, w tym ważna jest samoocena warunków życia, która jest ujmowana w kategoriach zadowolenia, szczęścia, lęków, obaw, nadziei czy też samotności.

W artykule skonstruowano model logitowy, umożliwiający określenie czynników, wpływających na odczucie poprawy jakości życia kobiet zamieszkałych w województwie zachodniopomorskim. Model logitowy pozwala także na wyznaczenie prawdopodobieństwa poprawy jakości życia dla poszczególnych kobiet.

OPIS METODY

W wielu dziedzinach życia zmienna zależna ma charakter dychotomiczny i w takim przypadku, doskonałym narzędziem do opisu zagadnienia jest regresja logistyczna (zwana również logitową). Wielką jej zaletą jest to, że analiza i interpretacja wyników jest bardzo podobna jak w regresji klasycznej. Regresja logistyczna jest pewnym matematycznym modelem wpływu kilku zmiennych niezależnych X_1, \dots, X_k na dychotomiczną zmienną Y . Do opisania takiej zależności w regresji logitowej wykorzystuje się funkcję logistyczną, której postać jest następująca [Stanisz 2007]:

$$f(z) = \frac{e^z}{1 + e^z} = \frac{1}{1 + e^{-z}}, \quad z \in R. \quad (1)$$

Funkcja ta przyjmuje wartości z przedziału $(0;1)$ a jej wykres przypomina rozciągniętą literę S. Zatem funkcja logistyczna może opisywać prawdopodobieństwo. Kształt rozciągniętej litery S umożliwia opis zjawisk, w których zmiany wartości do pewnej wartości progowej praktycznie nie zmieniają prawdopodobieństwa, po osiągnięciu wartości progowej gwałtownie wzrasta prawdopodobieństwo do jeden i utrzymuje się na tym poziomie. Taka funkcja znajduje liczne zastosowania do opisu zjawisk w medycynie, epidemiologii, psychologii czy antropologii np. ryzyko zachorowania na jakąś chorobę, szansa na wyzdrowienie, zdolność do znalezienia pracy itp.

Logistyczny model regresji dla zmiennej dychotomicznej Y określony jest następującą zależnością [Maddala 2008, Stanisz 2007]:

$$P(Y = 1 / X_1, \dots, X_k) = \frac{e^{\alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \dots + \alpha_k X_k}}{1 + e^{\alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \dots + \alpha_k X_k}} \quad (2)$$

gdzie $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_k$ są współczynnikami regresji logistycznej, X_1, \dots, X_k - zmienne niezależne, które mogą mieć charakter zarówno jakościowy jak i ilościowy.

Zmienna Y przyjmuje wartość 1, gdy zachodzi zdarzenie pożądane np. wyzdrowienie, przeżycie, sukces. W przeciwnym przypadku, gdy zajdzie zdarzenie niepożądane np. zachorowanie, śmierć, porażka, zmienna ta przyjmuje wartość 0. Model logistyczny umożliwia powiązanie prawdopodobieństwa warunkowego zmiennej dychotomicznej dla jednego z dwóch możliwych jej wyników ze zmiennymi objaśniającymi. Współczynniki modelu regresji logistycznej można poszukiwać metodą największej wiarygodności oraz uogólnioną metodą najmniejszych kwadratów [Gruszczyński, Podgórska (red) 1996].

Wygodnie jest dokonać pewnej transformacji modelu logistycznego za pomocą logarytmowania. W tym celu wprowadzone zostanie pojęcie ilorazu szans, przez które rozumie się stosunek prawdopodobieństwa, że wystąpi określone zdarzenie do prawdopodobieństwa, że ten przypadek się nie pojawi. W większości pakietów komputerowych iloraz szans jest wyznaczany dla jednostkowej zmiany ustalonej zmiennej niezależnej i wskazuje, ile razy wzrasta lub maleje prawdopodobieństwo wystąpienia danego zdarzenia, jeżeli nastąpi jednostkowa zmiana zmiennej niezależnej.

Logarytm naturalny szansy zwany jest logitem, zatem [Stanisz 2007]:

$$\text{logit}P = \ln \frac{P(Y=1/X_1, \dots, X_k)}{1 - P(Y=1/X_1, \dots, X_k)} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^k \alpha_i X_i. \quad (3)$$

Równość ta jest logitową postacią modelu logistycznego. W modelu logitowym logarytm szansy wystąpienia zdarzenia jest liniową funkcją zmiennych objaśniających.

Po oszacowaniu parametrów modelu regresji logistycznej można wyznaczyć wartości teoretyczne zmiennej Y według standardowej zasady prognozy [Batóg, Wawrzyniak 2005]:

$$\hat{y}_i = \begin{cases} 1, & \text{gdy } 0,5 < \hat{p}_i \leq 1 \\ 0, & \text{gdy } 0 < \hat{p}_i \leq 0,5 \end{cases} \quad (4)$$

gdzie \hat{p}_i -prawdopodobieństwa teoretyczne uzyskane z oszacowanego na podstawie próby losowej modelu regresji logistycznej.

W sytuacji, gdy próba jest niezbilansowana, czyli taka, w której liczba jedynek znacznie różni od liczby zer, do prognozowania wartości teoretycznych można zastosować modyfikację standardowej zasady i liczyć prognozy według zasady optymalnej wartości granicznej α [Jeziorska-Papka 2007]:

$$\hat{y}_i = \begin{cases} 1, & \text{gdy } \alpha < \hat{p}_i \leq 1 \\ 0, & \text{gdy } 0 < \hat{p}_i \leq \alpha \end{cases} \quad (5)$$

Wartość graniczną α ustala się jako udział jedynek w próbie. Można wówczas dokonać oceny poprawności oszacowanego modelu, zliczając trafnie oraz błędnie zaklasyfikowane przypadki (tabela 1).

Tabela 1. Trafność klasyfikacji przypadków

Zaobserwowane	Wartości oczekiwane	
	$\hat{y}_i = 1$	$\hat{y}_i = 0$
$y_i = 1$	n_{11}	n_{12}
$y_i = 0$	n_{21}	n_{22}

Źródło: [Batóg, Wawrzyniak 2005]

Do oceny stopnia dopasowania modelu regresji logistycznej do danych empirycznych można wykorzystać miarę *zliczeniowy* R^2 , która przyjmuje wartości z przedziału $\langle 0,1 \rangle$, zdefiniowaną następująco [Maddala 2008]:

$$\text{zliczeniowy}R^2 = \frac{n_{11} + n_{22}}{n_{11} + n_{12} + n_{21} + n_{22}} \quad (6)$$

Im bliższa jeden wartość tej miary tym lepsze dopasowanie modelu logistycznego do danych empirycznych badanego zjawiska, *zliczeniowy* R^2 oznacza procent trafnie zaklasyfikowanych przypadków. Model dobrze sprawdza się w prognozowaniu badanego zjawiska, gdy *zliczeniowy* $R^2 > 50\%$. Oznacza to, że klasyfikacja na podstawie modelu jest lepsza od przypadkowej. Inne miary dopasowania można znaleźć w pracy [Gruszczyński 2000].

CHARAKTERYSTYKA MATERIAŁU BADAWCZEGO

Do analizy logitowej wykorzystano informacje uzyskane w badaniu ankietowym skierowanym do kobiet – mieszanek województwa zachodniopomorskiego. Ankieta miała charakter anonimowy i została przeprowadzona w okresie od listopada 2007 do kwietnia 2008. Na pytania zawarte w kwestionariuszu odpowiedziało 106 kobiet. Odpowiedzi uzyskano na podstawie akceptacji udziału w badaniu.

Wśród ankietowanych dominowały kobiety w wieku 26-35 lat (33%), drugą najliczniejszą grupę stanowiły kobiety, których wiek pochodził z przedziału 36-45 lat (28%). Jedna piąta ankietowanych to osoby młode – 21-25 lat, w wieku poniżej 20 lat znalazło się 6% respondentek, natomiast wiekiem z przedziału 46-60 lat charakteryzowało się 10% kobiet. Najmniej liczną – 2% część stanowią kobiety powyżej 60 lat.

Wśród badanych 58% to kobiety zamężne, 32% – panny, 7% - kobiety rozwiedzione i 3% wdowy. Najliczniejszą grupę stanowią kobiety bezdzietne (40%), następnie posiadające jedno dziecko – 28%, dwoje dzieci – 25% i troje dzieci – 7%.

W badanej grupie najliczniejszą część stanowiły kobiety z wykształceniem średnim (66%) i wyższym (26%). Respondentek legitymujących się wykształceniem zasadniczym zawodowym był tylko jeden procent, natomiast 7% to panie z wykształceniem wyższym ze stopniem naukowym.

Część merytoryczna ankiety, poświęcona zagadnieniu jakości życia wśród kobiet województwa zachodniopomorskiego, mająca na celu przedstawienie głównych czynników wpływających na badaną kategorię, składa się z 36 pytań. Pytania obejmują różne dziedziny życia: wykorzystanie czasu na pracę, obowiązki domowe, zainteresowania, zdrowie, ocenę swojego miejsca zamieszkania, zadowolenie z życia oraz poszczególnych jego aspektów, sytuacji uznanych za obciążające oraz roli kobiety w życiu.

Analizując rozkład czasu poświęcanego przez kobiety na pracę, zajmowanie się rodziną i domem oraz zainteresowaniom - można zauważyć, że ponad 82% swojego czasu respondentki poświęcają obowiązkom zawodowym i zajmowaniu się rodziną i domem (w tym 45,3% dotyczy pracy, a 37,4% obowiązków domowych). Tylko 17,7% czasu wykorzystywanego jest na inne czynności, takie jak: czytanie książek, spotkania z przyjaciółmi czy zajęcia sportowe.

Porównując rozkłady czasu poświęcanego rzeczywiście na obowiązki i hobby - z czasem, jaki chciałyby przeznaczyć respondentki na te czynności, zauważa się różnicę przede wszystkim w zakresie obowiązków zawodowych i zainteresowań. Pytane kobiety chciałyby na swoją pracę zawodową poświęcać średnio 38,3% czasu (mniej niż poświęcają faktycznie), a na zainteresowania - 24,8%.

Swój stan zdrowia jako dobry ocenia 45% respondentek, 34% - jako raczej dobry, 19% - bardzo dobry, a tylko 2% jako zły, żadna osoba nie oceniała swego zdrowia bardzo źle.

Oceniając swoje miejsce zamieszkania 35% kobiet jest zadowolonych z miejsca, w którym mieszkają, 34% raczej zadowolonych, a tylko 3% było bardzo niezadowolonych.

W badaniu ankietowym podjęto także próbę zbadania, w jakim stopniu zgadzają się kobiety z pewnymi stwierdzeniami dotyczącymi rodzicielstwa, godzenia obowiązków domowych z zawodowymi, wsparciem ze strony partnera, czyli kwestiami odnoszącymi się wyłącznie do kobiet. 45% respondentek nie zgadza się z opinią, że rodzicielstwo obniża możliwości rozwoju zawodowego, a 30% nie ma na ten temat zdania, tylko 3% ankietowanych całkowicie się z tym poglądem zgadza.

Oceniając swoją osobę większość ankietowanych kobiet (58%) stwierdziła, że przeważnie ma wystarczająco dużo energii w codziennym życiu, w umiarkowanym stopniu - 33% respondentek. Swój wygląd zewnętrzny akceptuje przeważnie 45% pań, w umiarkowany sposób zaś 34%, w pełni - 19%, tylko 2% badanych nieco akceptuje swój wygląd zewnętrzny. Większość badanych pań (52%) jest z siebie zadowolona, 35% jest raczej zadowolona a 13% jest z siebie bardzo zadowolonych, tylko jedna osoba wskazała, że jest z siebie niezadowolona.

Z analizy powyższych kwestii wynika, że badane panie reprezentują pozytywne podejście do swojej osoby zarówno w kwestii sił i energii w życiu codziennym, jak i ocenie swojego wyglądu zewnętrznego.

Do opisu poprawy jakości życia przyjęto następujący zestaw zmiennych:

X_1 - wiek w latach (do 20, 21-25, 26-35, 36-45, 46-60, powyżej 60),

X_2 - stan cywilny (panna, zamężna, rozwiedziona, wdowa),

X_3 - liczba dzieci (w osobach),

X_4 - wykształcenie (podstawowe, zasadnicze zawodowe, średnie, wyższe, wyższe ze stopniem naukowym),

X_5 - zatrudnienie (firma państwowa, firma prywatna własna, firma prywatna obca, emerytka, rencistka, bezrobotna),

X_6 - staż pracy (w latach),

X_7 - miesięczny dochód na osobę w gospodarstwie domowym (do 300, 300-600, 600-800, 800-1000, 1000-1500, powyżej 1500),

X_8 - miejsce zamieszkania (domek jednorodzinny, kamienica, blok).

Różnica między ilością czasu i energii (dotyczy cech X_9 , X_{10} , X_{11}), które chciałyby poświęcać i rzeczywiście poświęcają kobiety na (w %):

X_9 - pracę zawodową,

X_{10} - zajmowanie się rodziną i domem (wszystkie obowiązki domowe itp.),

X_{11} - inne zajęcia (czytanie książek, spotkania z przyjaciółmi, aerobik, itp.),

X_{12} - czynności, które zajmują najwięcej wolnego czasu (własne zainteresowania, spotkania z rodziną lub znajomymi, aktywny wypoczynek, bierny wypoczynek w domu, wykonywanie zaległych prac domowych, podnoszenie kwalifikacji),

X_{13} - preferowane czynności w wolnym czasie (własne zainteresowania, spotkania z rodziną lub znajomymi, aktywny wypoczynek, bierny wypoczynek w domu, wykonywanie zaległych prac domowych, podnoszenie kwalifikacji),

X_{14} - wyjazd na co najmniej tygodniowy wypoczynek w 2007 roku (tak, nie),

X_{15} - ocena swojego stanu zdrowia (bardzo źle, źle, raczej dobrze, dobrze, bardzo dobrze),

X_{16} - zadowolenie ze swojego snu (bardzo niezadowolona, niezadowolona, raczej zadowolona, zadowolona, bardzo zadowolona),

X_{17} - częstotliwość doznawania negatywnych odczuć, takich jak np. przygnębienie, lęk, rozpacz (nigdy, rzadko, często, bardzo często, zawsze),

X_{18} - zadowolenie ze swojego miejsca zamieszkania (bardzo niezadowolona, niezadowolona, raczej zadowolona, zadowolona, bardzo zadowolona),

X_{19} - poczucie bezpieczeństwa w swoim miejscu zamieszkania (tak, nie),

X_{20} - stopień zadowolenia ze swojego życia osobistego (bardzo niezadowolona, niezadowolona, raczej zadowolona, zadowolona, bardzo zadowolona),

X_{21} - stopień zadowolenia ze swojego życia zawodowego (bardzo niezadowolona, niezadowolona, raczej zadowolona, zadowolona, bardzo zadowolona),

X_{22} - stopień zadowolenia ze swojego życia towarzyskiego (bardzo niezadowolona, niezadowolona, raczej zadowolona, zadowolona, bardzo zadowolona),

- X_{23} - stopień zadowolenia ze swojej sytuacji finansowej (bardzo niezadowolona, niezadowolona, raczej zadowolona, zadowolona, bardzo zadowolona),
- X_{24} - stopień zadowolenia z możliwości realizacji swoich zainteresowań (bardzo niezadowolona, niezadowolona, raczej zadowolona, zadowolona, bardzo zadowolona),
- X_{25} - obciążenie czynnościami związanymi z prowadzeniem gospodarstwa domowego takimi jak: sprzątanie, gotowanie, robienie zakupów (brak, małe, umiarkowane, duże, bardzo duże),
- X_{26} - obciążenie czynnościami związanymi z dbaniem o partnera, dzieci czy rodziców (brak, małe, umiarkowane, duże, bardzo duże),
- X_{27} - posiadanie wystarczającej energii w codziennym życiu (wcale, nieco, umiarkowanie, przeważnie, w pełni),
- X_{28} - akceptacja swojego wyglądu zewnętrznego (wcale, nieco, umiarkowanie, przeważnie, w pełni),
- X_{29} - stopień zadowolenia z siebie (bardzo niezadowolona, niezadowolona, raczej zadowolona, zadowolona, bardzo zadowolona),
- Y - poprawa w ostatnich trzech latach jakości życia (tak, nie).

Zmienna zależna określona jako poprawa jakości życia w ciągu ostatnich trzech lat przyjmuje dwie wartości – jeden, dla kobiet, które zadeklarowały poprawę jakości swojego życia oraz zero w przypadku braku poprawy jakości życia. W celu określenia zmiennych objaśniających wykorzystano dwa podejścia: regresję krokową „w przód” oraz „w tył”. W pierwszym przypadku otrzymano następujące zmienne: X_1 , X_{10} , X_{29} , w drugim natomiast: X_1 , X_{27} , X_{29} .

WYNIKI BADANIA

Oceny parametrów modelu logitowego z uwzględnieniem zmiennych otrzymanych w przypadku regresji „w przód” przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Oceny parametrów modelu logitowego

Zmienna	Nazwa zmiennej	Ocena parametru	p -value	Iloraz szans
X_1	wiek (w latach)	0,799	0,0003	2,223
X_{10}	różnica między ilością czasu i energii, którą chciałyby poświęcić i faktycznie poświęcają kobiety na zajmowanie się rodziną i domem	-0,030	0,0395	0,971
X_{29}	stopień zadowolenia z siebie	0,869	0,0189	2,384
	stała	-5,457	0,0000	-

Źródło: obliczenia własne

Oszacowany model logistyczny przybiera zatem następującą postać:

$$\hat{p} = P(y = 1) = \frac{e^{-5,457+0,799x_1-0,030x_{10}+0,869x_{29}}}{1 + e^{-5,457+0,799x_1-0,030x_{10}+0,869x_{29}}}.$$

Po przekształceniu model można przedstawić następująco (w nawiasach podano średnie błędy szacunku):

$$\text{logit } \hat{p} = -5,457 + 0,799x_1 - 0,030x_{10} + 0,869x_{29}.$$

(1,248) (0,222) (0,014) (0,370)

W modelu dodatni, statystycznie istotny wpływ na zmienną zależną mają: wiek i stopień zadowolenia z siebie. Oznacza to, że im starsza kobieta, tym wyższe prawdopodobieństwo, że dana osoba będzie odczuwała poprawę jakości swojego życia. Wyższe prawdopodobieństwo wystąpienia poprawy jakości życia można także zaobserwować w przypadku większego stopnia zadowolenia z siebie. Ujemny istotny wpływ na odczucie poprawy jakości życia ma zmienna określająca różnicę pomiędzy ilością czasu i energii, którą chciałyby poświęcać i faktycznie poświęcają kobiety na zajmowanie się rodziną i domem. Im większa różnica tym mniejsze prawdopodobieństwo odczucia poprawy jakości życia.

Interpretując ilorazy szans przy i -tej zmiennej (zakładając, że pozostałe zmienne uwzględnione w modelu pozostaną bez zmian) uzyskuje się następujące informacje:

- im kobieta starsza (wiek z następnej kategorii wiekowej), to jej szansa na odczucie poprawy jakości życia wzrasta ponad dwukrotnie,
- jeżeli różnica pomiędzy ilością czasu i energii, którą chciałyby poświęcać i faktycznie poświęcają kobiety na zajmowanie się rodziną i domem wzrośnie o 1% to szansa na odczucie poprawy jakości życia zmniejszy się o około 3%,
- wzrost stopnia zadowolenia z siebie o jedną kategorię wiąże się ze zwiększeniem szansy na odczucie poprawy jakości życia przeszło dwukrotnie.

Dokonano oceny poprawności oszacowanego modelu zliczając trafność klasyfikacji kobiet (tabela 3).

Tabela 3. Trafność klasyfikacji modelu logitowego

Rzeczywista przynależność kobiet	Zakwalifikowanie kobiet na podstawie modelu logitowego		Procent poprawności
	$\hat{y}_i = 1$	$\hat{y}_i = 0$	
$y_i = 1$	67	6	91,78
$y_i = 0$	18	15	45,45
Ogólna trafność klasyfikacji	77%		

Źródło: obliczenia własne

Wyznaczono także szanse odczucia poprawy jakości życia w poszczególnych grupach kobiet, wydzielonych pod względem wieku. Kobiety w wieku do 20 lat charakteryzowały się najniższym średnim wskaźnikiem szansy,

wynoszącym 0,179. Wraz z wiekiem kobiet średni wskaźnik wzrastał, np. dla kobiet w wieku 36-45 lat wyniósł 1,279.

Biorąc pod uwagę zmienne otrzymane w wyniku zastosowania regresji krokowej „w tył” otrzymano wyniki oszacowania modelu logitowego, które przedstawiono w tabeli 4.

Tabela 4. Oceny parametrów modelu logitowego

Zmienna	Nazwa zmiennej	Ocena parametru	<i>p</i> -value	Iloraz szans
X_1	wiek (w latach)	0,675	0,0018	1,964
X_{27}	posiadanie energii w codziennym życiu	1,003	0,0260	2,726
X_{29}	stopień zadowolenia z siebie	1,283	0,0027	3,609
	stała	-7,752	0,0000	-

Źródło: obliczenia własne

Oszacowany model logistyczny przybiera zatem następującą postać:

$$\hat{p} = P(y = 1) = \frac{e^{-7,752 + 0,675x_1 + 1,003x_{27} + 1,283x_{29}}}{1 + e^{-7,752 + 0,675x_1 + 1,003x_{27} + 1,283x_{29}}}$$

Po przekształceniu model można przedstawić następująco (w nawiasach podano średnie błędy szacunku):

$$\text{logit } \hat{p} = -7,752 + 0,675x_1 + 1,003x_{27} + 1,283x_{29}$$

(1,797) (0,211) (0,444) (0,418)

W modelu wszystkie zmienne posiadają dodatni, statystycznie istotny wpływ na zmienną zależną, zwiększenie ich wartości powoduje większe prawdopodobieństwo odczuwania poprawy jakości życia.

Interpretując ilorazy szans przy *i*-tej zmiennej (zakładając, że pozostałe zmienne uwzględnione w modelu pozostaną bez zmian) uzyskuje się następujące informacje:

- im kobieta starsza (wiek z kolejnej kategorii wiekowej), to jej szansa na odczucie poprawy jakości życia wzrasta prawie dwukrotnie,
- im więcej energii odczuwa kobieta w życiu codziennym (zmiana o jedną kategorię) tym szansa na poprawę jakości życia rośnie o 273%,
- wzrost stopnia zadowolenia z siebie o jedną kategorię wiąże się ze zwiększeniem szansy na odczucie poprawy jakości życia 3,6 razy.

Trafność klasyfikacji kobiet na podstawie obu modeli jest taka sama i wynosi 77%. Analizując szanse pozytywnej oceny zmian jakości swojego życia wśród kobiet w poszczególnych kategoriach wiekowych, obserwuje się podobną sytuację jak w modelu pierwszym. Wraz z wiekiem wartość szansy rosła.

Porównując wyniki otrzymane za pomocą modeli oszacowanych na podstawie dwóch zbiorów zmiennych, można stwierdzić, że w pierwszym modelu istnieje większa szansa na odczucie poprawy jakości życia wraz z wiekiem kobiet,

natomiast w modelu drugim większa szansa występuje w przypadku zmiennej stopień zadowolenia z siebie.

PODSUMOWANIE

Model logitowy może być przydatnym narzędziem w ocenie jakości życia kobiet mieszkających w województwie zachodniopomorskim. Na podstawie oszacowanego modelu określono wielkość wpływu czynników objaśniających poprawę jakości życia badanej grupy kobiet. Interpretacja ocen parametrów modelu prowadzi do wniosku, że szansa poprawy jakości życia zwiększa się wraz z wiekiem, z wyższym stopniem zadowolenia z siebie oraz poczuciem posiadania energii w życiu codziennym. Brak odczucia poprawy jakości może być spowodowany nadmiarem obowiązków związanych z zajmowaniem się rodziną i domem.

LITERATURA

- Batóg B., Wawrzyniak K. (2005) Modele logitowe i probitowe jako podstawa systemu diagnoz na przykładzie sektorów Warszawskiej Giełdy Papierów Wartościowych, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 415, str. 29-42.
- Gruszczyński M. (2000) Dobór zmiennych objaśniających do modelu logitowego, Przegląd Statystyczny. XLVII, str. 175-185.
- Gruszczyński M. (red), Podgórska M. (red) (1996) Ekonometria, Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej, Warszawa, str. 139-141.
- Jeziorska-Papka M. (2007) Zastosowanie modeli dwumianowych do opisu asymetrii informacji na rynku ubezpieczeń na przykładzie polis komunikacyjnych OC, Dynamiczne modele ekonometryczne, X Ogólnopolskie Seminarium Naukowe, 4-6 września 2007 w Toruniu, Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu, str. 275-282.
- Kolman R. (2000) Zespoły badawcze jakości życia, w Problemy Jakości, nr 2, str. 2.
- Maddala G. S. (2008) Ekonometria, PWN, Warszawa.
- Stanisz A. (2007) Przystępny kurs z zastosowaniem Statistica PL na przykładach z medycyny, Statsoft Kraków, Tom 3.

The use of a logit model to evaluate the quality of life for women

Abstract: The article was an attempt to build a logit model, that illustrates the factors that influence the improvement of quality of life for women residing in Western Pomerania. The analysis is based on information obtained from questionnaires completed by 106 women during the period from November 2007 to April 2008. The questionnaire included socio-demographic questions and issues from different factor groups that affect life quality. On the basis of them the logit model parameters have been estimated and factors that significantly affect the quality of life of women were determined.

Key words: logit model, questionnaire, quality of life for women

WYKORZYSTANIE WSPÓŁCZYNNIKA GINIEGO DO OCENY RYZYKA SYSTEMATYCZNEGO

Elżbieta Majewska

Instytut Matematyki, Uniwersytet w Białymstoku
e-mail: elam@math.uwb.edu.pl

Streszczenie: W pracy przedstawimy możliwości wykorzystania średniej różnicy Giniego oraz uogólnionego współczynnika Giniego do oceny ryzyka systematycznego. Omówimy korzyści wynikające z zastosowania tych miar do wyznaczania współczynnika beta. Zaprezentujemy wyniki uzyskane metodą najmniejszych kwadratów oraz z wykorzystaniem wspomnianych miar dla wybranych akcji notowanych na GPW w Warszawie.

Słowa kluczowe: ryzyko systematyczne, współczynnik beta, średnia różnica Giniego, uogólniony współczynnik Giniego

WSTĘP

Ryzyko systematyczne (rynkowe) jest, obok oczekiwanej stopy zwrotu i odchylenia standardowego, jednym z podstawowych parametrów charakteryzujących inwestycje w akcje. Jest ono mierzone współczynnikiem β określającym siłę reakcji stopy zwrotu z danej akcji na zmiany portfela rynkowego¹. Do szacowania wartości tego współczynnika wykorzystuje się najczęściej klasyczną metodę najmniejszych kwadratów. W niektórych sytuacjach bywa ona jednak zawodna. W pracy przedstawimy alternatywny sposób pomiaru ryzyka systematycznego oparty na współczynniku Giniego $\Gamma(\nu)$. Na przykładzie spółek wchodzących w skład indeksu WIG20 przeanalizujemy wartości współczynników beta szacowanych w sposób klasyczny i z wykorzystaniem $\Gamma(\nu)$. Sprawdzimy, czy uzyskane wartości różnią się istotnie, a także porównamy rankingi akcji uzyskane względem β oraz $\beta(\nu)$.

¹ Substytutem portfela rynkowego jest zwykle indeks giełdowy.

RYZIKO SYSTEMATYCZNE – UJĘCIE KLASYCZNE

Jedną z podstawowych zależności wykorzystywanych w analizie instrumentów finansowych jest tzw. linia charakterystyczna opisująca związek pomiędzy stopą zwrotu z danego papieru wartościowego (r_i) i stopą zwrotu z portfela rynkowego (r_m) postaci:

$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_m + \varepsilon_i, \quad (1)$$

gdzie ε_i oznacza składnik losowy, natomiast β_i to współczynnik beta waloru określający jego ryzyko systematyczne (rynkowe). Jeżeli rynek pozostaje w równowadze, to zachodzi prosta liniowa zależność pomiędzy tym ryzykiem a oczekiwaną stopą zwrotu z waloru (\bar{r}_i):

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_m - r_f)\beta_i \quad (2)$$

przy czym r_f oznacza stopę zwrotu wolną od ryzyka. Jest to jedno z podstawowych równań modelu wyceny dóbr kapitałowych CAPM.

Istotnym elementem jest wybór właściwej metody oszacowania parametru β_i . Jeżeli r_m oraz ε_i w równaniu (1) nie są ze sobą skorelowane i mają rozkłady normalne, to możemy stosować klasyczną metodę najmniejszych kwadratów (KMNK). Uzyskany w ten sposób estymator postaci

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(r_i, r_m)}{\text{cov}(r_m, r_m)} = \frac{\text{cov}(r_i, r_m)}{\sigma^2(r_m)} \quad (3)$$

($\text{cov}(r_i, r_m)$ oznacza kowariancję, a $\sigma^2(r_m)$ wariancję odpowiednich stóp zwrotu) jest zgodny, nieobciążony i najbardziej efektywny, o ile składnik losowy ma zerową wartość oczekiwaną i jest homoskedastyczny (ma stałą, skończoną wariancję).

W praktyce okazuje się, że estymatory KMNK szacowane na podstawie szeregów czasowych stóp zwrotu dosyć często nie mają tych pożądaných własności. Jedną z przyczyn może być zależność pomiędzy portfelem rynkowym i składnikiem losowym, co skutkuje tym, że uzyskany estymator jest obciążony. Jeżeli natomiast składnik losowy nie jest homoskedastyczny, to estymator przestaje być najbardziej efektywnym. W tym ostatnim przypadku można zastosować uogólnioną metodę najmniejszych kwadratów. Innym rozwiązaniem jest natomiast wykorzystanie metody zmiennych instrumentalnych (IV), która zapewnia uzyskanie estymatora zgodnego również w przypadku skorelowania r_m i ε_i .

Wymaga ona jednak wskazania zmiennej silnie skorelowanej z portfelem rynkowym i nieskorelowanej ze składnikiem losowym. Może nią być dystrybuenta

$F_m(r_m)$ rozumiana jako względny ranking stóp zwrotu z portfela rynkowego². Wówczas estymator postaci:

$$\beta_i^{IV} = \frac{\text{cov}[r_i, F_m(r_m)]}{\text{cov}[r_m, F_m(r_m)]} \quad (4)$$

jest zgodny. Okazuje się, że analogiczne własności ma estymator szacowany przy użyciu współczynnika Giniego [Gregory-Allen, Shalit 1999].

WSPÓŁCZYNNIK GINIEGO JAKO MIARA RYZYKA

Wykorzystanie średniej różnicy Giniego i uogólnionego współczynnika Giniego jako miar ryzyka inwestycyjnego opisali szczegółowo w 1984 r. Shalit i Yitzhaki. Okazuje się, że wielkości te mają szereg własności analogicznych do odchylenia standardowego. Ponadto konstrukcja efektywnych portfeli inwestycyjnych oparta na kryterium średniej arytmetycznej i średniej różnicy Giniego (*MG*) łączy zalety metody dominacji stochastycznej (*SD*) oraz metody Markowitza opartej na średniej i wariancji (*MV*). Zastąpienie wariancji (odchylenia standardowego) średnią różnicą Giniego pozwala bowiem, tak jak *MV*, w prosty sposób konstruować portfele efektywne. Opiera się jednak, podobnie jak *SD*, na znacznie ogólniejszych założeniach. W szczególności nie wymaga przyjmowania założeń ani o rozkładzie stóp zwrotu z papierów wartościowych, ani o funkcji użyteczności inwestora. Jest przy tym zgodna z zasadą maksymalizacji oczekiwanej użyteczności.

Średnia różnica Giniego jest statystyczną miarą koncentracji, definiowaną jako wartość oczekiwana bezwzględnej różnicy dwóch niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie. Stosując tę wielkość do pomiaru ryzyka inwestycyjnego wygodnie jest posługiwać się wzorem postaci:

$$\Gamma_i = 2 \text{cov}[r_i, F_i(r_i)], \quad (5)$$

gdzie $F_i(r_i)$ oznacza dystrybuantę rozkładu stopy zwrotu waloru i .

Posługując się średnią różnicą Giniego możemy (dla rynku pozostającego w równowadze) opisać zależność pomiędzy oczekiwaną stopą zwrotu waloru oraz jego ryzykiem:

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_m - r_f) \cdot \frac{2 \text{cov}[r_i, F_m(r_m)]}{\Gamma_m}, \quad (6)$$

która jest odpowiednikiem równania (2). Średnia różnica Giniego jest szczególnym przypadkiem uogólnionego wskaźnika Giniego definiowanego jako³

² Dystrybuantę $F_m(r_m)$ otrzymujemy nadając numery uporządkowanym niemalejąco stopom zwrotu z portfela rynkowego, a następnie dzieląc te numery przez ilość obserwacji.

³ Nietrudno zauważyć, że $\Gamma(2) = \Gamma$.

$$\Gamma_i(\nu) = -\nu \operatorname{cov}\{r_i, [1 - F_i(r_i)]^{\nu-1}\}, \quad 1 < \nu < \infty \quad (7)$$

gdzie ν jest parametrem uwzględniającym poziom awersji do ryzyka inwestora: im większa jego wartość, tym większa niechęć do ryzyka. W związku z tym rozważając rynek inwestorów o jednakowym poziomie awersji do ryzyka, możemy określić ogólniejszą zależność stanowiącą odpowiednik podstawowej równości modelu CAPM:

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_m - r_f)\beta_i(\nu) \quad (8)$$

przy czym zgodnym estymatorem parametru $\beta_i(\nu)$ jest⁴

$$\beta_i(\nu) = \frac{-\nu \operatorname{cov}\{r_i, [1 - F_m(r_m)]^{\nu-1}\}}{-\nu \operatorname{cov}\{r_m, [1 - F_m(r_m)]^{\nu-1}\}}. \quad (9)$$

Wartości $\beta_i(\nu)$ zmieniają się wraz z parametrem ν . Można jednak pokazać, że jeżeli stopy zwrotu mają rozkład normalny, to niezależnie od wartości ν współczynniki beta są takie same i równe estymatorowi KMNK, czyli $\beta_i(\nu) = \beta_i$. W ogólnym przypadku, aby sprawdzić, czy $\beta_i(\nu)$ różnią się istotnie od β_i , można zastosować test Hausmana. Polega on na weryfikacji hipotez postaci:

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_i(\nu) - \beta_i &= 0 \\ H_1 : \beta_i(\nu) - \beta_i &\neq 0 \end{aligned} \quad (10)$$

na podstawie wartości statystyki empirycznej

$$m = \frac{\hat{q}_i^2}{\hat{V}(\hat{q}_i)} \quad (11)$$

gdzie:

$$\hat{q}_i = \beta_i(\nu) - \beta_i,$$

$$\hat{V}(\hat{q}_i) = \hat{V}(\beta_i) \frac{1 - \rho^2}{\rho^2},$$

$\hat{V}(\beta_i)$ - wariancja estymatora KMNK parametru β_i ,

ρ - współczynnik korelacji pomiędzy stopą zwrotu z portfela rynkowego i zmienną postaci $-[1 - F_m(r_m)]^{\nu-1}$.

Statystyka m ma rozkład χ^2 z jednym stopniem swobody.

⁴ Jest to estymator IV parametru beta; zmienną instrumentalną jest $-[1 - F_m(r_m)]^{\nu-1}$.

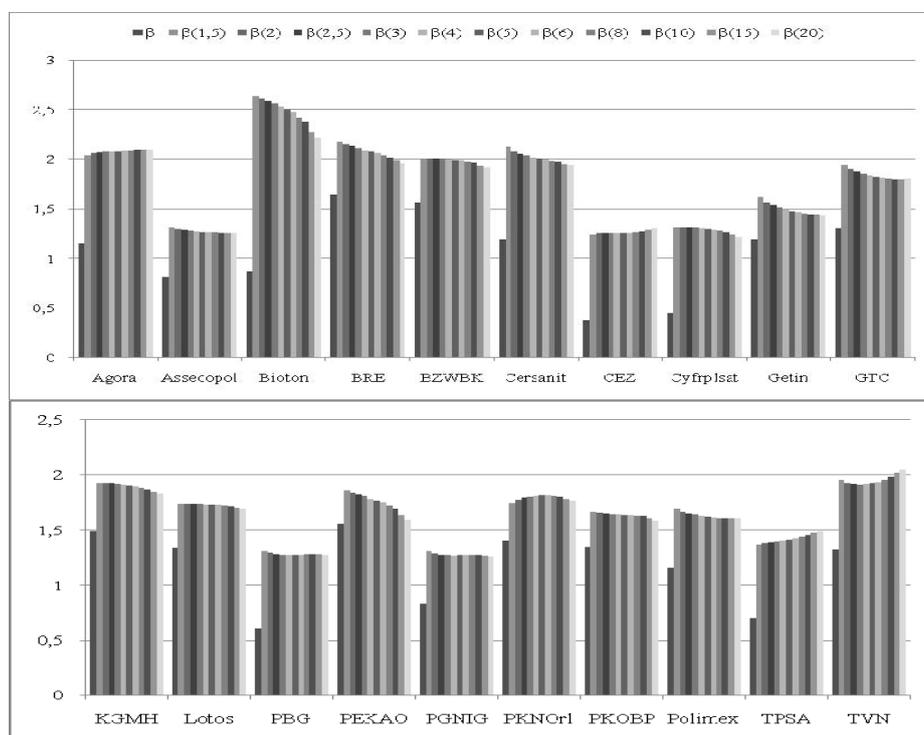
WYNIKI BADAŃ EMPIRYCZNYCH

Przeprowadzone analizy dotyczyły akcji 20 spółek wchodzących w skład indeksu WIG20 w dniu 5 maja 2010 r. Na podstawie dziennych stóp zwrotu tychże akcji oraz indeksu WIG (substytut portfela rynkowego) z okresu od 1.05.2009 r. do 30.04.2010 r. wyznaczyliśmy wartości β estymatorów KMNK współczynników beta oszacowanych zgodnie ze wzorem (3) oraz estymatorów $\beta(\nu)$ uzyskanych ze wzoru (9) przy wartościach parametru ν odpowiadających coraz większej awersji do ryzyka i wynoszących kolejno: 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 15; 20. W kolejnym kroku sprawdziliśmy w oparciu o wartości statystyki m (wzór 11), czy różnice pomiędzy β oraz $\beta(\nu)$ (dla poszczególnych ν) są istotne statystycznie. Ostatnim elementem przeprowadzonych analiz było porównanie rankingów akcji, które uzyskaliśmy porządkując walory od najmniej ryzykownych do najbardziej. Sporządzanie i porównywanie takich zestawień jest istotne z punktu widzenia inwestora, ponieważ bardzo często ważne jest dla niego nie to, jaki jest poziom ryzyka poszczególnych akcji, ale która z inwestycji jest najbezpieczniejsza, a która najbardziej ryzykowna. To zaś, jak się wydaje, może nie zależeć od wyboru estymatora. Podobieństwo uporządkowań spółek oceniliśmy na podstawie wartości współczynników korelacji rang τ Kendalla [Kowalski 2006].

Tabela 1 przedstawia oszacowania parametrów β oraz $\beta(\nu)$ analizowanych spółek. W badanym okresie stopy zwrotu siedmiu spośród nich dosyć słabo reagowały na zmiany portfela rynkowego ($\beta < 1$), przy czym najmniejszym ryzykiem systematycznym obciążone były akcje CEZ ($\beta = 0,3818$). W przypadku pozostałych 13 walorów siła reakcji na zmiany zachodzące na rynku była znaczna i sięgnęła 1,6480 (akcje BRE). We wszystkich przypadkach wartości $\beta(\nu)$ były natomiast znacznie większe niż β i wahały się od 1,2193 ($\beta(20)$ dla akcji CEZ) do 2,6352 ($\beta(1,5)$ dla akcji Bioton). Wyniki testu Hausmanna potwierdzają, że estymatory KMNK oraz $\beta(\nu)$ różnią się. Brak istotnych statystycznie różnic (wartości oznaczone * oraz ** w tabeli 1) stwierdziliśmy jedynie w przypadku akcji BRE ($\nu = 20$), Getin ($\nu = 10, 15, 20$), PEKAO ($\nu = 8, 10, 15, 20$) oraz PKOBP ($\nu = 15, 20$). Warto zauważyć, że oszacowania te dotyczą wysokich wartości parametru ν oznaczających znaczną awersję do ryzyka. Z uwagi na stosunkowo niewielki zakres przeprowadzonych badań trudno jest jednak stwierdzić, czy jest to tendencja charakterystyczna dla polskiego rynku, czy też wyniki takie są raczej przypadkowe i determinował je np. przyjęty okres badawczy. Podobne analizy przeprowadzone na rynku amerykańskim [Gregory-Allen, Shalit 1999] nie wskazywały tego typu prawidłowości.

Warto zwrócić uwagę na jeszcze jeden element. Z własności uogólnionego wskaźnika Giniego wynika, że jest on rosnącą funkcją argumentu ν . Oznacza to, że jeśli stosujemy $\Gamma(\nu)$ do pomiaru ryzyka inwestycyjnego, to dany walor będzie postrzegany jako bardziej ryzykowny przez inwestora z większą awersją do ryzyka, co wydaje się tendencją naturalną. Okazuje się natomiast, że reguła ta nie dotyczy oszacowań ryzyka systematycznego na podstawie $\beta(\nu)$. Estymator ten nie jest bowiem monotoniczny względem ν (rysunek 1).

Rysunek 1. Wartości współczynników β oraz $\beta(\nu)$ analizowanych spółek



Źródło: obliczenia własne

Wyniki analizy rankingów akcji (tabela 2) wskazują, że uporządkowanie walorów względem rosnących wartości β oraz $\beta(\nu)$ jest, podobnie jak same estymatory, również odmienne. Wartości współczynnika τ Kendalla są niskie (tabela 3) co oznacza brak zgodności porównywanych rankingów. Inaczej wygląda sytuacja w przypadku porządkowania spółek względem wartości $\beta(\nu)$ przy różnych ν . Tu zgodność rankingów jest znacznie większa (tabela 4). Oznacza to, że $\beta(\nu)$ możemy uznać za porównywalne kryteria porządkowania spółek, ale różniące się znacznie od kryterium β .

Tabela 1. Wartości współczynników β i $\beta(v)$ analizowanych spółek (* oznacza wartości $\beta(v)$ nie różniące się istotnie od β na poziomie 1%, natomiast ** na poziomie 5%)

Spółka	Wartość estymatora					
	β	$\beta(1,5)$	$\beta(2)$	$\beta(2,5)$	$\beta(3)$	$\beta(4)$
Agora	1,1507	2,0403	2,0629	2,0718	2,0764	2,0820
Assecopol	0,8124	1,3078	1,2964	1,2874	1,2810	1,2733
Bioton	0,8694	2,6352	2,6072	2,5831	2,5625	2,5294
BRE	1,6480	2,1770	2,1505	2,1310	2,1160	2,0935
BZWBK	1,5649	2,0028	2,0035	2,0019	1,9997	1,9951
Cersanit	1,1910	2,1269	2,0825	2,0569	2,0401	2,0191
CEZ	0,3818	1,2379	1,2501	1,2549	1,2568	1,2582
Cyfrplsat	0,4518	1,3132	1,3142	1,3121	1,3094	1,3038
Getin	1,1972	1,6144	1,5668	1,5382	1,5175	1,4899
GTC	1,3030	1,9418	1,9014	1,8769	1,8598	1,8377
KGHM	1,4924	1,9236	1,9273	1,9252	1,9212	1,9121
Lotos	1,3393	1,7405	1,7387	1,7366	1,7350	1,7328
PBG	0,6080	1,3090	1,2897	1,2788	1,2730	1,2693
PEKAO	1,5567	1,8562	1,8350	1,8201	1,8079	1,7868
PGNIG	0,8295	1,3080	1,2837	1,2724	1,2677	1,2664
PKNOrlen	1,4051	1,7439	1,7734	1,7890	1,7980	1,8071
PKOBP	1,3463	1,6633	1,6514	1,6440	1,6398	1,6365
Polimexms	1,1571	1,6891	1,6644	1,6479	1,6366	1,6230
TPSA	0,7006	1,3708	1,3835	1,3917	1,3980	1,4082
TVN	1,3266	1,9587	1,9285	1,9164	1,9124	1,9158
	$\beta(5)$	$\beta(6)$	$\beta(8)$	$\beta(10)$	$\beta(15)$	$\beta(20)$
Agora	2,0861	2,0894	2,0937	2,0959	2,0979	2,0992
Assecopol	1,2691	1,2667	1,2638	1,2621	1,2609	1,2617
Bioton	2,5014	2,4747	2,4216	2,3718	2,2751	2,2125
BRE	2,0764	2,0623	2,0395	2,0214	1,9872	1,9623*
BZWBK	1,9906	1,9861	1,9762	1,9659	1,9408	1,9191
Cersanit	2,0060	1,9965	1,9825	1,9722	1,9548	1,9436
CEZ	1,2595	1,2613	1,2659	1,2712	1,2863	1,3028
Cyfrplsat	1,2980	1,2919	1,2791	1,2665	1,2396	1,2193
Getin	1,4729	1,4619	1,4495	1,4435*	1,4387*	1,4381**
GTC	1,8245	1,8159	1,8064	1,8024	1,8028	1,8089
KGHM	1,9030	1,8945	1,8793	1,8667	1,8441	1,8299
Lotos	1,7307	1,7282	1,7225	1,7164	1,7036	1,6950
PBG	1,2702	1,2723	1,2761	1,2781	1,2776	1,2734
PEKAO	1,7681	1,7509	1,7197**	1,6920**	1,6356**	1,5922**
PGNIG	1,2687	1,2713	1,2742	1,2742	1,2666	1,2547
PKNOrlen	1,8103	1,8106	1,8071	1,8013	1,7854	1,7717
PKOBP	1,6350	1,6334	1,6284	1,6218	1,6050*	1,5907**
Polimexms	1,6156	1,6111	1,6058	1,6026	1,5989	1,5995
TPSA	1,4170	1,4249	1,4384	1,4499	1,4733	1,4927
TVN	1,9255	1,9370	1,9595	1,9793	2,0182	2,0466

Źródło: obliczenia własne

Tabela 2. Rankingi analizowanych spółek ze względu na wartości współczynników β i $\beta(v)$

Spółka	Pozycja w rankingu względem:					
	β	$\beta(1,5)$	$\beta(2)$	$\beta(2,5)$	$\beta(3)$	$\beta(4)$
Agora	8	17	17	18	18	18
Assecopol	5	2	4	4	4	4
Bioton	7	20	20	20	20	20
BRE	20	19	19	19	19	19
BZWBK	19	16	16	16	16	16
Cersanit	10	18	18	17	17	17
CEZ	1	1	1	1	1	1
Cyfrplsat	2	5	5	5	5	5
Getin	11	7	7	7	7	7
GTC	12	14	13	13	13	13
KGHM	17	13	14	15	15	14
Lotos	14	10	10	10	10	10
PBG	3	4	3	3	3	3
PEKAO	18	12	12	12	12	11
PGNIG	6	3	2	2	2	2
PKNOrlen	16	11	11	11	11	12
PKOBP	15	8	8	8	9	9
Polimexms	9	9	9	9	8	8
TPSA	4	6	6	6	6	6
TVN	13	15	15	14	14	15
	$\beta(5)$	$\beta(6)$	$\beta(8)$	$\beta(10)$	$\beta(15)$	$\beta(20)$
Agora	19	19	19	19	19	19
Assecopol	3	2	1	1	2	3
Bioton	20	20	20	20	20	20
BRE	18	18	18	18	17	17
BZWBK	16	16	16	15	15	15
Cersanit	17	17	17	16	16	16
CEZ	1	1	2	3	5	5
Cyfrplsat	5	5	5	2	1	1
Getin	7	7	7	6	6	6
GTC	13	13	12	13	13	13
KGHM	14	14	14	14	14	14
Lotos	10	10	11	11	11	11
PBG	4	4	4	5	4	4
PEKAO	11	11	10	10	10	9
PGNIG	2	3	3	4	3	2
PKNOrlen	12	12	13	12	12	12
PKOBP	9	9	9	9	9	8
Polimexms	8	8	8	8	8	10
TPSA	6	6	6	7	7	7
TVN	15	15	15	17	18	18

Źródło: obliczenia własne

Tabela 3. Wartości współczynnika τ Kendalla dla rankingów uzyskanych względem $\beta(\nu)$ oraz β

ν	$r\tau$
1,5	-0,3842
2	-0,3842
2,5	-0,3842
3	-0,3895
4	-0,3842
5	-0,3737
6	-0,3842
8	-0,3737
10	-0,3737
15	-0,3579
20	-0,3316

Źródło: obliczenia własne

Tabela 4. Wartości współczynnika τ Kendalla dla rankingów uzyskanych względem $\beta(\nu)$ przy różnych ν

ν	2	2,5	3	4	5	6	8	10	15	20
1,5	-0,8895	-0,8789	-0,8684	-0,8684	-0,8789	-0,8895	-0,8579	-0,8263	-0,7947	-0,7842
2		-0,9105	-0,9000	-0,9000	-0,8895	-0,8789	-0,8474	-0,8158	-0,7842	-0,7947
2,5			-0,9105	-0,8895	-0,8789	-0,8684	-0,8368	-0,7842	-0,7421	-0,7526
3				-0,9000	-0,8895	-0,8789	-0,8474	-0,7947	-0,7526	-0,7421
4					-0,9105	-0,9000	-0,8684	-0,8368	-0,8053	-0,7947
5						-0,9105	-0,8789	-0,8474	-0,8158	-0,8053
6							-0,8895	-0,8579	-0,8263	-0,7947
8								-0,8684	-0,8368	-0,8053
10									-0,8895	-0,8579
15										-0,8895

Źródło: obliczenia własne

ZAKOŃCZENIE

Współczynnik beta jest powszechnie stosowaną miarą ryzyka systematycznego. Istotnym elementem jest więc możliwie najlepsze szacowanie jego wartości. W pracy przedstawiliśmy estymator $\beta(\nu)$, który może być stosowany wówczas, gdy nie są spełnione założenia klasycznej metody najmniejszych kwadratów. Dodatkowo pozwala on uwzględnić poziom awersji do ryzyka. Jak pokazały badania zarówno wartości $\beta(\nu)$ oraz estymatora KMNK, jak i generowane przez nie rankingi akcji, różnią się istotnie.

LITERATURA

- Bey R.P., Howe K.M. (1984) Gini's Mean Difference and Portfolio Selection: An Empirical Evaluation, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 19, No. 3, 329 – 338.
- Dorfman R. (1978) A Formula for the Gini Coefficient, *The Review of Economics and Statistics*, 146 – 149.
- Gregory-Allen R.B., Shalit H. (1999) The Estimation of Systematic Risk under Differentiated Risk Aversion: A Mean-Extended Gini Approach, *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 12, 135 – 157.
- Haugen R.A. (1996) *Teoria nowoczesnego inwestowania*, WIG Press, Warszawa
- Kowalski J.M. (2006) *Podstawy statystyki opisowej dla ekonomistów*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Bankowej, Poznań.
- Majewska E. (2009) Analiza stabilności ryzyka funduszy inwestycyjnych mierzonego średnią różnicą Giniego, *Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego* 4(2), Sopot, str. 509 – 518.
- Majewska E. (2010) Ocena ryzyka funduszy inwestycyjnych z wykorzystaniem współczynnika Giniego, *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Karola Adamickiego w Katowicach*, str. 61 – 70.
- Shalit H., Yitzhaki S. (1984) Mean-Gini, *Portfolio Theory and the Pricing of Risky Assets*, *Journal of Finance* 39(5), 1449 – 1468.
- Shalit H., Yitzhaki S. (1989) Evaluating the Mean-Gini Approach to Portfolio Selection, *International Journal of Finance* 1(2), 15 – 31.
- Shalit H., Yitzhaki S. (2005) The Mean-Gini Efficient Frontier, *Journal of Financial Research*, 28, 59 – 75.
- Yitzhaki S. (1982) Stochastic Dominance, Mean-variance, and Gini's Mean Difference, *American Economic Review* 72(1), 178 – 185.
- Yitzhaki S. (1983) On an Extension of the Gini Inequality Index, *International Economic Review*, 24, 617 – 628.

Application of Gini coefficient to evaluation of systematic risk

Abstract: In the paper we present the application of Gini's mean difference and the extended Gini coefficient to evaluate systematic risk. We discuss the advantages arising from applying these measures to determine the beta coefficient. On the basis of selected shares quoted on the Warsaw Stock Exchange, we present results obtained by the classical least square method and by using the previously mentioned measures.

Key words: systematic risk, beta coefficient, Gini's mean difference, extended Gini coefficient

NIERÓWNOŚCI PŁACOWE KOBIET I MĘŻCZYŹN A STRUKTURA ZATRUDNIENIA W UNII EUROPEJSKIEJ

Aleksandra Matuszewska-Janica, Dorota Witkowska

Katedra Ekonometrii i Statystyki SGGW

e-mails: aleksandra_matuszewska@sggw.pl, dorota_witkowska@sggw.pl

Streszczenie: Jedną z podstawowych zasad Unii Europejskiej jest „równa płaca za równą pracę”. Jednakże z badań statystycznych wynika, że w krajach UE kobiety przeciętnie zarabiają o 18% mniej od mężczyzn. Celem badań jest zbadanie wpływu wybranych czynników na dysproporcje płacowe. W prezentowanym opracowaniu przedstawiono wstępną analizę danych, pochodzących ze *Structure of Earnings Survey*, dotyczących nierówności płacowych kobiet i mężczyzn i struktury zatrudnienia w UE według wieku.

Słowa kluczowe: rynek pracy, dysproporcje płacowe, Structure of Earnings Survey, Gender Pay Gap

WPROWADZENIE

Według szacunków Eurostatu w 2009 r. w krajach Unii Europejskiej kobiety zarabiały przeciętnie o 18% mniej od mężczyzn. Szacuje się też, że w ciągu ostatnich 15 lat dysproporcja płac nie zmniejszyła się, a w niektórych krajach nawet się pogłębiła. Niwelowanie nierówności na rynku pracy ze względu na płeć zostało uwzględnione w Europejskiej Strategii Zatrudnienia¹.

W celu prowadzenia bieżących analiz rynku pracy zwiększyło się zapotrzebowanie na - porównywalne dla wszystkich krajów Wspólnoty Europejskiej (WE) - dane. Dlatego Rada WE wydała rozporządzenie (nr 530/1999) dotyczące statystyk strukturalnych odnoszących się do zarobków i kosztów pracy. W dokumencie tym wskazano, że „...najlepszą metodą oceny sytuacji odnośnie do kosztów pracy

¹ Por. [Sawicka 2005], [The 1998 Employment Guidelines], w drugiej połowie 2010 r. Komisja Europejska zamierzała przedstawić nową strategię Unii Europejskiej (UE) na rzecz równości płci na lata 2010-2015.

i zarobków jest opracowywanie danych statystycznych Wspólnoty przy użyciu zharmonizowanych metod i definicji”. Rozporządzenie to dało początek realizowanemu od 2002 r. przez Eurostat projektowi: *Structure of Earnings Survey* (SES), który polega na prowadzeniu co 4 lata stosownych badań ankietowych². Część pozyskanych w ten sposób informacji jest dostępna nieodpłatnie w formie tzw. *Metadata*, pozostałe (w formie tzw. *Microdata*) można uzyskać za opłatą. W ramach SES zbierane są informacje dotyczące: (1) liczby zatrudnionych, (2) średnich płac ujęciu godzinowym, miesięcznym i rocznym, (3) średniej miesięcznej liczby opłaconych godzin pracy i (4) średniej w roku liczby dni wolnych od pracy.

Informacje statystyczne są grupowane według danych dotyczących pracodawców oraz pracowników³ (por. tab. A1 w Aneksie). Pracodawcy opisani są za pomocą takich cech jak: położenie geograficzne przedsiębiorstwa, jego wielkość mierzona liczbą zatrudnionych, branża w jakiej działa firma, forma własności i forma porozumienia płacowego. Informacje dotyczące pracowników to: płeć, wiek, wykształcenie, okres pracy, informacja o zatrudnieniu na cały lub część etatu i forma zatrudnienia. Oprócz krajów Wspólnoty Europejskiej zbierane są dane z Turcji, Norwegii i Islandii. Dla krajów WE konstruowane są też agregaty obejmujące cały obszar WE (27 krajów), część obszaru WE (25 krajów) oraz odpowiednio 16 i 13 krajów działających w ramach unii gospodarczo-walutowej.

Celem realizowanych badań jest analiza wpływu wybranych czynników (tj. branża, wiek, długość stażu pracy, zawód, itp.) na - występujące w krajach Unii Europejskiej - różnice płacowe kobiet i mężczyzn. W niniejszym opracowaniu przedstawiono wstępną analizę danych SES, w postaci *Metadata*, dotyczących nierówności płacowych i struktury zatrudnienia w UE według wieku.

NIERÓWNOŚCI PŁACOWE KOBIEI I MĘŻCZYŹN A STRUKTURA ZATRUDNIENIA WZGLĘDEM WIEKU

Miarą nierówności między płacami kobiet i mężczyzn jest tzw. *Gender Pay Gap* (GPG):

$$GPG = \frac{\overline{GHE}_M - \overline{GHE}_F}{\overline{GHE}_M} \cdot 100 = \left(1 - \frac{\overline{GHE}_F}{\overline{GHE}_M}\right) \cdot 100 \quad (1)$$

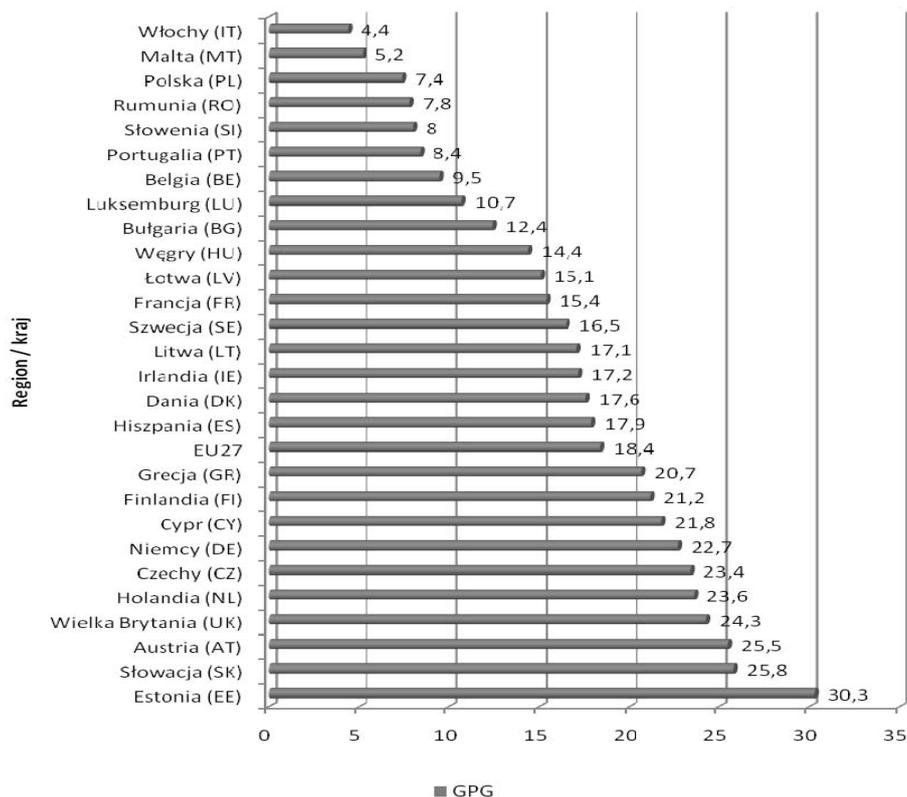
gdzie: \overline{GHE}_M , \overline{GHE}_F - przeciętne płace brutto za godzinę otrzymywane

² Zatem istniejące bazy danych obejmują lata 2002 i 2006. Badania w latach 2002 i 2006 poprzedziły rozporządzenia KWE nr 1916/2000 z dnia 8.09.2000 r. dla badania w 2002 r. i nr 1738/2005 z dnia 21.10.2005 r. dla badania z 2006 r.

³ Szczegóły dotyczące zbierania informacji zawarto w dokumentach *Structure of Earnings Survey 2002...* i *Structure of Earnings Survey 2006*.

odpowiednio przez mężczyzn i kobiety⁴.

Rysunek 1. Gender Pay Gap w krajach Unii Europejskiej (2006)



Źródło: opracowanie własne na podstawie informacji Eurostatu SES 2006

Na rys. 1. przedstawiono wartości wskaźnika *GPG* w 2006 r. dla całej Unii Europejskiej (EU27) oraz dla poszczególnych krajów członkowskich. Najmniejsze różnice w płacach kobiet i mężczyzn występują we Włoszech (4,4%), a największe w Estonii (30,3%). Wartości *GPG* poniżej 10%, oprócz Włoch, odnotowały również: Malta (5,2%), Polska (7,4%), Rumunia (7,8%), Słowenia (8,0%), Portugalia (8,4%) i Belgia (9,5%). Oprócz wymienionych krajów, nierówności płacowe

⁴ W bazie danych SES są dostępne informacje zarówno o przeciętnych płacach brutto za godzinę, jak też o stosunku przeciętnej płacy kobiet do przeciętnej płacy mężczyzn ($\overline{GHE}_F / \overline{GHE}_M$). Ważnym czynnikiem determinującym wysokość płacy jest zajmowane stanowisko (poziom zaszerogowania). W ogólnodostępnych danych SES są podawane informacje tylko o wykonywanym zawodzie (określonym wg klasyfikacji ISCO88). Pominiecie różnic stanowiskowych przy pomiarze *GPG* może stanowić poważną wadę tej miary.

mniejsze niż dla agregatu EU27 zaobserwowano w kolejnych dziesięciu, w tym w czterech państwach z grupy nowych członków (NM12).

Analizę struktury zatrudnienia wg płci i wieku przeprowadzono dla danych pochodzących z bazy SES2006, określonej jako *earn_ses06_03*. Ze względu na dostępność danych wzięto pod uwagę przedsiębiorstwa zatrudniające przynajmniej 10 pracowników (- przedsiębiorstwa „10+”).

W pierwszym etapie analizy wyznaczono wskaźniki struktury, opisujące procentowe udziały kobiet ($\%WF_{ij}$) i mężczyzn ($\%WM_{ij}$) w zatrudnieniu ogółem dla poszczególnych kategorii wiekowych:

$$\%WF_{ij} = \frac{NF_{ij}}{N_{ij}} \cdot 100 \quad (2)$$

$$\%WM_{ij} = \frac{NM_{ij}}{N_{ij}} \cdot 100 \quad (3)$$

gdzie dla każdego i -tego kraju i j -tej kategorii wiekowej: NF_{ij} – liczba zatrudnionych kobiet, NM_{ij} – liczba zatrudnionych mężczyzn, N_{ij} – ogólna liczba zatrudnionych: ($N_{ij} = NF_{ij} + NM_{ij}$), $j = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ są opisane w tab. A2 w aneksie.

Analizy przeprowadzono również dla różnic procentowych liczebności kobiet i mężczyzn w zatrudnieniu ogółem dla wyróżnionych przedziałów wieku:

$$R\%W_{ij} = \%WM_{ij} - \%WF_{ij} = \frac{NM_{ij} - NF_{ij}}{N_{ij}} \cdot 100 \quad (4)$$

Wartości różnic pomiędzy udziałami kobiet i mężczyzn przedstawiono w tab. 1 z podziałem na kraje oraz dla agregatów: EU27, EU15 (tworzących Wspólnotę Europejską przed rozszerzeniem - wiersze 2-16) oraz NM12 (tzw. nowych krajów członkowskich - wiersze 17 – 28). Zacieniono pola z ujemnymi wartościami $R\%W_{ij}$, które wskazują, że w danej kategorii wiekowej w konkretnym kraju zatrudnia się więcej kobiet niż mężczyzn oraz pogrubiono wartości $R\%W_{ij} < -10\%$ (co oznacza że zatrudnionych jest o ponad 10% więcej kobiet).

Analizując strukturę zatrudnienia wg wyróżnionych grup wiekowych zauważamy, że największa procentowa różnica między liczbą zatrudnionych mężczyzn i kobiet występuje na Malcie wśród najstarszych pracowników i wynosi niemal 74% ogółu zatrudnionych w tej grupie wiekowej. Grupa najstarszych pracowników charakteryzuje się tym, że we wszystkich krajach i agregatach jest w niej najwięcej mężczyzn spośród wszystkich analizowanych przedziałów wiekowych. Można to tłumaczyć dwiema przyczynami. Po pierwsze, różnicą wieku emerytalnego dla kobiet i mężczyzn, co sprawia, że kobiety wcześniej opuszczają rynek pracy. Po drugie, istniejącym w połowie ubiegłego wieku tradycyjnym modelem rodziny, w którym istniał wyraźny podział ról między kobietami i mężczyznami. Należy dodać, że dominacja mężczyzn wśród 60-letnich i starszych pra-

owników jest widoczna w krajach UE z wyjątkiem Finlandii, Szwecji, Estonii i Łotwy.

Natomiast w kategorii wiekowej Y40_49, liczba pracujących kobiet przewyższa liczbę mężczyzn dla największej liczby krajów. Może to wynikać z faktu, że w tym wieku kobiety powracają na rynek pracy po odchowaniu dzieci. Przy czym dotyczy to głównie nowych członków UE z wyjątkiem Czech, Cypru, Malty i Rumunii.

Tabela 1. Różnice w strukturze zatrudnienia kobiet i mężczyzn wg wieku $R\%W_{ij}$

<i>i</i>	Region / kraj	TOTAL	Y0_29	Y30_39	Y40_49	Y50_59	Y60_MAX
		$R\%W_{i0}$	$R\%W_{i1}$	$R\%W_{i2}$	$R\%W_{i3}$	$R\%W_{i4}$	$R\%W_{i5}$
1	EU27	8,07	6,12	9,27	6,16	9,45	22,06
2	Austria (AT)	21,13	19,03	20,92	18,80	29,22	41,15
3	Belgia (BE)	17,58	10,98	15,61	18,94	26,61	40,43
4	Niemcy (DE)	12,22	10,55	17,17	10,60	8,46	21,08
5	Dania (DK)	-2,54	-3,35	-1,74	-5,66	-4,09	22,11
6	Hiszpania (ES)	18,57	9,41	16,68	21,22	32,04	45,04
7	Finlandia (FI)	-4,64	2,63	1,22	-7,82	-12,17	-7,59
8	Francja (FR)	10,44	8,46	9,13	12,16	11,29	19,70
9	Grecja (GR)	14,80	1,10	8,08	20,26	35,14	63,54
10	Irlandia (IE)	-1,75	-11,61	3,01	2,59	2,02	5,82
11	Włochy (IT)	15,24	13,96	13,70	13,71	19,90	33,90
12	Luksemburg (LU)	28,87	18,17	27,41	34,03	44,35	33,94
13	Holandia (NL)	7,04	0,37	7,35	6,83	16,43	32,91
14	Portugalia (PT)	3,07	1,98	-1,83	4,37	11,89	11,04
15	Szwecja (SE)	-2,58	-0,01	2,40	-5,74	-6,06	-5,01
16	Wielka Brytania (UK)	-0,23	b.d	4,69	-2,63	-2,54	13,14
17	Bułgaria (BG)	2,01	8,15	-2,78	-5,91	2,17	57,75
18	Cypr (CY)	5,18	-0,07	-0,91	7,70	12,59	41,48
19	Czechy (CZ)	13,30	20,50	13,39	2,62	12,57	41,89
20	Estonia (EE)	-18,33	-7,61	-18,13	-27,11	-22,79	-7,27
21	Węgry (HU)	0,64	8,56	5,70	-7,75	-5,24	16,24
22	Litwa (LT)	-4,89	8,80	-8,74	-11,38	-9,38	8,75
23	Łotwa (LV)	-10,97	1,10	-12,02	-18,82	-16,79	-3,03
24	Malta (MT)	26,43	0,45	26,44	45,14	49,30	73,81
25	Polska (PL)	5,66	12,58	3,53	-5,85	14,95	44,92
26	Rumunia (RO)	7,57	7,11	4,28	4,42	16,69	53,56
27	Słowenia (SI)	7,00	16,03	3,43	-3,73	22,04	64,47
28	Słowacja (SK)	3,54	11,55	0,74	-7,70	9,87	40,77
29	EU15	8,73	7,56	10,58	8,42	9,63	19,78
30	NM12	5,17	11,39	3,60	-3,64	8,75	32,95

b.d. – brak danych

Źródło: obliczenia własne

Największą różnicę w strukturze zatrudnienia ogółem zaobserwowano w Luksemburgu, gdzie zatrudnionych jest niemal o 29% mężczyzn więcej niż kobiet; podobna sytuacja jest na Malcie ($R\%W_{ij} = 26\%$) i w Austrii ($R\%W_{ij} = 21\%$). Natomiast w wyróżnionych krajach Skandynawskich, gdzie w większości grup wiekowych $R\%W_{ij}$ jest ujemne, albo tradycyjny podział ról między małżonkami był „mniej obowiązujący”, albo populacja kobiet była wyraźnie większa niż męż-

czyn. Estonia jest jedynym krajem, w którym – niezależnie od wieku – pracuje więcej kobiet niż mężczyzn (dla ogółu zatrudnionych $R\%W_{ij} = -18,33\%$). Pomijając kategorie wiekowe, dominująca rola kobiet wśród pracowników widoczna jest również na Łotwie (-10,97%) i Litwie (-4,89%). W krajach EU15 wśród ogółu zatrudnionych jest więcej kobiet w Finlandii (o 4,64%), Szwecji (o 2,58%), Danii (o 2,54%), Irlandii (o 1,75%) i Wielkiej Brytanii (o 0,23%).

Pomijając wiek pracowników, łatwo zauważyć, że 10 spośród 12 krajów z grupy NM12 charakteryzuje się wartością wskaźnika $R\%W_{ij}$ mniejszą od agregatu EU27 (= 8,07). Nasuwa się zatem pytanie, czy struktura zatrudnienia kobiet i mężczyzn w grupie przedsiębiorstw „10+” jest różna w krajach „starej” Unii i w nowoprzyjętych do UE państwach. Przypuszczenie to zweryfikowano za pomocą testu niezależności χ^2 , w którym analizie poddano dwie dwudzielne cechy, które określają:

1. przynależność danego kraju do grupy krajów EU15 lub NM12,
2. strukturę zatrudnienia na podstawie wartości zmiennej $R\%W_{ij}$, większej lub mniejszej od $R\%W_{ij}$ agregatu EU27.

Wyniki testu dla wszystkich kategorii wiekowych pracowników przedstawiono w tab. 2. Hipotezę zerową, o niezależności zróżnicowania struktury zatrudnionych od kategorii kraju należącego do UE, odrzucono dla wariantu TOTAL oraz Y40_49. Innymi słowy, struktura zatrudnienia ogółem oraz wśród pracowników w wieku <40; 50) lat jest znacząco różna w krajach EU15 i NM12.

Tabela 2. Wyniki testu niezależności χ^2 dla różnic w strukturze zatrudnienia $R\%W_{ij}$ dla agregatów EU15 i NM12

Statystyka	TOTAL	Y0_29	Y30_39	Y40_49	Y50_59	Y60_MAX
χ^2	3,844	0,491	1,741	5,185	0,008	0,491
p_value	0,050	0,483	0,187	0,023	0,930	0,483

Źródło: obliczenia własne

Tabela 3. Wyniki testu t-Studenta o równości średnich dla struktury zatrudnienia $R\%W_{ij}$ w agregatach EU15 i NM12 oraz EU15 i NM10

		TOTAL	Y0_29	Y30_39	Y40_49	Y50_59	Y60_MAX
NM12	t	1,449	-0,442	2,130	2,051	1,002	-1,285
	p-value	0,080	0,331	0,022	0,025	0,163	0,105
NM10	t	2,239	-0,882	3,056	4,145	1,879	-0,811
	p-value	0,017	0,193	0,003	0,000	0,036	0,212

Źródło: obliczenia własne

Badając zróżnicowanie struktury zatrudnienia (tab. 3) między „starą” Unią i nowoprzyjętymi krajami, zauważa się istotne różnice w strukturze zatrudnienia w grupie pracowników w wieku 30 – 49 lat. Jeśli w analizach z grupy nowych

członków UE usunięte zostaną Cypr i Malta (oba kraje są słabe ekonomicznie i wyraźnie odstające od pozostałych krajów, które weszły do UE) i utworzy się grupę NM10, to istotne zróżnicowanie struktury zatrudnienia jest dodatkowo widoczne dla pracowników w wieku 50 – 59 lat oraz dla wszystkich pracowników.

Tabela 4. Wartości wskaźników *GPG* w poszczególnych kategoriach wiekowych

<i>i</i>	Region / kraj	TOTAL	Y0 29	Y30 39	Y40 49	Y50 59	Y60 MAX
1	EU27	18,4	3,1	17,5	23,8	21,6	23,2
2	Austria (AT)	25,5 ^a	13,3 ^a	24,7 ^a	29,4	31,3 ^a	41,2
3	Belgia (BE)	9,5	3,8	7,8	9,6	9,1	b.d.
4	Niemcy (DE)	22,7	6,5	19,8	26,3	28,3	29,4
5	Dania (DK)	17,6	10,3	19,2	20,5	18,6	17,0
6	Hiszpania (ES)	17,9	6,5	12,2	20,9	25,3	28,8
7	Finlandia (FI)	21,2	11,7	20,7	23	26,5	28,4
8	Francja (FR)	15,4	2,5	11,8	16,4	22,1	b.d.
9	Grecja (GR)	20,7	4,3	12,6	22,9	20,6	b.d.
10	Irlandia (IE)	17,2	6,1	10,3	20,1	27,2	21,7
11	Włochy (IT)	4,4 ^c	3,1	3,2 ^c	4,6 ^c	0,9 ^c	b.d.
12	Luksemburg (LU)	10,7	-1,1	b.d.	11,7	b.d.	b.d.
13	Holandia (NL)	23,6	5,4	19,2	29,5	30,9	b.d.
14	Portugalia (PT)	8,4	-1,9 ^c	8,8	12,3	2,9	26,1
15	Szwecja (SE)	16,5	8,3	16,1	19,9	19,2	18,9
16	Wielka Brytania (UK)	24,3	b.d.	22,9	31,9 ^a	28,7	b.d.
17	Bułgaria (BG)	12,4	5,3	18,4	14,7	11,3	0,6
18	Cypr (CY)	21,8	b.d.	18,7	23,0	26,6	b.d.
19	Czechy (CZ)	23,4	10,0	29,1	28,9	23,3	27
20	Estonia (EE)	30,3 ^b	26,0 ^b	36,0 ^b	31,6 ^b	27,4 ^b	27,7 ^b
21	Węgry (HU)	14,4	3,0	18,1	16,9	16,9	14,6
22	Litwa (LT)	17,1	17,1	20,2	16,0	17,7	13,2
23	Łotwa (LV)	15,1	14,6	19,2	13,3	15,2	10,9
24	Malta (MT)	5,2 ^d	-1,2 ^d	0,6 ^d	b.d.	-4,2 ^d	b.d.
25	Polska (PL)	7,4	3,6	10,5	8,2 ^d	6,5	14,2
26	Rumunia (RO)	7,8	3,2	10,7	9,4	-0,8	3,5
27	Słowenia (SI)	8,0	1,3	10,9	10,4	3,3	b.d.
28	Słowacja (SK)	25,8	17,2	32,7	28,9	22,4	19,3

b.d. – brak danych.

^a – wartość maksymalna *GPG* dla krajów EU15, ^b – wartość maksymalna *GPG* dla krajów NM12, ^c – wartość minimalna *GPG* dla krajów EU15, ^d – wartość minimalna *GPG* dla krajów NM12.

Źródło: obliczenia własne

Wartości wskaźników *Gender Pay Gap GPG* dla poszczególnych kategorii wiekowych zaprezentowano w tab. 4. Największe różnice w zarobkach kobiet i mężczyzn (na niekorzyść kobiet) odnotowano dla Estonii (30,3%), Słowacji (25,8%) oraz Austrii (25,5%). Biorąc pod uwagę poszczególne grupy wiekowe, najmniejsza wartość *GPG* występuje u pracowników w wieku poniżej 30 lat. Wynikać to może z dwóch przyczyn. Po pierwsze, najmłodsi pracownicy zaczynają dopiero karierę zawodową i bardzo często zarabiają znacznie mniej niż ich bardziej doświadczeni koledzy. W tym przypadku pracodawcy oferują niższe płace (często minimalne) z powodu braku doświadczenia. Zatem początkowo zarobki kobiet

i mężczyzn są zbliżone, a ich zróżnicowanie pojawia się w późniejszym okresie, kiedy pojawiają się obowiązki rodzinne. Po drugie, wchodzący na rynek pracy są pokoleniem wychowywanym w świadomości równych szans i płac niezależnie od płci. Innymi słowy można przypuszczać, że występuje większa świadomość pracowników, a realizowana polityka wyrównywania płac przynosi efekty. W tej kategorii wiekowej można też zauważyć niewielkie różnice w zarobkach na korzyść kobiet (ujemne *GPG*) dla Luksemburga, Portugalii i Malty, przy czym w Luksemburgu zatrudnionych jest mniej kobiet niż mężczyzn w tym samym wieku.

W większości krajów *GPG* zwiększa się wraz z przechodzeniem do wyższej grupy wiekowej. Jest to widoczne w tab. 5, w której przedstawiono obliczone dla *GPG* średnie arytmetyczne, odchylenia standardowe oraz wartości statystyk testowych. Na podstawie testu (t-Studenta) o równości dwóch średnich stwierdzono, że średnia z grupy wiekowej Y0_29 istotnie odbiega od średniej *GPG* dla kategorii TOTAL. W celu oceny zróżnicowania *GPG* w poszczególnych grupach wiekowych (w odniesieniu do kategorii TOTAL) przeprowadzono test równości dwóch wariancji, dla statystyki testowej F-Fishera. Na poziomie istotności 0,05 nie było podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej w każdym z analizowanych przypadków.

Tabela 5. Średnia i odchylenie standardowe dla *GPG* w poszczególnych kategoriach wiekowych. Wyniki testu równości dwóch średnich i dwóch wariancji

Statystyka	TOTAL	Y0_29	Y30_39	Y40_49	Y50_59	Y60_MAX
średnia	16,456	7,156	16,708	19,242	17,585	20,147
odchylenie stand.	6,951	6,493	8,189	7,831	10,475	9,956
t	---	4,879	-0,119	-1,345	-0,455	-1,413
p value	---	0,000	0,453	0,092	0,325	0,082
F	---	1,146	1,591	1,094	1,790	1,107
p value	---	0,370	0,123	0,410	0,074	0,397

Źródło: obliczenia własne

Tabela 6. Wyniki testu t-Studenta o równości średnich dysproporcji płacowych *GPG* dla agregatów EU15 i NM12 oraz EU15 i NM10

		TOTAL	Y0_29	Y30_39	Y40_49	Y50_59	Y60_MAX
NM12	t	0,472	-1,320	-1,168	0,508	1,739	2,872
	p-value	0,320	0,100	0,127	0,308	0,047	0,006
NM10	t	0,302	-1,736	-1,778	0,627	1,631	2,872
	p-value	0,383	0,048	0,045	0,268	0,059	0,006

Źródło: obliczenia własne

Różnice płac kobiet i mężczyzn (tab. 6) w krajach EU15 NM12 są istotne jedynie wśród najstarszych pracowników, aczkolwiek w przypadku krajów postkomunistycznych zróżnicowanie wśród pracowników w wieku do 40 lat jest istotnie mniejsze niż w EU15.

W celu zweryfikowania hipotezy o istnieniu zależności między wielkością *GPG* a strukturą zatrudnienia kobiet i mężczyzn⁵ wyznaczono współczynniki korelacji liniowej Pearsona i przeprowadzono test istotności tych współczynników. Badanie realizowano dla całej populacji oraz dla wyróżnionych grup wieku, a wyniki przedstawiono w tab. 7. Uzyskane rezultaty wskazują, że na poziomie istotności 0,05 istnieje liniowa i ujemna zależność między wskaźnikami dla kategorii TOTAL, Y30_39 oraz Y50_59. Można zatem wnioskować, że struktura zatrudnienia kobiet i mężczyzn (mierzona przez $R\%W_{ij}$) ujemnie wpływa na wielkość *GPG*, czyli im więcej kobiet pracuje w danej kategorii wiekowej, tym większe *GPG*.⁶

Tabela 7. Współczynniki korelacji oraz wyniki testu istotności współczynnika korelacji dla zmiennych $R\%W_{ij}$ oraz *GPG*

	TOTAL	Y0_29	Y30_39	Y40_49	Y50_59	Y60_MAX
ρ	-0,345	-0,217	-0,447	-0,160	-0,344	-0,220
statystyka t	-1,841	-1,091	-2,446	-0,794	-1,834	-0,873
p_value	0,039	0,143	0,011	0,218	0,039	0,198

Źródło: obliczenia własne

PODSUMOWANIE

Przedstawione w artykule wyniki badań pilotażowych, przeprowadzonych na podstawie *Structure of Earnings Survey* z 2006 r., potwierdziły występowanie istotnych różnic w strukturze zatrudnienia kobiet i mężczyzn między krajami „starej” Unii i państwami nowoprzyjętymi. Zróżnicowanie to widoczne jest niemal dla wszystkich kategorii wiekowych, kiedy w porównaniach uwzględnia się kraje z grupy NM10. Wykazano również, że poziom zróżnicowania płac kobiet i mężczyzn jest odmienny dla różnych grup wiekowych. W krajach postkomunistycznych, w porównaniu z krajami UE15, istnieją mniejsze dysproporcje płacowe w grupie pracowników w wieku do 40 lat. Stwierdzono również występowanie ujemnej korelacji między strukturą zatrudnienia i dysproporcją w zarobkach, tzn. im więcej kobiet pracuje w danej kategorii wiekowej, tym kobiety zarabiają mniej od mężczyzn.

LITERATURA

Fernández-Avilés G., Montero J.M., Witkowska D. (2010) Gender Wage Gap in EU States. Application of Taxonomic and Spatial Methods, w: Witkowska D., Nermend K. (red.),

⁵ Taką hipotezę sformułowano na podstawie badań empirycznych prowadzone dla poszczególnych branż (por. [Fernández-Avilés, Montero, Witkowska 2010]).

⁶ Wniosek taki wypływa z definicji $R\%W_{ij}$ (4), wg której mniejsze $R\%W_{ij}$ oznacza mniejszą różnicę między liczbą zatrudnionych mężczyzn i kobiet.

- Regional Analysis: Globalization, Integration, Transformation, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, s. 71 -95.
- Rozporządzenie Komisji (WE) nr 1738/2005 z dnia 21 października 2005 r. zmieniające rozporządzenie (WE) nr 1916/2000 w odniesieniu do definicji i przekazania informacji o strukturze zarobków.
- Rozporządzenie Komisji Wspólnoty Europejskiej nr 1916/2000 z dnia 8 września 2000 r. w sprawie wykonania rozporządzenia Rady (WE) nr 530/1999 dotyczącego statystyk strukturalnych odnoszących się do zarobków i kosztów pracy w odniesieniu do definicji i przekazania informacji o strukturze zarobków.
- Rozporządzenie Rady Wspólnoty Europejskiej nr 530/1999 z dnia 9 marca 1999 r. dotyczącego statystyk strukturalnych odnoszących się do zarobków i kosztów pracy.
- Sawicka J. (2005) Rola kobiet w aktywizacji i wielofunkcyjnym rozwoju obszarów wiejskich, Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Structure of Earnings Survey 2002. Eurostat's arrangements for implementing the Council Regulation 530/1999 and the Commission Regulation 1916/2000.
- Structure of Earnings Survey 2006. Eurostat's arrangements for implementing the Council Regulation 530/1999, the Commission Regulation 1916/2000 and 1738/2005.
- The 1998 Employment Guidelines. Council Resolution of 15 December 2007. Document drawn up on the basis of Council document no. 13200/97.

Earning inequality between men and women versus structure of employment in European Union

Abstract: "Equal pay for equal work" is one of the fundamental principles of the European Union. However, statistical surveys show that in EU countries women earn on average 18% less than men. The aim of research is to identify factors that influence payment disparities in EU member states. In the paper we present preliminary investigation of data collected for the Structure of Earnings Survey concerning structure of employment and so-called *Gender Pay Gap*.

Key words: labor market, wages differences, Structure of Earning Survey, Gender Pay Gap

Aneks

Tabela A1. Cechy według których grupowane są informacje zbierane w ramach SES oraz z ich kodami i liczbą wariantów

LP	CECHA	KOD CECHY	Liczba wariantów SES 2002	Liczba wariantów SES 2006
1	kraj	GEO	33	34
2	branża	NACE	23	22
3	wielkość przedsiębiorstwa	SIZECLAS	6	6 lub 2
4	porozumienie płacowe	CAPAYAGR	9	9
5	forma własności przedsiębiorstwa	OWNER	3	3
6	płeć	SEX	3	3
7	wiek	AGE	7	7
8	poziom wykształcenia	ISCED97	6	8
9	stanowisko zatrudnienia	ISCO88	13	14
10	okres zatrudnienia	DURATION	8	9
11	rodzaj zatrudnienia	TYPE CON	5	5
12	forma zatrudnienia cały etat/część etatu	FT_PT	2	2

Źródło: pracowanie własne na podstawie informacji Eurostatu

Tabela A2. Warianty cechy AGE w bazie danych SES 2006

<i>j</i>	Warianty cechy	Symbol wariantu cechy
1	poniżej 30 roku życia	Y0 29
2	wiek <30;40)	Y30 39
3	wiek <40;50)	Y40 49
4	wiek <50;60)	Y50 59
5	60 lat i więcej	Y60 MAX
0	wszystkie obserwacje z zakresu (wszystkie kategorie wiekowe razem)	TOTAL

Źródło: opracowanie własne na podstawie informacji Eurostatu

OCENA ZRÓŻNICOWANIA POZIOMU ŻYCIA MIESZKAŃCÓW WOJEWÓDZTWA PODKARPACKIEGO

Aldona Migala-Warchol

Katedra Metod Ilościowych w Ekonomii
Wyższa Szkoła Informatyki i Zarządzania w Rzeszowie
e-mail: amigala@wsiz.rzeszow.pl

Streszczenie: Przedmiotem badań jest ocena zróżnicowania poziomu życia mieszkańców województwa podkarpackiego. Wyniki badań uzyskano dzięki danym pobranym z Banku Danych Regionalnych Głównego Urzędu Statystycznego oraz Rocznika Statystycznego Województw 2006. W artykule zostanie zaprezentowany syntetyczny miernik poziomu życia – jego obliczenie pozwoli na uporządkowanie powiatów województwa podkarpackiego według badanego aspektu jakim jest poziom życia jego mieszkańców, a następnie na ocenę zróżnicowania analizowanej zmiennej.

Słowa kluczowe: poziom życia, determinanty poziomu życia, zróżnicowanie poziomu życia, województwo podkarpackie

WPROWADZENIE

Analizę definicji poziomu życia należy rozpocząć od definicji sformułowanej przez komisję ekspertów ONZ¹ w 1954 roku, która otrzymała następujące brzmienie: „pojęcie poziomu życia obejmuje całokształt rzeczywistych warunków życia ludzi oraz stopień ich materialnego i kulturalnego zaspokojenia potrzeb poprzez strumień dóbr i usług odpłatnych, a także pochodzących z funduszy społecznych.” Definicja poziomu życia przedstawiona przez komisję ekspertów ONZ była i jest do tej pory podstawą wielu innych definicji tego pojęcia. Tak na przykład Z. Żekoński² poziom życia określa jako „całokształt warunków, w jakich żyje społeczeństwo, grupa społeczno-zawodowa,

¹ J. Piasny, *Problem jakości życia ludności oraz źródła i mierniki ich określania*, Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny, 2, 1993, str. 74.

² Por. Z. Żekoński, *Z problemów metodologicznych sformułowania społeczno-bytowych celów rozwoju*, Gospodarka Planowa, 1974, nr 6.

gospodarstwo domowe lub jednostka, wyrażających się przede wszystkim w udogodnieniach dotyczących procesu zaspokojenia potrzeb indywidualnych i zbiorowych.”

T. Słaby³ wskazuje, że „poziom życia definiowany jako stopień zaspokojenia potrzeb materialnych odnosi się do podstawowych – w hierarchii – potrzeb życia człowieka (potrzeb fizjologicznych).”

C. Bywalec⁴ podaje następującą definicję poziomu życia: „poziom życia jest to stopień zaspokojenia potrzeb ludzkich wynikający z konsumpcji dóbr materialnych i usług”. Powyższa definicja została rozszerzona przez C. Bywalca i S. Wydymusa⁵ w następujący sposób: „poziom życia – stopień zaspokojenia potrzeb ludności wynikający z konsumpcji wytworzonych przez człowieka dóbr materialnych i usług oraz wykorzystania walorów środowiska naturalnego i społecznego.” Natomiast J. Piasny⁶ o poziomie życia napisał, że „poziom życia jest pojęciem, którym określa się, najogólniej biorąc, jakość warunków egzystencji w sensie stopnia zaspokojenia ważniejszych potrzeb, urządzenia się, wygody i przyjemności życia.”

Poziom życia jest więc pojęciem uwarunkowanym przez szereg różnych cech. W pracy uwzględniono następujące determinanty poziomu życia: praca, zdrowie, warunki mieszkaniowe, transport, edukacja, czas wolny i ochrona środowiska. Powyższe determinanty zostały wyróżnione na podstawie analizowanej literatury, a także własnych przemyśleń Autorki.

Pierwszą wyróżnioną determinantą poziomu życia jest praca. Według J. Bugiela⁷ praca jest jedną z najważniejszych funkcji społecznych człowieka. Zdaniem D. Lubera⁸ praca jest jednym z podstawowych wymiarów ludzkiej egzystencji, poprzez który człowiek urzeczywistnia swoje wartości osobowe; staje się lepszym, duchowo dojrzałym, bardziej odpowiedzialnym. Reasumując praca odgrywa bardzo istotną rolę w życiu człowieka.

Drugą z wymienionych determinant poziomu życia jest zdrowie. Zdrowie określa się jako stan dobrego samopoczucia fizycznego, psychicznego i społecznego (Raport „Zdrowie dla wszystkich w roku 2000”). Definicja ta nie oznacza więc tylko braku choroby lub niepełnosprawności, ale także zdolność do pełnienia ról społecznych, umiejętność adaptacji, czyli przystosowywania się do

³ T. Słaby, *Poziom życia, jakość życia*, Wiadomości Statystyczne, 1990, nr 6, str. 8.

⁴ C. Bywalec, *Wzrost gospodarczy a przemiany poziomu życia społeczeństwa polskiego w latach 1945-1980*, wyd. AE w Krakowie, Zeszyt Naukowy nr 70, Kraków 1986, str. 36.

⁵ Por. C. Bywalec, S. Wydymus, *Poziom życia ludności Polski w porównaniu z krajami Europejskiej Wspólnoty Gospodarczej*, Ekonomista, nr 5-6, 1992.

⁶ J. Piasny, *Problem jakości życia ludności oraz źródła i mierniki ich określania*, Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny, 1993, z. 2, str. 74.

⁷ J. Bugiel (red.), *Socjologia i psychologia pracy*, PWN, Warszawa 1987, str. 10.

⁸ D. Luber, *Aksjologiczne aspekty pracy w ujęciu Jana Pawła II* [w:] Czapka M. (red.) *Psychospołeczne i pedagogiczne uwarunkowania pracy*, Wyższa Szkoła Ekonomii i Administracji w Bytomiu, Bytom 2005, str. 12.

zmiennych warunków środowiska oraz jak najskuteczniejszego radzenia sobie z tymi zmianami.⁹

Warunki mieszkaniowe są kolejną z podstawowych determinant poziomu życia. Wskazują przede wszystkim na pozycję materialną jednostki. Odpowiednie miejsce zamieszkania wpływa nie tylko na poziom życia, ale niejednokrotnie jest kwestią godnego życia. Dom jest bowiem miejscem odpoczynku i fizycznej regeneracji.¹⁰

Transport jako kolejna cecha wpływająca na poziom życia jest nie tylko bardzo istotną gałęzią gospodarki narodowej niemal każdego kraju, ale jest on również jednym z najistotniejszych czynników rozwoju gospodarczego. Tworzenie coraz sprawniejszego systemu transportowego oraz zapewnienie mu możliwości stałego rozwoju i doskonalenia jego form i zasad funkcjonowania, jest stymulatorem rozwoju społecznego i ekonomicznego państwa.¹¹ Powyższe stwierdzenie uzasadnia jak ważną gałęzią jest transport nie tylko dla całego państwa, ale także dla poszczególnych województw.

Edukacja jako proces społeczny wiąże się z człowiekiem od początków jego istnienia. Definicja tego procesu wywodzi się od łacińskiego słowa *educatio*, które oznacza wychowanie, kształcenie.¹² Według J. Grodzickiego¹³ edukacja tworzy wiedzę, kwalifikacje, wartości i postawy. Jest ona niezbędna do utrzymania porządku obywatelskiego, poczucia jedności narodowej, utrzymywania wzrostu gospodarczego czy redukcji obszarów biedy. Edukacja jest nierozłącznie związana z kulturą, jest głównym instrumentem rozwoju cywilizacji.

Pojęcie „budżet czasu” pojawiło się po raz pierwszy w XVIII wieku i było określone jako rozkład wydatków własnego zasobu czasu.¹⁴ Czas wolny jako kategoria badawcza pojawił się natomiast na początku lat 60-tych minionego stulecia i stanowił integralną część badań budżetów czasu. T. Słaby¹⁵ definiuje czas wolny jako tę część budżetu czasu, w której różne czynności są wykonywane dobrowolnie. Natomiast B. Jung¹⁶ wymienia kilka podejść definicyjnych czasu

⁹ V. Tuszyńska-Bogucka, J. Bogucki (red.), *Styl życia a zdrowie: wybrane zagadnienia*, "Czelej", Lublin 2005, str. 1.

¹⁰ *Quality of life in Europe, First European Quality of Life Survey 2003*, European Foundation for the Improvement of Living and Working Conditions, Luxembourg 2004, str. 15.

¹¹ J. Łacny, *Bezpieczeństwo w transporcie drogowym w świetle międzynarodowych i unijnych regulacji prawnych*, materiały z konferencji Logitrans 2006.

¹² I. Klóska, H. Howaniec, *Edukacja a rynek lokalny na przykładzie miasta Bielsko-Biała* [w:] D. Czakon, J. Kosmala, M.S. Szczepański (red.), *Polska szkoła: edukacja a rozwój lokalny i regionalny*, Wydaw. "Śląsk", Częstochowa – Katowice, 2001, str. 114.

¹³ J. Grodzicki, *Edukacja czynnikiem rozwoju gospodarczego*, wyd. A. Marszałek, Toruń 2000, str. 5

¹⁴ T. Słaby, *Czas wolny wskaźnikiem rozwoju społecznego*, Zeszyty Naukowe WSHiP, Warszawa 1999, str. 42.

¹⁵ T. Słaby, *Czas wolny w świetle badania budżetu czasu* [w:] *Budżet czasu ludności 1996*, Studia i Analizy Statystyczne GUS, 1998, str. 67.

¹⁶ B. Jung, *O czasie wolnym. Kultura i rekreacja w procesach rozwoju społeczno-ekonomicznego*, Monografie i Opracowania SGPiS, nr 241, 1987, str. 10.

wolnego m. in. ujęcie psychologiczno-subiektywne, w którym czas wolny oznacza czynność odczuwaną psychologicznie jako przyjemną.

Ostatnim z wyróżnionych czynników, który ma wpływ na poziom życia jest środowisko. Środowisko naturalne należy uznać za nieodłączny czynnik decydujący o poziomie życia społeczeństwa. Poziom życia bowiem to nie tylko ilość spożywanej żywności i posiadanych trwałych dóbr konsumpcyjnych, ale także czyste powietrze, nieskażone wody, uroki krajobrazu itp.¹⁷

SYNTETYCZNY MIERNIK POZIOMU ŻYCIA

W tej części artykułu zostanie przedstawiona procedura utworzenia syntetycznego miernika poziomu życia mieszkańców województwa podkarpackiego. Został on zbudowany z danych pobranych z Bazy Danych Regionalnych Głównego Urzędu Statystycznego, a także z Rocznika Statystycznego Województw 2006. W przypadku braku danych dla roku 2006 do badania zostały wykorzystane dane z 2005 roku lub wcześniejszych. Jeśli dane dotyczą innego roku niż rok 2006 zostało to zasygnalizowane w nawiasach.

Do analizy poziomu życia w województwie podkarpackim wybrano 57 zmiennych charakteryzujących wyodrębnione grupy, nazwane dalej determinantami poziomu życia:

- I. Rynek pracy, dochody, wynagrodzenia,**
- II. Ochrona zdrowia,**
- III. Warunki mieszkaniowe,**
- IV. Transport,**
- V. Edukacja,**
- VI. Kultura, czas wolny,**
- VII. Ochrona środowiska.**

Następnie zmienne zostały poddane selekcji ze względu na wartość współczynnika zmienności. Ze zbioru zmiennych usunięto te, dla których spełniona została nierówność:

$$V_j \leq 10\% \quad (1)$$

gdzie V_j oznacza współczynnik zmienności dla j -tej zmiennej. Zmienne spełniające powyższą nierówność uznano jako quasi-stałe, nie wnoszące znaczących informacji o badanym zjawisku. Z podstawowego zbioru 57 zmiennych usunięto 10 następujących zmiennych:

1. Przeciętne miesięczne wynagrodzenie brutto ogółem w złotych ($V = 6,87\%$),
2. Przeciętna liczba osób na 1 mieszkanie ogółem ($V = 8,86\%$),
3. Przeciętna powierzchnia użytkowa mieszkania w m² na 1 osobę ($V = 4,40\%$),
4. Przeciętna liczba izb w 1 mieszkaniu ($V = 5,45\%$),

¹⁷ E. Łustacz, *Problemy konsumpcji w aspekcie ochrony środowiska* [w:] tenże (red.), *Ochrona środowiska*, Warszawa 1979, str. 65.

5. Mieszkania wyposażone w ustęp splukiwany w % ogółu mieszkań zamieszkałych ($V = 8,61\%$),
6. Mieszkania wyposażone w łazienki w % ogółu mieszkań zamieszkałych ($V = 7,27\%$),
7. Mieszkania wyposażone w wodociąg w % ogółu mieszkań zamieszkałych ($V = 4,07\%$),
8. Liczba dzieci w przedszkolach (bez specjalnych) na 1 nauczyciela ($V = 6,51\%$),
9. Liczba dzieci w przedszkolach (bez specjalnych) na 100 miejsc ($V = 6,44\%$),
10. Liczba uczniów na 1 nauczyciela w szkołach podstawowych ($V = 7,99\%$).

Spośród pozostałych zmiennych charakteryzujących wyodrębnione grupy dokonano wyboru reprezentantów tych grup. W tym celu wykorzystano metodę parametryczną Z. Hellwiga, w której główną rolę odgrywają macierze korelacji wyznaczone dla zmiennych należących do poszczególnych grup.

Wyznaczone macierze korelacji umożliwiły podział wszystkich zmiennych na grupy składające się ze zmiennych centralnych wraz ze zmiennymi satelitarnymi oraz tzw. zmienne izolowane (por. E. Nowak 1990). Na podstawie przeprowadzonych obliczeń otrzymano wartości progowe dla każdej z analizowanych grup zmiennych korzystając ze wzoru:

$$r^* = \min_i \max_j |r_{ij}| \quad (i, j = 1, \dots, k; i \neq j) \quad (2)$$

Wyniki przeprowadzonych badań zostały zaprezentowane w tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki wyboru zmiennych za pomocą parametrycznej metody Z. Hellwiga

Determinanty poziomu życia	Wartość progowa	Zmienne centralne	Zmienne izolowane	Ogólna liczba zmiennych	Liczba zmiennych wybranych
Rynek pracy, dochody, wynagrodzenia	0.3	X_{12}	X_{14}	8	2
Ochrona zdrowia	0.26	X_{26}	X_{21}, X_{23}	12	3
Warunki mieszkaniowe	0.43	X_{33}	X_{38}	9	2
Transport	0.06	X_{43}	X_{42}	3	2
Edukacja	0.26	X_{55}	X_{51}	6	2
Kultura, czas wolny	0.22	X_{62}, X_{69}	X_{67}	9	3
Ochrona środowiska	0.17	X_{71}, X_{72}, X_{74}	X_{79}	10	4

Źródło: opracowanie własne

Jako finalny zbiór zmiennych diagnostycznych, stanowiący podstawę do prowadzenia dalszych badań empirycznych, przyjęto następujący zestaw 18 zmiennych:

- X_{12} - Liczba pracujących ogółem na 1000 osób,
 X_{14} - Liczba pracowników zatrudnionych w warunkach zagrożenia na 1000 osób zatrudnionych,
 X_{21} - Śmiertelność niemowląt na 1000 urodzeń żywych,
 X_{23} - Liczba zgonów w wieku 1-59 lat na 10 tys. osób,
 X_{26} - Liczba lekarzy na 10 tys. osób (2005),
 X_{33} - Liczba mieszkań oddanych do użytku na 1000 zawartych małżeństw ogółem,
 X_{38} - Mieszkania wyposażone w urządzenia techniczno-sanitarne gaz sieciowy w % ogółu mieszkań zamieszkałych,
 X_{42} - Liczba samochodów osobowych zarejestrowanych na 1000 mieszkańców (2002),
 X_{43} - Trasy komunikacyjne autobusowe na 100 km² w km,
 X_{51} - Liczba dzieci w przedszkolach (bez specjalnych) na 1000 dzieci w wieku 3 - 6 lat,
 X_{55} - Wskaźnik skolaryzacji netto uczniów szkół ponadpodstawowych dla młodzieży liceów ogólnokształcących w % młodzieży w wieku 17 - 19 lat,
 X_{62} - Liczba czytelników w ciągu roku na 1000 osób,
 X_{67} - Liczba zwiedzających muzea i oddziały w ciągu roku na 1000 osób,
 X_{69} - Korzystający z noclegów w turystycznych obiektach zbiorowego zakwaterowania na 1000 ludności,
 X_{71} - Emisja zanieczyszczeń pyłowych w tonach na 1 km²,
 X_{72} - Emisja zanieczyszczeń gazowych w tonach na 1 km²,
 X_{74} - Powierzchnia terenów zieleni osiedlowej w % powierzchni ogółem (2005),
 X_{79} - Udział odpadów składowanych w ilości odpadów wytworzonych w ciągu roku.

Budowa syntetycznej miary rozwoju wymaga podziału zbioru zmiennych diagnostycznych na stymulanty i destymulanty. Do zbioru stymulant zostały zaliczone następujące zmienne:

$$S: \{X_{12}, X_{26}, X_{33}, X_{38}, X_{42}, X_{43}, X_{51}, X_{55}, X_{62}, X_{67}, X_{69}, X_{74}\},$$

Natomiast zbiór destymulant jest następujący:

$$D: \{X_{14}, X_{21}, X_{23}, X_{71}, X_{72}, X_{79}\}.$$

Przekształcenia destymulant w stymulanty dokonano według następującego wzoru:

$$x_{ij}^{\{S\}} = \max_i x_{ij}^{\{D\}} - x_{ij}^{\{D\}} \quad (3)$$

symbolem S oznaczono stymulantę, natomiast symbolem D destymulantę.

Następnie po dokonaniu przekształcenia destymulant na stymulanty zastosowano normalizację zmiennych według następującego wzoru:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_i \{x_{ij}\}} \quad (i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m) \quad (4)$$

gdzie:

z_{ij} – znormalizowana wartość j -tej zmiennej dla i -tego powiatu,

n – liczba powiatów,

m – liczba zmiennych.

Syntetyczny miernik poziomu życia obliczono według następującego wzoru:

$$z_i = \sum_{q=1}^r w_q z_{iq}, \quad (i = 1, \dots, n; q = 1, \dots, r) \quad (5)$$

gdzie:

z_{iq} – wartość zmiennej syntetycznej dla i -tego powiatu obliczona w oparciu o zmienne należące do q -tej determinanty,

w_q – wagi nadane poszczególnym determinantom za pomocą metody „ekspertów”,

r – liczba determinant.

Natomiast mierniki poziomu życia według wyodrębnionych determinant obliczono korzystając z poniższego wzoru:

$$z_{iq} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m z_{ij}, \quad (i = 1, \dots, n; q = 1, \dots, r; j = 1, \dots, m) \quad (6)$$

Wagi, które nadano poszczególnym determinantom otrzymano za pomocą metody „ekspertów”. Poproszono 30 losowo wybranych osób o nadanie wag poszczególnym determinantom poziomu życia, gdyż założono, iż każdy człowiek jest ekspertem w kwestiach związanych z obiektywnymi aspektami życia. Wyniki, które otrzymano przedstawia tabela 2.

Tabela 2. Wagi przyznane metodą „ekspertów” dla determinant poziomu życia

Determinanty poziomu życia	Wagi
Ochrona zdrowia	0,27
Rynek pracy, dochody, wynagrodzenia	0,20
Warunki mieszkaniowe	0,16
Edukacja	0,11
Kultura, czas wolny	0,11
Transport	0,08
Ochrona środowiska	0,07

Źródło: opracowanie własne

Dzięki zastosowaniu omówionej metody dokonano hierarchizacji powiatów według syntetycznego miernika poziomu życia, która została przedstawiona w tabeli 3 zamieszczonej na kolejnej stronie.

PODSUMOWANIE

Przedmiotem badań była ocena zróżnicowania poziomu życia mieszkańców województwa podkarpackiego. Z przeprowadzonych analiz otrzymano, iż najwyższym poziomem życia charakteryzują się powiaty grodzkie: Rzeszów i Krosno, ze względu na fakt, iż są to miasta najbardziej rozwinięte w całym województwie, poza tym Rzeszów jako stolica województwa jest miastem najbardziej rozbudowanym pod względem urbanizacyjnym. W następnej kolejności znajdują się Przemyśl i Tarnobrzeg. Cztery pierwsze miejsca w zaprezentowanym rankingu zajęły zatem powiaty grodzkie. Z uzyskanych badań wynika również, iż zróżnicowanie poziomu życia w województwie jest wysokie (otrzymana wartość współczynnika zmienności wynosi 24,94%). Wyższym poziomem życia charakteryzują się powiaty w północno-zachodniej i południowej części województwa. Natomiast niższym powiaty w środkowej i wschodniej części badanego regionu (wyłączając powiaty grodzkie). Na uwagę zasługuje również fakt, iż 36% powiatów cechuje się niskim, a aż 48% bardzo niskim poziomem życia.

Tabela 3. Hierarchizacja powiatów województwa podkarpackiego według wartości syntetycznego miernika poziomu życia

Lp.	Powiat	Syntetyczny miernik poziomu życia	Lp.	Powiat	Syntetyczny miernik poziomu życia
1	Rzeszów	0,81	14	strzyżowski	0,42
2	Krosno	0,71	15	ropczyko-sędziszowski	0,41
3	Przemyśl	0,56	16	bieszczadzki	0,39
4	Tarnobrzeg	0,55	17	krośnieński	0,39
5	mielecki	0,48	18	rzeszowski	0,39
6	leżajski	0,46	19	jasielski	0,38
7	stalowowolski	0,45	20	brzozowski	0,37
8	leski	0,45	21	lubaczowski	0,36
9	tarnobrzegi	0,45	22	nizański	0,36
10	kolbuszowski	0,45	23	jarosławski	0,36
11	dębicki	0,45	24	przeworski	0,34
12	łańcucki	0,44	25	przemyski	0,32
13	sanocki	0,43			

Źródło: opracowanie własne

LITERATURA

- Bogucki J. (red.), Tuszyńska-Bogucka V. (2005), Styl życia a zdrowie: wybrane zagadnienia, "Czelej", Lublin.
- Bugiel J. i in. (1987), Socjologia i psychologia pracy, PWN, Warszawa.
- Bywalec C. (1986), Wzrost gospodarczy a przemiany poziomu życia społeczeństwa polskiego w latach 1945-1980, wyd. AE w Krakowie, Zeszyt Naukowy nr 70, Kraków.
- Bywalec C., Wydymus S. (1992), Poziom życia ludności Polski w porównaniu z krajami Europejskiej Wspólnoty Gospodarczej, Ekonomista, nr 5-6.
- Dobosz M. (2004), Wspomagana komputerowo statystyczna analiza wyników badań, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa.
- Grodzicki J. (2000), Edukacja czynnikiem rozwoju gospodarczego, wyd. A. Marszałek, Toruń.
- Jung B. (1987), O czasie wolnym. Kultura i rekreacja w procesach rozwoju społeczno-ekonomicznego, Monografie i Opracowania SGPiS, nr 241.
- Kłóska I., Howaniec H. (2001), Edukacja a rynek lokalny na przykładzie miasta Bielsko-Biała [w:] Czakon D., Kosmala J., Szczepański M.S. (red.), Polska szkoła: edukacja a rozwój lokalny i regionalny, Wydaw. "Śląsk", Częstochowa – Katowice.
- Luber D. (2005), Aksjologiczne aspekty pracy w ujęciu Jana Pawła II [w:] Czapka M. (red.) Psychospołeczne i pedagogiczne uwarunkowania pracy, Wyższa Szkoła Ekonomii i Administracji w Bytomiu, Bytom.
- Lacny J. (2006), Bezpieczeństwo w transporcie drogowym w świetle międzynarodowych i unijnych regulacji prawnych, materiały z konferencji Logitrans.
- Lustacz E. (1979), Problemy konsumpcji w aspekcie ochrony środowiska [w:] tenże (red.), Ochrona środowiska, Warszawa 1979.
- Piasny J. (1993), Problem jakości życia ludności oraz źródła i mierniki ich określania, Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny, 2.
- Quality of life in Europe, First European Quality of Life Survey 2003, European Foundation for the Improvement of Living and Working Conditions, Luxembourg 2004.
- Słaby T. (1990), Poziom życia, jakość życia, Wiadomości Statystyczne, nr 6.
- Słaby T. (1998), Czas wolny w świetle badania budżetu czasu [w:] Budżet czasu ludności 1996, Studia i Analizy Statystyczne GUS.
- Słaby T. (1999), Czas wolny wskaźnikiem rozwoju społecznego, Zeszyty Naukowe WSHiP, Warszawa.
- Zeliaś A. i in. (2000), Taksonomiczna analiza przestrzennego zróżnicowania poziomu życia w Polsce w ujęciu dynamicznym, Wyd. Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Zeliaś A. i in. (2004), Poziom życia w Polsce i krajach Unii Europejskiej, PWE, Warszawa.
- Żekoński Z. (1974), Z problemów metodologicznych sformułowania społeczno-bytowych celów rozwoju, Gospodarka Planowa, nr 6.

Level of living diversification in Podkarpackie Voivodeship

Abstract: The main subject of researches is the evaluation of level of living diversification in Podkarpackie Voivodeship. Findings were obtained owing

to data from the Regional Data Bank of the Central Statistical Office and the Statistical Yearbook of the Regions - Poland 2006. Synthetic level of living indicator will be presented. The calculation of this indicator will let to put the administrative districts in Podkarpackie Voivodeship in order. Showing the obtaining results will let to evaluate the diversification of level of living in Podkarpackie Voivodeship.

Key words: level of living, level of living determinants, level of living diversification, Podkarpackie Voivodeship

ANALIZA PORÓWNAWCZA METOD WIELOKRYTERIALNYCH W OCENIE AUDIENCJI SERWISÓW INTERNETOWYCH

Marta Szarafińska

Uniwersytet Szczeciński

e-mail: marta.sz@wp.pl

Luiza Fabisiak

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny

e-mail: luiza.fabisiak@gmail.com

Streszczenie: W artykule podjęto problem związany z oceną oraz określeniem właściwego metodycznego podejścia do wyboru metod w audencji serwisów internetowych. Jako podstawę do zdefiniowania zbioru kryteriów posłużono się danymi wydobytymi bezpośrednio ze stron internetowych. Klasyfikację serwisów dokonano ze względu na największą oglądalność (audiencję), która została potwierdzona badaniami internetowymi. Podłoże metodyczne oceny stanowi zastosowanie metod wielokryterialnych w kontekście przedstawionych problemów. Dla zweryfikowania poprawności otrzymanych wyników wykorzystano metodę AHP oraz TOPSIS, jednocześnie wskazując na komplementarność powyższych rozwiązań. Uniwersalność metody AHP została potwierdzona poprzez wykorzystanie obliczeń wektorów preferencji oraz wartości funkcji użyteczności, które kolejno dały podstawę do weryfikacji wyników oceny z zastosowaniem metody Topsis. Całość kończą wnioski z przeprowadzonych badań.

Słowa kluczowe: audycja (oglądalność) serwisów internetowych, metody wielokryterialnego podejmowania decyzji, AHP, TOPSIS

WPROWADZENIE

Internet jako najdynamiczniej rozwijające się medium, stale zwiększa swój zasięg stając się jednym z najważniejszych kanałów marketingowych. W sieci coraz większe znaczenie odgrywa ocena audycji serwisów internetowych. W krajach rozwijających się wzrost liczby osób korzystających z Internetu liczy się w setkach procentów. Redagowanie serwisów internetowych (ang. *webmastering*)

jest sztuką projektowania i realizacji konstrukcji (witryn, stron, prezentacji, dokumentów) mających wartości użytkowe. Rozwiązania internetowe bazują na najnowszych technologiach. Gromadzenie bardzo dużej ilości danych na stronach WWW spowodowało konieczność budowy systemów automatycznego wnioskowania, które zrealizowane w systemach eksperckich mogłyby wyręczyć człowieka przy analizowaniu informacji potrzebnych do podejmowania decyzji.

Celem artykułu jest ocena audyencji serwisów internetowych za pomocą użycia istniejących metod wspomaganie decyzji. Zastosowanie wielokryterialnych metod MCDM (*ang. Multi Criteria Decision Making*) w serwisach internetowych opiera się na koncepcji stworzenia w sposób jawny bądź ukryty superdecydena, w którym sumują się indywidualne użyteczności (*ang. utilities*) poszczególnych stron. Pozwala to na implementowanie zarówno funkcji doradczej jak i mediacyjnej. Problem oceny użyteczności serwisów internetowych jest szczególnie złożony z uwagi na ilość i nieporównywalność kryteriów oceny. Podjęcie odpowiedniej decyzji wymaga wsparcia odpowiednich metod badawczych. Metodologia wielokryterialnego wspomaganie decyzji stosowana jest w sytuacjach, gdy rozwiązanie problemu podjęcia ostatecznej decyzji zależy od wielu kryteriów [Chen S.J., Hwang C.L. 1992].

UWARUNKOWANIA FORMALNEJ OCEN WIELOKRYTERIALNEGO PROBLEMU DECYZYJNEGO (MCDM) W AUDIENCJI SERWISÓW INTERNETOWYCH.

Jednym z ważniejszych problemów decyzyjnych dotyczących oceny audyencji serwisów internetowych jest określenie obiektywnych a przy tym mogących mieć uniwersalne zastosowanie zbioru kryteriów poddanych ocenie. Podstawą do tworzenia stron WWW, jest przyjęcie takiego zbioru, który uzależniony jest od konkretnego scenariusza rozwiązań. Wobec powyższego należy zaproponować metodę oceny, która byłaby oparta na kryteriach o charakterze ilościowym.

W tym kontekście, analizie zostały poddane funkcjonalne i użyteczne wydobyte ze zbiorów dane serwisów internetowych obejmujące perspektywy: czasu, liczby użytkowników, zasięgu jak również liczby odsłon. Mimo istnienia różnorodnych metod wspomaganie decyzji, dylematem pozostaje nadal dobór odpowiedniego zestawu narzędzi wybranych indywidualnie na potrzeby badanego zjawiska. W praktyce istnieje wiele metod prezentujących różne podejścia do rozwiązań problemów decyzyjnych. Techniki agregacji wielu kryteriów stosowane w metodach MCDM (*ang. Multi Criteria Decision Making*) zgrupowane są w trzy następujące modele technik agregacji [Murata T. 1989]:

- relacyjna, oparta na relacji przewyższania,
- forma funkcyjna, oparta na funkcji użyteczności,

- forma symboliczna, oparta na regułach decyzyjnych [Lexer, M., Vakic, H. 2007].

W niniejszym opracowaniu zdecydowano się wykorzystać metody: AHP oraz TOPSIS. Zaproponowana przez T.L. Saaty'ego [Saaty, T.L.1996] metoda analizy hierarchicznej problemu AHP (*ang. Analytic Hierarchy Process*) pozwala zarówno na kwantyfikację ilościową problemu poprzez konstrukcję hierarchicznego usytuowania cząstkowych zależności i powiązań reprezentujących dany problem decyzyjny. Ponadto pozwala określić związki między ostatecznym celem, kryteriami wybór oraz alternatywami w sposób jawnie określony i zdefiniowany w procesie podjęcia decyzji [Mamaghani F. 2002]. Proponowaną procedurę przedstawiono na przykładzie serwisów internetowych. W tym celu zastosowano wyżej wymienione rozwiązania, na podstawie przeprowadzonych badań, w których wyniki przedstawiono w niniejszej pracy.

Badaniom poddana została grupa serwisów internetowych o najlepszej oglądalności według badań przedstawionych przez *Megaplanet PBI/Gemus*. Klasyfikacja serwisów internetowych wyróżniła następujące kryteria oceny (K_i): K_1 - serwisy korporacyjne, K_2 - serwisy rozrywkowe, K_3 - serwisy edukacyjne, K_4 - serwisy komercyjne, K_5 - serwisy tematyczne:praca, K_6 - serwisy informacyjne, K_7 - serwisy reklamowe, K_8 - serwisy tematyczne:mapy/lokalizatory, K_9 -serwisy społecznościowe.

W praktyce sklasyfikowano wszystkie czynniki mające wpływ na bieżącą i przyszłą pozycję serwisów internetowych. Zidentyfikowano cztery warianty wyboru (W_j):

W_1 - liczba internautów, którzy dokonali przynajmniej jednej odsłony na wybranej witrynie w danym miesiącu,

W_2 - liczba odsłon wygenerowanych przez wybraną grupę docelową na danych witrynach,

W_3 - zasięg liczby użytkowników,

W_4 - czas pobierania strony, tzw. odpowiedź systemu [Hand D.i.in 2006].

Tabela 1 i 2 przedstawia zestawienie wektorów preferencji oraz lokalnych wag dla wybranych serwisów internetowych, uzyskanych za pomocą metody AHP.

Tabela 1. Wektory preferencji kryteriów

kryteria	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9
wektor preferencji	0,191	0,198	0,190	0,198	0,195	0,202	0,198	0,191	0,197

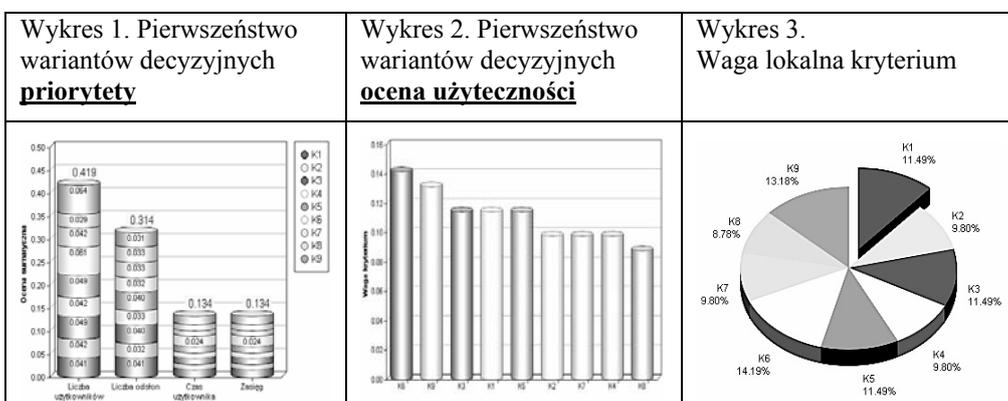
Źródło: opracowanie własne

Tabela 2. Zestawienie lokalnych wag preferencji

kryteria warianty	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	K ₉	wagi
W ₁	0,25	0,24	0,24	0,24	0,24	0,34	0,24	0,25	0,28	0,26
W ₂	0,29	0,34	0,28	0,34	0,32	0,24	0,34	0,29	0,36	0,31
W ₃	0,29	0,24	0,32	0,24	0,28	0,17	0,24	0,29	0,23	0,26
W ₄	0,18	0,17	0,16	0,17	0,16	0,24	0,17	0,18	0,12	0,17

Źródło: opracowanie własne

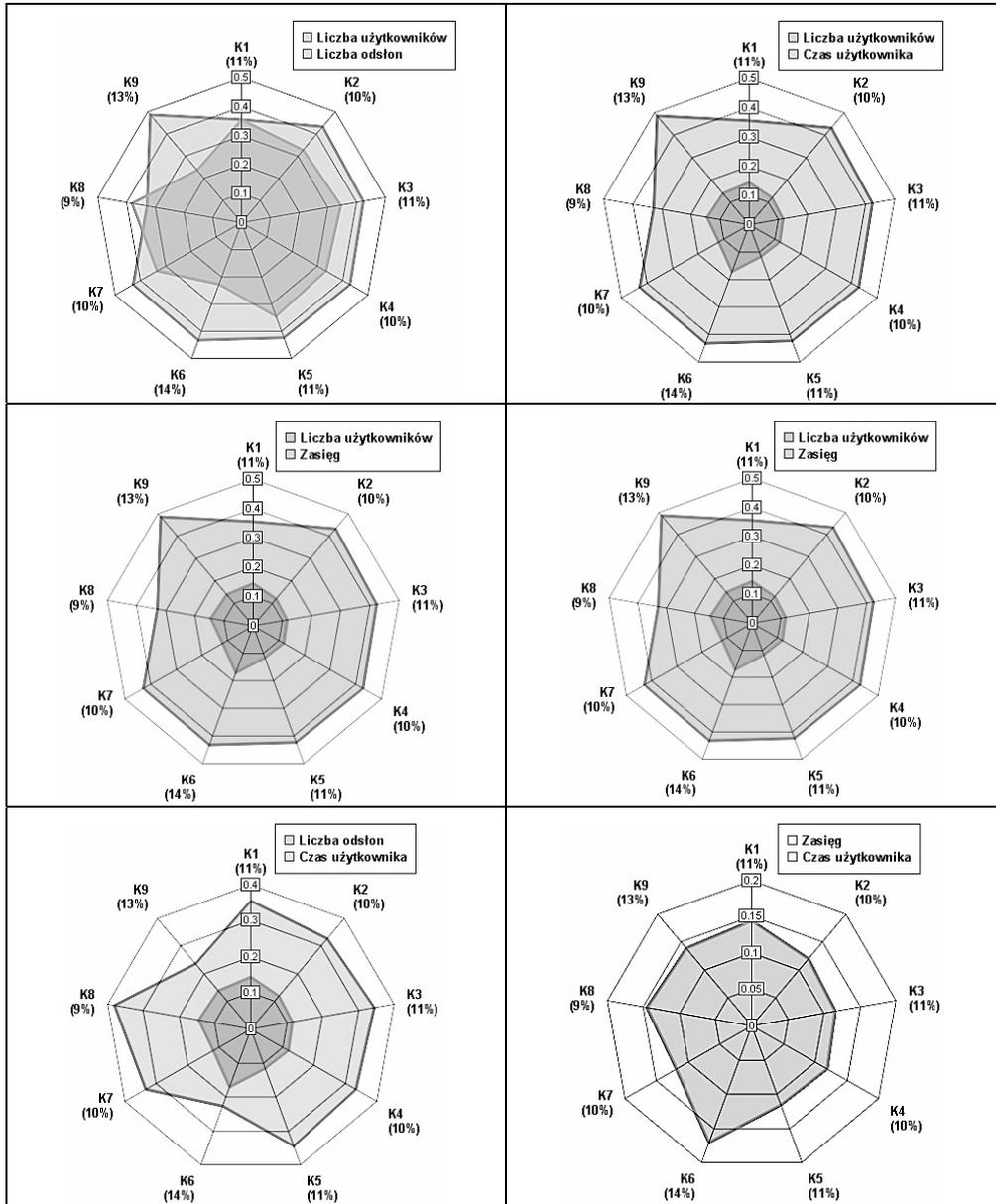
Dla celów kolejnych analiz wyznaczono ważność wybranych alternatywnych wariantów strategii serwisów internetowych. Znormalizowano wektor priorytetów, co pozwoliło na opracowanie ilościowej reprezentacji oraz ranking stron WWW. Wyniki badań przedstawiono na wykresie 1, 2, 3.



Źródło: opracowanie własne

Przez agregację ocen w ramach rekomendacji użytkowników serwisów internetowych dokonano uogólnienia wyników (Tabela 2). Oceny końcowe wyznaczone dla kryteriów oraz ich wagi zostały przedstawione na Wykresie 4.

Wykres 4. Ukazanie czynników wybranych kryteriów za pomocą pierwszeństwa wag



Źródło: opracowanie własne

Mimo iż, metoda AHP jest często stosowana do rozwiązania problemów decyzyjnych z uwagi na jej prostotę oraz łatwość zastosowania, niepozbawiona jest pewnych ograniczeń metodycznych [Kabierz J i.in 2006]. Ponadto metoda AHP

jest odpowiednia do ustalenia wag w procesie oceny kryteriów, które mogą posłużyć do dalszych analiz. Zasadne jest, zatem, zweryfikowanie otrzymanych wyników za pomocą innej metody wielokryterialnej.

METODA TOPSIS

TOPSIS (ang. *Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution*) to metoda wielokryterialnego wspomaganie decyzji zaproponowana przez Chen'ga oraz Hwan'ga [Chen S.J., Hwang C.L. 1992] oraz rozwinięta przez Hwang'a i Yoon'ga [Hwang C.L., Yoon K. 1981]. Podstawowe założenia metody to identyfikacja najlepszego rozwiązania spośród skończonego zbioru rozwiązań. Punktem wyjścia do pozyskania rozwiązań decyzyjnych jest zbudowanie podobnie jak w przypadku metody AHP macierzy decyzyjnej. W tym celu skorzystano z wcześniejszych obliczeń (Tabela. 2), ponadto wykorzystano również wektory preferencji w obrębie każdego kryterium (Tabela 1). Wyniki obliczeń uzyskane zgodnie z algorytmem postępowania według procedury obliczeniowej metody TOPSIS [Jahanshahloo G.R i.in 2006] przedstawiają Tabele 3, 4, 5, 6, 7. Końcowy rezultat wyników uszeregowania względnych bliskości wariantów decyzyjnych do rozwiązania idealnego przedstawia Tabela 8. Natomiast końcowy ranking rozwiązań powstałych w skutek obliczeń według metody TOPSIS został zawarty w Tabeli 9.

Tabela 3. Znormalizowana macierz decyzyjna

<i>l.p.</i>	K₁	K₂	K₃	K₄	K₅	K₆	K₇	K₈	K₉
kryterium 1	0,316	0,311	0,313	0,311	0,313	0,435	0,311	0,316	0,355
kryterium 2	0,307	0,362	0,298	0,362	0,336	0,258	0,362	0,307	0,388
kryterium 3	0,371	0,312	0,406	0,312	0,36	0,223	0,312	0,371	0,3
kryterium 4	0,334	0,33	0,302	0,33	0,302	0,462	0,33	0,334	0,236

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4. Znormalizowana macierz decyzyjna z uwzględnieniem wag poszczególnych kryteriów

<i>l.p.</i>	K₁	K₂	K₃	K₄	K₅	K₆	K₇	K₈	K₉
kryterium 1	0,092	0,091	0,091	0,091	0,091	0,127	0,091	0,092	0,104
kryterium 2	0,077	0,091	0,075	0,091	0,084	0,065	0,091	0,077	0,097
kryterium 3	0,037	0,032	0,041	0,032	0,036	0,023	0,032	0,037	0,03
kryterium 4	0,034	0,033	0,031	0,033	0,031	0,047	0,033	0,034	0,024

Źródło: opracowanie własne

Tabela 5. Rozwiązania idealne oraz anty-idealne

	kryterium 1	kryterium 2	kryterium 3	kryterium 4
v*	0,127	0,097	0,041	0,047
v-	0,091	0,065	0,023	0,024

Źródło: opracowanie własne

Tabela 6. Odległości alternatyw do rozwiązania idealnego (S^+) i anty-idealnego (S^-) oraz względne bliskości alternatyw do rozwiązania idealnego (C^+)

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9
S^+	0,042	0,040	0,045	0,040	0,041	0,037	0,040	0,042	0,034
S^-	0,022	0,029	0,022	0,029	0,025	0,043	0,029	0,022	0,036
C^+	0,338	0,419	0,328	0,419	0,374	0,535	0,419	0,338	0,510

Źródło: opracowanie własne

Tabela 7. Ranking wariantów decyzyjnych (według metody Topsis)

warianty decyzyjne		C^+	ranking
K_1	s.korporacyjne	0,338	5
K_2	s.rozrywkowe	0,419	3
K_3	s.edukacyjne	0,328	6
K_4	s.komercyjne	0,419	3
K_5	s.tematyczne: praca	0,374	4
K_6	s.informacyjny	0,535	1
K_7	s.reklamowe	0,419	3
K_8	s.tematyczne mapy i lokalizatory	0,338	5
K_9	s.społecznościowe	0,510	2

Źródło: opracowanie własne

Na podstawie otrzymanych wyników należy stwierdzić, że rozwiązaniem najlepszym według metody TOPSIS jest wariant K_6 - czyli serwisy informacyjne. Serwisy te uzyskały najlepszą wartość, która wyniosła 0,535 (C^+), a tym samym największą popularność wśród użytkowników Internetu. Równorzędne wartości uzyskały serwisy reklamowe, komercyjne oraz rozrywkowe - 0,419 (C^+). Wnioskując można stwierdzić, iż mają one taką samą oglądalność oraz ze względu na podobną tematykę, mogłoby stanowić jedną grupę – jeden wariant decyzyjny. Zdecydowanie mniejsze wartości względnych bliskości do rozwiązania idealnego uzyskały serwisy tematyczne: praca- 0,374 (C^+), korporacyjne oraz tematyczne mapy i lokalizatory - 0,338 (C^+). Najbliższe do rozwiązania anty-idealnego oraz najmniej popularne okazały się serwisy edukacyjne - 0,328 (C^+).

PORÓWNANIE OSTATECZNYCH WYNIKÓW OCENY SERWISÓW INTERNETOWYCH

W przeprowadzonym eksperymencie badawczym pozyskano ranking oceny audiencji serwisów internetowych. Uzyskane wyniki stanowią podstawę do analizy porównawczej zastosowanych w niniejszym opracowaniu metod AHP i TOPSIS. Zestawienie otrzymanych wyników przedstawia Tabela 9.

Tabela 9. Końcowe zestawienie wyników oraz ranking

warianty decyzyjne		TOPSIS C ⁺	ranking (TOPSIS)	AHP	ranking (AHP)
K ₁	s.korporacyjne	0,338	5	0,191	5
K ₂	s.rozrywkowe	0,419	3	0,198	2
K ₃	s.edukacyjne	0,328	6	0,190	6
K ₄	s.komercyjne	0,419	3	0,198	2
K ₅	s.tematyczne: praca	0,374	4	0,195	4
K ₆	s.informacyjny	0,535	1	0,202	1
K ₇	s.reklamowe	0,419	3	0,198	2
K ₈	s.tematyczne mapy i lokalizatory	0,338	5	0,191	5
K ₉	s.spółecznościowe	0,510	2	0,197	3

Źródło: opracowanie własne

Porównanie końcowego zbioru rozwiązań wskazuje jednoznacznie, iż mimo zastosowania dwóch odmiennych metodologicznie metod oceny audyencji serwisów internetowych wyniki są zbieżne. Zarówno metoda AHP jak i TOPSIS wykazały, że najbardziej preferowane strony WWW przez użytkowników to serwisy informacyjne. Serwisy te uzyskały pierwsze miejsce w rankingu. Najgorzej ocenionymi względem wybranych kryteriów zostały serwisy edukacyjne, które uzyskały najgorsze wyniki. Wnioskując można wskazać, że serwisy te zyskały najmniejszą popularność względem rozważanego problemu oceny audyencji serwisów internetowych. Dzięki zastosowaniu metod wielokryterialnego wspomaganie decyzji uzyskano końcowe zestawienie wyników oraz rankingi wariantów decyzyjnych.

PODSUMOWANIE

Zastosowanie metod AHP i TOPSIS posłużyły do dokonania agregacji wszystkich kryteriów oceny, co pozwoliło na uszeregowanie wariantów decyzyjnych w rankingu najlepszych serwisów internetowych. Wykorzystana metoda pozwoliła na łatwe powiązanie wyników badań z określeniem wartości preferencji porównywalnych wariantów według kryteriów oceny. Uogólniając należy wskazać, że zaprezentowane rozwiązanie może stanowić efektywne narzędzie stosowane w ocenie audyencji serwisów internetowych. Mogą być one zastosowane w planowaniu strategicznym przy poszukiwaniu rozwiązań, które zapewniają jak najlepsze wykorzystanie dostępnych zasobów oraz stanowić podstawę do oceny serwisów internetowych z punktu widzenia osiągniętych efektów.

Na koniec należy podkreślić, iż kryteria oceny przedstawione w niniejszej pracy nie wyczerpują w pełni zbioru potencjalnych czynników wpływających na audyencję analizowanych serwisów. Kolejnym ograniczeniem jest reprezentacja

danych ilościowych oraz lingwistycznej skali opisu zaproponowana, przez Satty'ego. Zarówno metoda AHP jak i TOPSIS umożliwiają reprezentację liczby rozmytych z uwzględnieniem grupowości ocen. Kwestię tą można by było wdrożyć w ramach metody AHP poprzez dodanie dodatkowego poziomu w drzewie decyzyjnym. W związku z tym, należy wskazać na możliwość przeprowadzenia dalszych badań, rozszerzonych o wspomniane zagadnienia.

LITERATURA

- Chen S.J., Hwang C.L. (1992): *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer, Berlin.
- Fabisiak L. (2009): "Eksploracja danych w serwisach internetowych", "Metody Informatyki Stosowanej" III/2009 Tom 20.
- Fabisiak L., Wolski W. (2010): "Metody analizy wielokryterialnej w ocenie użyteczności serwisów internetowych", *Materiały Polskiego Stowarzyszenia Zarządzania Wiedzą*".
- Hand D., Mannila H., Smith P. (2006): *Eksploracja danych*, WNT, Warszawa.
- Hwang C.L., Yoon K. (1981): *Multiple Attribute Decision Making Methods and Applications* Springer, Berlin Heidelberg.
- Jahanshahloo G.R., Hosseinzadeh Lotfia F., Izadikhah M. (2006): Extension of the TOSIS method for decision-making problems with fuzzy data, Department of Math, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran 14515-775, Iran, Department of Math, Islamic Azad University, Arak, Iran. (dostęp online: 5.06.2006).
- Kabierz J., Turek M., Drzewiecki J, Makówka J.(2006): Ocena innowacyjności technologii eksploatacji węgla kamiennego metoda AHP.(dostęp online: 2006).
- Lexer, M., Vakic, H. (2007): *Multiple Criteria Decision Making in Natural Resource Management*, Lecture Notes, Universität für Bodenkultur, Wien.
- Mamaghani F. (2002): *Evaluation and selection of an antivirus and content filtering software*, St. John Fisher College, New York.
- Murata T. (1989): *Petri nets: properties, analysis and applications*, Proc. IEEE 77(4).
- Saaty, T.L. (1996): *Multicriteria Decision Making*, RWA Publications, Pittsburgh, PA.
- Szarafińska M., Wątróbski J. (2009): „Zastosowanie metod wielokryterialnych do oceny technik modelowania procesów biznesowych – BPM”, *Strategie zarządzania e-biznesem w przedsiębiorstwach*.

Comparative analysis of selected multi-criteria method in the evaluation of the audience of websites

Abstract: The paper is focuses on a proper methodical appraisal to selection of method in internet services audience. The set of presented criteria has been evaluate from the internet source directly. The classification of alternative was executed as regard on the largest ratings, which was confirmed on internet investigations. The problem of estimate the websites utility is complex because of the quantity as well as the incomparable of criteria

collection. Methodical appraisal is the use of multi- criteria analyses methods in context of introduced problems. To verifying the results of estimate the method of AHP and Topsis was used, showing the complementariness of above mentioned solutions at once. Behind the assistance of pairwise comparison method has been defining the individual preference and utility of selected criterion which has been perform in further evaluation. Conclusion from the research conducted ends the study.

Key words: audience of internet services, Multi-Criteria Decision Making (MCDM), AHP, TOPSIS

ZACHŁANNOŚĆ INWESTORÓW A ZMIANY CEN AKCJI SPÓŁEK NOTOWANYCH NA GIEŁDZIE PAPIERÓW WARTOŚCIOWYCH W WARSZAWIE

Krzysztof Szlichciński

Collegium Mazovia Innowacyjna Szkoła Wyższa w Siedlcach
e-mail: krzysztof.szlichcinski@pekao.com.pl lub kszlichcinski@o2.pl

Streszczenie: W artykule zaprezentowano wskaźnik wczesnego ostrzegania o powstawaniu tzw. bąbla spekulacyjnego w związku z nadmiernymi oczekiwaniami inwestorów w odniesieniu do wzrostu cen akcji na giełdzie papierów wartościowych. Jeżeli zaprezentowany wskaźnik przekroczy poziom 100 punktów, to rośnie prawdopodobieństwo, że osiągnięty poziom ceny danych akcji stanowi efekt tzw. bąbla spekulacyjnego. Istotna jest również informacja odnośnie do liczby spółek pozwalająca na obliczenie skumulowanego wskaźnika zachłanności dla całej giełdy.

Słowa kluczowe: bańka spekulacyjna, zmienność cen akcji na giełdzie papierów wartościowych

WPROWADZENIE

W tzw. literaturze przedmiotu można znaleźć opinie, że zmienność cen akcji spółek giełdowych w niewielkim stopniu zależy od czynników otoczenia makroekonomicznego. Na przykład dość szeroko znane jest stwierdzenie Roberta F. Engla, laureata nagrody Nobla z 2003 roku, że dwadzieścia pięć lat badań zmienności cen akcji doprowadziło go do wniosku, iż otoczenie makroekonomiczne odgrywa bardzo małą rolę w zmienności cen papierów wartościowych¹. Interesujące są poszukiwania czynników, które mogą decydować o zwiększonej podatności jednych spółek na wahania cen akcji i równocześnie o relatywnie większej odporności innych. Całkiem trafne analizy tzw. bąbli spekulacyjnych zostały sporządzone przez takich autorów jak Christophe Boucher²

¹ David, Veronesi 2009 oraz Engle, Rangel 2006.

² Boucher 2004 i 2006.

oraz Roberta Novy-Marxa³. Ze względu na ograniczoną liczbę danych dla większości spółek w zasadzie nie jest możliwe w miarę precyzyjne oszacowanie współzależności pomiędzy zmiennymi analizowanymi zwykle w odniesieniu do spółek publicznych.

W prezentowanym opracowaniu podjęta została próba sprawdzenia czy czynnik sentymentu inwestorów odgrywał istotną rolę i wpływał na przebieg zmienności cen akcji na GPW. Istotna jest również odpowiedź na pytanie czy decyzje inwestorów były podejmowane w oderwaniu od analizy fundamentalnej, czy może podstawowe znaczenie dla zmian kapitalizacji giełdowej badanych podmiotów miały osiągnięte przez nie wyniki.

Proponujemy trzy nowe wskaźniki:

1. oczekiwań (zachłanności) inwestorów – mający dać syntetyczny obraz przewartościowania akcji spółki na giełdzie i stanowiący iloczyn stosowanych powszechnie wskaźników cena akcji do zysku i cena akcji do wartości księgowej:

$$WZ = C/Z * C/WK, \quad (1)$$

gdzie:

WZ – współczynnik zachłanności (nadmiernych oczekiwań) inwestorów,

C/Z – wartość kapitalizacji do zysku danej spółki,

C/WK – wartość kapitalizacji do wartości księgowej danej spółki.

Na podstawie obserwacji cen akcji spółek na GPW w Warszawie, można przyjąć, że przekroczenie przez ten wskaźnik poziomu 100 punktów może świadczyć o istotnym zagrożeniu wystąpienia bąbla spekulacyjnego dla analizowanej spółki;

2. produktywności spółki – pozwalający na uproszczoną ocenę efektywności wykorzystania majątku spółki, obliczanej, jako procentowa relacja zysku do wartości księgowej:

$$WP = Z/WK * 100, \quad (2)$$

gdzie:

WP – współczynnik produktywności majątku spółki,

Z – zysk netto.

Obydwa powyższe wskaźniki powinny być rozpatrywane łącznie.

3. skumulowany wskaźnik nadmiernych oczekiwań (zachłanności) inwestorów – liczony jako suma wszystkich wskaźników nadmiernych oczekiwań inwestorów dla spółek o współczynniku powyżej 100 punktów:

$$SWZ = \sum WZ_i, \quad (3)$$

³ Robert Novy-Marx 2010.

gdzie i oznacza liczbę spółek o podwyższonym powyżej 100 punktów współczynnika oczekiwań inwestorów.

Zmienność cen akcji spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie przedziale lat 2004-2009 spowodowana była zróżnicowanymi relacjami podaży i popytu.

Nawet pobieżna analiza czynników makroekonomicznych pozwala stwierdzić, iż w Polsce nie nastąpiło bardzo istotne przyspieszenie tempa wzrostu gospodarczego w latach 2004-2007 ani pogorszenie sytuacji gospodarczej w 2008 roku, a w roku następnym też nie odnotowano również spektakularnych zmian warunków otoczenia makroekonomicznego. Podstawowe indeksy giełdowe wykazały jednak bardzo istotne zmiany rzutujące na stopy zwrotu.

W latach 2004-2007 na GPW w Warszawie wystąpił pozytywny trend i podstawowe indeksy giełdowe wykazały wzrost rzędu od 76% (WIG20) do 236% (sWIG80). W 2008 roku nastąpiło bardzo zdecydowane odwrócenie tego trendu, a w 2009 roku - powrót do tendencji wzrostowych z lat 2004-2007, chociaż podstawowe indeksy nie powróciły w pełni do poziomów z lat poprzednich. Jedynie indeks osiemdziesięciu małych spółek przekroczył poziom z lat ubiegłych, co może świadczyć o większym zainteresowaniu inwestorów spółkami o relatywnie wysokim potencjale wzrostu. Stopa zwrotu z indeksu sWIG80 wykazała największą amplitudę wahań: w latach 2004-2007 wzrosła najszybciej (+61,5%) by w 2008 roku wykazać się największym spadkiem (-62,5%). Ze względu na dość ograniczone możliwości badawcze, w prezentowanym opracowaniu analizie poddano dwadzieścia spółek notowanych na GPW z podziałem na dwie grupy: jedna w całości składa się z banków komercyjnych, a druga dziesiątka utworzona została ze spółek, których akcje aktywnie uczestniczą w obrotach ze względu na rozmiary kapitalizacji i atrakcyjność dla inwestorów. Analizą objęto dane z okresu 2004-2009 – przy wyraźnym rozróżnieniu odwrócenia sentymentu rynku w 2008 roku – co stało się szczególnie zauważalne po 15 września tegoż roku, czyli po ogłoszeniu upadku banku inwestycyjnego Lehman Brothers.

Pierwsza grupa badanych spółek składa się z dziesięciu największych banków giełdowych w Polsce, a druga stanowi kompozycję przedstawicieli różnych branż. Spośród badanej grupy jedynie spółki informatyczne oraz PKN Orlen i KGHM, a także bank PKO BP i Getin Bank nie miały dominującego branżowego inwestora zagranicznego. W badanym przedziale czasu zostały wyróżnione dwa podokresy: 2004-2007, w którym dominowały trendy wzrostowe oraz 2007-2008 – kiedy to pojawił się pesymizm zarówno na rynkach finansowych wielu państw. Dane za 2009 rok mogą z kolei świadczyć o szybkim powrocie do trendów wzrostu na rynkach papierów wartościowych.

WYNIKI FINANSOWE SPÓŁEK A ZMIANY ICH KAPITALIZACJI

Rezultaty finansowe banków giełdowych a zmiany ich kapitalizacji

W badanym okresie PKO BP, największy w tej grupie, wykazał przeciętną sumę bilansową dziewięciokrotnie wyższą niż najmniejszy Fortis Bank, a pod względem przeciętnego poziomu kapitalizacji i zysku rozbieżność ta była jeszcze większa, gdyż wynosiła odpowiednio 18-to i 22-krotność⁴. Akcje pięciu banków zaliczone są w skład indeksu WIG20, trzech – do indeksu mWIG40, jednego - do indeksu spółek małych – sWIG80, a walory Fortis Banku nie są zaliczane do żadnego z wyżej wymienionych indeksów.

W latach 2004-2008 suma bilansowa badanych spółek bankowych wynosiła średnio 44, 5 miliarda złotych, przeciętna kapitalizacja 12, 9 mld złotych a zysk 769 mln złotych. W latach 2004-2007 wielkości te w grupie badanych banków wzrosły odpowiednio o 77%, 250% i 122%, czyli przeciętny wzrost kapitalizacji był ponad dwukrotnie wyższy od wzrostu zysku i ponad trzykrotnie wyższy od wzrostu aktywów. W 2008 roku nastąpiło częściowe odwrócenie trendów, gdyż tylko aktywa nadal rosły – o 36%, natomiast kapitalizacja zmniejszyła się o 51%, a przeciętna dynamika zysków w badanej grupie spadła do zera.

Współczynniki produktywności spółek oraz współczynnik zachłanności inwestorów dla badanych spółek zaprezentowano w tabeli 2 i 3. Najwyższy współczynnik zachłanności inwestorów wykazały akcje Banku Pekao S.A. w 2007 roku, co może być tłumaczone wyjątkową sytuacją w związku z realizowaną fuzją Pekao z wydzieloną częścią Banku BPH i oczekiwaniami inwestorów, że po zakończeniu tego procesu stanie się on zdecydowanym liderem polskiego sektora bankowego. Bank ten równocześnie reprezentował ponadprzeciętną produktywność wynoszącą w 25%. Akcje Getin Banku oraz BRE Banku w latach 2004-2007 również wykazywały duży współczynnik zachłanności inwestorów (odpowiednio 136 i 143) przy relatywnie niskim współczynniku produktywności tych banków, co w 2008 roku doprowadziło do przekłucia tej swoistej bańki spekulacyjnej, gdyż spadki cen tych walorów w 2008 roku były najbardziej spektakularne w tej grupie – odpowiednio o 211% i 158%. Liderem spadków był Bank Millennium, ale sytuacja ta powstała w wyniku szczególnie negatywnych informacji napływających z tej spółki.

W 2008 roku nastąpiło odwrócenie trendów na międzynarodowych rynkach finansowych, co skutkowało przeciętną ujemną stopą zwrotu dla całej grupy banków komercyjnych. Podstawowa prawidłowość, która daje się zauważyć pomimo zarówno dość ograniczonej liczebnie grupy jak i wąskiego przedziału

⁴ Na podstawie danych prezentowanych przez spółki na stronach internetowych, danych dostępnych w portalu internetowym bankier.pl :
www.bankier.pl/inwestowanie/profile/wynikifinansowe/pknorlen/ oraz
www.gpw.pl

czasu jest taka, że przekroczenie przy współczynniku chciwości inwestorów przekraczającym 100 i równocześnie niewysokiej produktywności spółki powstaje zagrożenie relatywnie wysokim spadkiem cen akcji. Walory takie wykazały również relatywnie wysoką skłonność na zwiększenie amplitudy wahań cenowych, co zostało zilustrowane danymi na temat różnicy pomiędzy kursem na koniec okresu a maksymalnym w danym roku. W 2009 roku współczynnik oczekiwań (zachłanności) inwestorów wzrósł w tej grupie o blisko 350%, przy równoczesnym spadku produktywności majątku o 100%. Przyszłość pokaże czy tak żywiołowe odreagowanie na spadki cen akcji z 2008 roku może grozić kolejnym utworzeniem tzw. bąbli spekulacyjnych.

Najwyższą dynamikę aktywów, zysku oraz kapitalizacji w latach 2004-2007 wykazał Getin Bank – odpowiednio 221%, 805% i 952%, natomiast w 2008 roku wielkości zależne od działalności banku, czyli aktywa i zysk netto wykazały wzrost odpowiednio o 57% i 27%, a jego kapitalizacja spadła o 66%. W 2008 roku najmniej ucierpiała kapitalizacja Banku PKO BP – „jedynie” o 33%, choć równocześnie zanotowano wzrost aktywów i zysku odpowiednio o 24% i 7%. Największy spadek kapitalizacji w 2008 roku wykazał Bank Millennium – o 78% i to pomimo wzrostu aktywów o 57% i zysku o 21%. Być może rynek w ten sposób „odreagował” na osiągnięty przez ten bank w latach 2004-2007 wzrost kapitalizacji o 246%, któremu towarzyszyło zwiększenie aktywów o 36% i zysku o 71%. W 2009 roku aktywa banków zmniejszyły się przeciętnie o sześć procent, zyski spadły o 102%, a kapitalizacja wzrosła średnio o 50%.

Rezultaty finansowe grupy spółek grupy „mix” a zmiany ich kapitalizacji

Zróżnicowanie drugiej grupy spółek giełdowych było o wiele większe niż w grupie banków, gdyż w okresie 2004-2008 PKN Orlen, jako największa spółka z tej grupy wykazywał odpowiednio przeciętnie 159 razy wyższą sumę bilansową, 100-krotnie wyższą kapitalizację oraz 320-krotnie wyższe zyski porównaniu do najmniejszego w tej zbiorowości Lentexu. Akcje czterech spółek z tej grupy są zaliczane w skład indeksu WIG20, następne cztery – do indeksu spółek średnich, a dwóch – do indeksu spółek o małej kapitalizacji.

Przeciętna suma bilansowa spółek drugiej grupy w latach 2004-2008 wynosiła 9,2 mld złotych, kapitalizacja rynkowa 7 mld zł, a przeciętne roczne zyski niewiele odbiegały od grupy „bankowej” gdyż wyniosły 755 mln złotych.

W latach 2004-2007 aktywa spółek tej grupy wzrosły przeciętnie o 306%, kapitalizacja o 759% a zyski o 646%. W 2008 roku aktywa nadal wykazały 28-procentowy wzrost, kapitalizacja spadła o 47%, a zyski wzrosły przeciętnie o 81%. W drugiej grupie spółek w latach 2004-2007 najwyższą dynamikę aktywów wykazała dokonująca przejęć innych podmiotów informatyczna spółka Assecopol – wzrost o 1850%, a najwyższy wzrost kapitalizacji oraz zysków wykazał Kopex – odpowiednio o 3767% i 2905%. Telekomunikacja Polska, jako jedyna w grupie dwudziestu badanych spółek, odnotowała w tym okresie spadek sumy aktywów oraz zysku - odpowiednio o 7% i 12%. W grupie tej jedynie spółka

Comarch wykazała wysoki współczynnik chciwości inwestorów zarówno dla całego okresu 2004-2007 jak i dla 2007 roku, co przy produktywności spółki niższej od przeciętnej skutkowało znaczną redukcją ceny akcji i ujemną stopą zwrotu w 2008 roku. Orlen, KGHM oraz Telekomunikacja Polska wydawały się być spółkami raczej defensywnymi jednak ceny ich akcji zachowywały się w bardzo zróżnicowany sposób, co chyba w decydującej mierze dyktowane było relatywnie dużą płynnością tych walorów i łatwością zlikwidowania takiej pozycji z portfela inwestycyjnego. W 2009 roku współczynnik oczekiwań (zachłanności) inwestorów wzrósł w tej grupie o 718%, przy równoczesnym spadku produktywności majątku o 100%. W porównaniu do poprzedniej grupy oczekiwania inwestorów uległy zaostrzonym apetytom na zysk, co również może prowadzić do dramatycznych spadków cen akcji w następnych okresach. W 2009 roku aktywa spółek grupy mix przeciętnie wzrosły o 1%, zyski spadły o 19% przy równoczesnym wzroście ich kapitalizacji średnio o 85%.

CZY NADMIERNE OCZEKIWANIA WYSOKIEGO ZWROTU TO EFEKT ZACHŁANNOŚCI INWESTORÓW?

Trudno wysnuwać daleko idące uogólnienia na podstawie analizy tak ograniczonej próby i jedynie pięcioletniego przedziału czasowego, ale można zauważyć, że napływ inwestycji portfelowych do spółek bankowych skutkujący przeciętnym wzrostem kapitalizacji o 250% był w okresie hossy o wiele mniej dynamiczny niż do drugiej, zróżnicowanej branżowo grupy, gdzie przeciętny wzrost kapitalizacji wyniósł 756%. Nieco wyższe tempo spadku kapitalizacji rynkowej spółek bankowych w 2008 roku można tłumaczyć przede wszystkim wyższą płynnością ich akcji na giełdzie i dzięki temu większą szybkością panicznego wycofywania zainwestowanych środków.

Przeciętny spadek kapitalizacji obydwu grup w 2008 roku był bardzo podobny pomimo zróżnicowanej dynamiki aktywów oraz zysków. Można przypuszczać, że wśród inwestorów giełdowych dominowała chęć możliwie jak najszybszego wycofania zainwestowanych środków, gdyż szczególnie po upadku banku Lehman Brothers na rynkach finansowych dominowało powiedzenie „Cash is the king”, co skutkowało wyprzedają posiadanych inwestycji portfelowych bez oglądania się na konsekwencje.

Zmiany kapitalizacji rynkowej badanych spółek odpowiadały trendom zagranicznych inwestycji portfelowych w Polsce. W latach 2004-2007 zagraniczne inwestycje ogółem wzrosły o 52%, inwestycje w udziałowe papiery wartościowe o 96%, a inwestycje w sektor bankowy o 124%⁵. W 2008 roku nastąpiło odwrócenie tego trendu i zanotowano spadki tych pozycji odpowiednio o: 9%, 41% i 41%.

⁵ www.nbp.pl : Międzynarodowa pozycja inwestycyjna Polski w 2008 roku, Warszawa wrzesień 2009.

Obserwacje zachowań inwestorów w latach 2004-2009 na GPW prowadzą do interesujących wniosków. Szczególnie w 2008 roku zauważalny był brak wyraźnej zależności pomiędzy wynikami finansowymi a zmiennością cen akcji, co w okresie bessy zostało podyktowane paniczną chęcią pozyskania gotówki niezależnie od wyników finansowych poszczególnych spółek.

Na uwagę zasługuje pewna współzależność pomiędzy tzw. współczynnikiem chciwości inwestorów a współczynnikiem produktywności spółki. Przy przekroczeniu przez pierwszy z nich poziomu 100 punktów i przy równocześnie relatywnie niskim poziomie produktywności danej spółki, pojawia się duże prawdopodobieństwo znaczącej redukcji cen akcji takiej spółki, porównywalnej do efektu przekłucia bańki spekulacyjnej.

W 2006 roku ryzyko wystąpienia bańki spekulacyjnej w wyniku nadmiernych oczekiwań zwrotu wystąpiło w odniesieniu do rekordowej liczby 150 spółek notowanych na GPW w Warszawie, czemu towarzyszył najwyższy poziom mediany analizowanego wskaźnika. W 2007 roku wystąpił najwyższy skumulowany wskaźnik zachłanności liczony jako suma wszystkich wskaźników WZ przekraczających poziom 100 punktów i po raz pierwszy w badanym okresie jego wartość przekroczyła poziom WIG. Na koniec 2008 roku ryzyko to dotyczyło jedynie akcji osiemnastu spółek, a skumulowany wskaźnik nadmiernych oczekiwań spadł do poziomu 80% wartości WIG.

Czy o przegrzaniu koniunktury na GPW może świadczyć przekroczenie poziomu indeksu WIG przez tak liczony skumulowany wskaźnik zachłanności? Odpowiedzi na to pytanie można będzie udzielić po przestudiowaniu analogicznych koincydencji z przeszłości lub z innych giełd papierów wartościowych, co będzie wymagało odrębnych opracowań. Przeciętny wskaźnik WZ najwyższy był w 2008 roku, ale najwyższą medianę tego wskaźnika zaobserwowano w 2007 roku, poprzedzającym totalną przeceną na GPW.

PODSUMOWANIE

Zaobserwowana współzależność pomiędzy tzw. współczynnikiem zachłanności inwestorów a zmianami trendów na giełdzie wymaga dalszych badań na większej próbie i w dłuższych przedziałach czasu, jednak podstawowym zamierzeniem badawczym w prezentowanym opracowaniu było wskazanie kolejnego miernika mogącego świadczyć o symptomach powstawania bańki spekulacyjnej na rynkach papierów wartościowych.

Współczynnik oczekiwań inwestorów po przekroczeniu pułapu stu punktów może stanowić ostrzeżenie przed niebezpieczeństwem utworzenia bańki spekulacyjnej w odniesieniu do danego waloru.

Skumulowany współczynnik zachłanności przewyższał poziom indeksu WIG w 2007 i 2009 roku. Jeżeli tak wyraźna dysproporcja pomiędzy tymi wskaźnikami musiałaby prowadzić do wyrównania ich poziomów, to po spektakularnych spadkach cen akcji w 2008 roku możemy oczekiwać podobnej

przeceny po 2009 roku, ale nie ma pewności co do długości trwania okresu tworzenia i trwania bańki spekulacyjnej, toteż kolejne spektakularne spadki mogą, ale nie muszą pojawić się w 2010 roku.

ANEKS STATYSTYCZNY

Tabela. 1. Spółki zagrożone nadmiernymi oczekiwaniami inwestorów na GPW w Warszawie w latach 2004-2009 o podwyższonym wskaźniku zachłanności (WZ)

Rok	2009	2008	2007	2006	2005	2004
Liczba spółek o podwyższonym WZ	28	11	74	150	29	25
Mediana WZ	174	182	208	231	163	158
Średni WZ	245	1947	827	464	280	273
Maksimum WZ	779	18912	24058	2696	1855	1116
SWZ (skumulowany WZ)	6865	21420	61208	40838	8110	6829
WIG	2389	27229	55649	50412	35601	26636
SWZ/WIG	2,87	0,79	1,10	0,81	0,23	0,26
Zwrot z WIG	47%	-51%	10%	42%	34%	28%
Zwrot z WIG20 (%)	34%	-48%	5%	24%	35%	25%

Źródło: obliczenia własne na podstawie: www.analizy.pl; www.gpw.pl

Tabela. 2. Wybrane parametry dziesięciu głównych banków giełdowych w latach 2004-2009

Nazwa spółki	Okres	Kapitał -zacja (mln zł)	Wart. Księg. (mln zł)	C/Z	C/WK	Stopa zwrotu w roku (w %)	Współcz. produktywności	Współcz. zachłanności
1	2	3	4	5	6	7	8	9
PKO BP	Przec. 2004-2007	39100	26449	20	4,2	29	8%	84
	2008	35500	13583	10	2,6	-31	23%	26
	2009	47500	14814	22	3,2	20	0,03%	70
Pekao S.A.	Przec. 2004-2007	37350	8144	23	5,2	26	21%	120
	2008	33091	15080	10	2,2	-42	23%	22
	2009	42419	17729	17	2,4	28		40
BZ WBK	Przec. 2004-2007	13033	3491	21	3,6	39	19%	76
	2008	8084	4497	9	1,8	-55	19%	16
	2009	13884	5791	19	2,4	74		45

cd. Tabela 2.

Nazwa spółki	Okres	Kapitał -zacja (mln zł)	Wart. Księg. (mln zł)	C/Z	C/WK	Stopa zwrotu w roku (w %)	Współcz. produkty- wności	Współcz. zachłan- ności
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Handlowy	Przec. 2004-2007	10365	5455	19	1,9	24	12%	36
	2008	6272	5231	9	1,2	-49	11%	11
	2009	9146	6124	21	1,5	46		31
BRE	Przec. 2004-2007	8252	2486	46	3,1	56	11%	144
	2008	6272	5231	9	1,2	-61	16%	11
	2009	7720	4190	62	1,8	32		113
ING BSK	Przec. 2004-2007	7956	3466	17	2,3	26	15%	39
	2008	5594	4278	8	1,3	-39	10%	10
	2009	10148	4745	29	2,1	81		63
MILLENNIUM	Przec. 2004-2007	5985	2130	18	2,8	54	20%	49
	2008	2446	2743	5	0,9	75	15%	4
	2009	4076	2704	0	1,5	67		0
GETIN Bank	Przec. 2004- 2007	5735	1440	36	3,9	118	9%	138
	2008	3533	3366	7	1,1	-66	11%	7
	2009	6312	1826	30	3,3	78		99
Kredyt Bank	Przec. 2004-2007	4560	1803	10	2,5	31	20%	23
	2008	3078	2433	8	1,3	-50	13%	11
	2009	3219	2579	41	1,3	5		51
Fortis Bank	Przec. 2004-2007	2112	781	19	2,6	46	14%	49
	2008	2361	1270	11	1,9	-36	6%	21
	2009	3968	1523		2,6	17		

Źródło: www.gpw.pl; www.analizy.pl; strony internetowe badanych spółek, www.money.pl

Tabela. 3. Wybrane parametry dziesięciu spółek mix w latach 2004-2009

Nazwa spółki	Okres	Kapitali- zacja (mln zł)	Wart. Księg. (mln zł)	C/Z	C/WK	Stopa zwrotu w roku (w %)	Współcz. produkty- wności	Współcz. zachłan- ności
1	2	3	4	5	6	7	8	9
PKN ORLEN	Przec. 2004-2007	21395	17810	9	1,3	28	17%	11
	2008	11005	21303	4	0,5	-48	-12%	2
	2009	14521	21924	0	0,7	32		0
TP SA	Przec. 2004-2007	3159	17237	15	1,8	15	14%	28
	2008	26280	17522	10	1,5	-9	13%	15
	2009	21197	16315	18	1,3	-10		23
KGHM	Przec. 2004-07	14430	6662	5	2,1	56	41%	10
	2008	5624	10233	2	0,6	-71	27%	1
	2009	21200	9945	11	2,1	339		22
BUDIMEX	Przec. 2004-07	1581	518	213	3,1	32	1%	652
	2008	1305	554	26	2,4	-45	19%	61
	2009	1300	613	12	3,0	54	-100%	37
ASSECOPOL	Przec. 2004-2007	1479	537	16	5,0		12%	80
	2008	3677	2 727	17	1,4	-35	12%	23
	2009	4883	4 267	11	1,5	37		16
KOPEX	Przec. 2004-2007	1028	568	19	2,4	124	26%	45
	2008	697	2 018	11	0,4	-79	5%	4
	2009	1932	2 185	23	0,9	152		20
STALPRODUKT	Przec. 2004-2007	2432	431	12	4,6	215	45%	55
	2008	1985	1 024	6	1,9	-60	34%	12
	2009	3995	1 291	13,1	3,1	104		40
MOSTALWAR	Przec. 2004-2007	511	217	27	1,9	110	7%	52
	2008	984	354	12	2,8	-7	23%	33
	2009	1218	509	12	2,4	24	-1	28

cd. Tabela 3.

Nazwa spółki	Okres	Kapitali- zacja (mln zł)	Wart. Księg. (mln zł)	C/Z	C/WK	Stopa zwrotu w roku (w %)	Współcz. produkty- wności	Współcz. zachłan- ności
1	2	3	4	5	6	7	8	9
COMARCH	Przec. 2004-2007	954	190	27	4,7	56	17%	128
	2008	486	449	3	1,1	-67	45%	3
	2009	756	527	19	1,4	56		27
LENTEX	Przec. 2004-2007	215	173	28	1,2		3%	34
	2008	111	172	13	0,7	-69	4%	8
	2009	251	177	242	1,4	137		344

LITERATURA

- Baker M., Wurgler J., (2004) Investor Sentiment and the Cross-Section of Stock Returns, NBER Working Paper 10449, April 2004.
- Boucher C., (2004) Stock Market Valuation: the Role of the Macroeconomic Risk Premium, Paris North University.
- Bordo M. D., Dueker M.J., Wheelock D.C., (2008) Inflation, Monetary Policy and Stock Market Conditions, NBER Working Paper 14019, May 2008.
- Boucher C. (2003) Stock Market Valuation: the Role of the Macroeconomic Risk Premium, dostępne na: <http://ideas.repec.org/p/wpa/wuwpfi/0305011.html>
- Boucher C. (2006), Stock prices-inflation puzzle and the predictability of stock market returns », Economics Letters 90, February, 205-212.
- Boucher C. (2006), « Stock Prices, Inflation and Stock Returns Predictability », Finance 27(2), 71-102.
- Miller M., Stiglitz J. E. (2010) Leverage and Asset Bubbles: Averting Armageddon with Chapter 11? NBER Working Paper 15817, March 2010.
- Buera F.J., Kaboski J., Shin Y. (2009) Finance and Development: A Tale of Two Sectors, NBER Working Paper 14914, April 2009.
- Burnside C., Han B., Hirshleifer D., Yue Wang T. (2010) Investor Overconfidence and the Forward Premium Puzzle, NBER Working Paper 15866, April 2010.
- Chung Y. P., Johnson H., Schill M. J., (2006) Asset Pricing When Returns Are Nonnormal: Fama-French Factors versus Higher-Order Systematic Components, Journal of Business, 2006 vol. 79, no.2.
- David A., Veronesi P. (2009) What Ties the Return Volatilities to Price Valuations and Fundamentals? NBER Working Paper 15563, December 2009.
- Greenwood R., Hanson S. (2010) Characteristic Timing, NBER Working Paper 15948, April 2010.

- Hulten C. R., Hao X. (2009) What Is Company Really Worth? Intangible Capital and the „Market Book Value” Puzzle, NBER Working Paper 15563, December 2009.
- Engle R.F., Rangel J. G. (2006) The Spline-GARCH Model for Low Frequency Volatility and Its Global Macroeconomic Causes, maszynopis, wersja z 7 grudnia 2006.
- Fama E. F., French K. R. (1993) Common Risk Factors in the returns on stocks and bonds, *Journal of Financial Economics* 33.
- Fama E. F., French K. R., (1992) The Cross-Section of Expected Stock Returns, *The Journal of Finance*, vol. XLVII, no.2, June 1992.
- Fama E. F., French K. R., (2005) The Value Premium and the CAPM, maszynopis z maja 2005.
- Międzynarodowa pozycja inwestycyjna Polski w 2008 roku, Warszawa, wrzesień 2009 na: www.nbp.pl
- Novy-Marx R. (2010) The Other Side of Value: Good Growth and the Gross Profitability Premium, NBER Working Paper 15940, April 2010.
- Szlichciński K., (2009) Racjonalność zachowań inwestorów na GPW w Warszawie – wyniki finansowe spółek a dynamika inwestowania w akcje, w: *Finanse 2009 – Teoria i praktyka. Rynki finansowe i ubezpieczenia, Zeszyty Naukowe nr 550, Ekonomiczne Problemy Usług nr 40*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, 2009.
- Szlichciński K., (2010) Poszukiwanie przyczyn zmienności cen akcji na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w latach 2004-2008, w: *Rynki Finansowe i Ubezpieczenia. Nowe Perspektywy Instytucji i Instrumentów*, W. Przybylska-Kapuścińska (red.), *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu nr 143*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań 2010.

Investors' greed and price changes of companies listed on the Warsaw Stock Exchange

Abstract: Presentation of early warning indicator, which could inform about creating a speculative bubble and excessive investors expectations, which could provide a synthetic picture of excessive shares value on the stock exchange. If this indicator is above 100 points, then there is high likelihood that the share price is resulted by speculative bubble. It is important to know how many companies show this kind of threat and what is the total value of cumulated greed index.

Key words: speculative bubble, share price changeability

MODELE AUTOREGRESYJNE W PROGNOZOWANIU CEN ZBÓŻ W POLSCE

Agnieszka Tłuczak

Zakład Ekonometrii i Metod Ilościowych, Wydział Ekonomiczny UO
e-mail: atluczak@uni.opole.pl

Streszczenie: Prognozowanie cen rolnych odgrywa dużą rolę we wspomaganie decyzji produkcyjnych w gospodarstwach rolnych. Poprawne prognozowanie cen pozwala na ograniczenie ryzyka związanego z prowadzeniem działalności gospodarczej. W opracowaniu zastosowano modele autoregresyjne, za pomocą których wyznaczono prognozy cen podstawowych zbóż w skupie na 2010 rok. Do oceny modeli oraz prognoz wykorzystano współczynnik determinacji oraz średnie błędy ex post prognoz wygasłych.

Słowa kluczowe: ceny zbóż, modele autoregresyjne, prognozowanie

WPROWADZENIE

W rolnictwie obserwuje się wahania zjawisk gospodarczych, powodowane różnymi czynnikami. Produkcja rolnicza w dużej mierze zdeterminowana jest warunkami biologiczno – technicznymi oraz klimatycznymi. Zmiany te powtarzają się w określonych porach roku i powodują sezonowość produkcji rolnej. Sezonowość ta ma wpływ na wiele sfer rynku rolnego, między innymi na dochody rolników oraz nakłady na produkcję. Analiza kształtowania się cen rolnych w czasie, umiejętnie ich przewidywanie umożliwia podejmowanie skutecznych decyzji gospodarczych. W literaturze przedstawione jest wiele metod matematyczno – statystycznych, które pozwalają na analizę i prognozowanie szeregów czasowych. W niniejszym opracowaniu autorka wykaże, iż efektywnym narzędziem prognozowania cen zbóż są modele autoregresyjne.

MODELE AUTOREGRESYJNE

Modele autoregresji wywodzą się z szerszej klasy modeli regresji i znajdują szerokie zastosowanie w analizie i prognozowaniu procesów gospodarczych. W modelach tych wartość bieżąca zmiennej jest wyrażona jako skończona kombinacja jej wartości przeszłych. Mogą być stosowane do modelowania stacjonarnych szeregów czasowych bądź szeregów czasowych sprowadzalnych do stacjonarnych.

Do zapisu postaci modelu autoregresyjnego używa się zwyczajowo notacji określającej rząd poszczególnych składowych modelu: autoregresji - p , różnicowania - d . Ogólnie, postać modelu $AR(p)$ jest następująca:

$$y_t = \varphi_0 + \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + e_t \quad (1)$$

gdzie:

$y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}$ – wartość zmiennej prognozowanej w momencie lub okresie $t, t-1, \dots, t-p$,

e_t – błąd (reszta) modelu dla momentu lub okresu t ,

$\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{t-p}$ – parametry modelu,

p – rząd opóźnienia.

Proces budowy modeli autoregresyjnych przebiega zazwyczaj w czterech etapach polegających na identyfikacji, estymacji, weryfikacji i prognozowaniu. W pierwszym etapie badamy czy szereg czasowy jest stacjonarny¹. W przypadku niestacjonarności, w celu stabilizacji szeregu czasowego należy wykonać operację różnicowania, która polega na d -krotnym obliczeniu różnic sąsiednich wyrazów szeregu. Parametr d ustala się na takim poziomie, aby otrzymany w wyniku tej operacji szereg czasowy różnic był stacjonarny. Kolejny etap to ustalenie rzędu autokorelacji, na podstawie funkcji autokorelacji (ACF) oraz autokorelacji cząstkowej (PACF). W celu jednoznacznego ustalenia rzędu opóźnień zastosowano test Quenouille'a, za pomocą którego bada się istotność współczynnika autokorelacji cząstkowej². Na etapie weryfikacji sprawdza się własności reszt modelu, które powinny mieć własności białego szumu. Oznacza to tyle, że współczynniki autokorelacji reszt nie powinny różnić się istotnie od zera. Analizie poddaje się wykresy funkcji autokorelacji i autokorelacji cząstkowej dla reszt modelu³. Weryfikacja modelu powinna także obejmować badanie istotności parametrów modelu. Jeżeli model nie zostanie zweryfikowany pozytywnie należy

¹ Najczęściej stosowanym narzędziem do identyfikacji stacjonarności szeregu czasowego jest rozszerzony test Dickeya-Fullera (ADF – Augmented Dickey Fuller Test). Szczegółowy opis metodologii zastosowania rozszerzonego testu Dickey'a-Fullera można znaleźć w: M. Koško, M. Osińska, J. Stempińska, *Ekonometria współczesna*, Dom Organizatora, Toruń 2007., s. 307-308.

² Szczegółowo test Quenouille'a opisano w: M. Koško, M. Osińska, J. Stempińska, *Ekonometria współczesna*, Dom Organizatora, Toruń 2007., s. 282.

³ Analiza wizualna wykresów funkcji ACF oraz PACF dla szeregu reszt modelu powinna być uzupełniona testem Ljunga-Boxa. Test ten został opisany w: M. Koško, M. Osińska, J. Stempińska, *Ekonometria współczesna*, Dom Organizatora, Toruń 2007., s.132.

wrócić do etapu pierwszego i ponownie przeprowadzić identyfikację. Pozytywnie zweryfikowany model wykorzystuje się do sporządzenia prognozy [Dudek 2005, Witkowska 2008].

MIARY DOKŁADNOŚCI PROGNOZ

Jakość predykcji związana jest z trafnością prognozy określonej na podstawie błędów *ex post* oraz błędów *ex ante*. W niniejszej pracy w celu oceny dopuszczalności prognoz autorka stosuje błędy *ex post*. Celem tych mierników jest syntetyczny opis empirycznego rozkładu odchyleń realizacji zmiennej prognozowanej od ustalonego poziomu prognozy, jaki osiągnięto w przeszłości. Do pomiaru jakości prognoz zastosowano następujące mierniki: obciążenie predykcji (u), odchylenie standardowe błędów prognozy (S_p), względny błąd predykcji (w^*) oraz współczynnik Theila (I^2):

$$u = \frac{1}{m} \sum_{t \in I_p} (y_t - y_t^*) \quad (2)$$

$$w^* = \frac{S_p}{\bar{y}_{t \in I_p}} \quad (3)$$

$$S_p = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{t \in I_p} (y_t - y_t^*)^2} \quad (4)$$

$$I^2 = \frac{m S_p^2}{\sum_{t \in I_p} y_t^2} \quad (5)$$

gdzie: I_p – okres empirycznej weryfikacji prognoz.

Mierniki te pozwalają rozstrzygnąć o dopuszczalności prognoz oraz o wielkości odchyleń realizacji zmiennej prognozowanej od sformułowanych prognoz [Zeliaś 1995].

MODELE AUTOREGRESYJNE ORAZ PROGNOZY CEN NA RYNKU ZBÓŻ

W opracowaniu zbadano kształtowanie się cen w skupie podstawowych gatunków zbóż w Polsce, pszenicy oraz żyta, w okresie od stycznia 1996 do grudnia 2009. Dane miesięczne o cenach skupu zbóż zaczerpnięto z Biuletynów Statystycznych Głównego Urzędu Statystycznego.

Szeregi cen są często procesami niestacjonarnymi, zatem przed przystąpieniem do szacowania parametrów modeli autoregresyjnych należy sprawdzić, czy analizowane szeregi czasowe są szeregami stacjonarnymi. Na

podstawie otrzymanych wartości statystyki ADF (tab. 1) oraz odpowiadających im empirycznych poziomów istotności (ang. *p-value*) porównywanych z poziomem istotności $\alpha=0,05$, dla zmiennych *cena_pszenicy* oraz *cena_żyta* odrzucono hipotezy zerowe o istnieniu pierwiastka jednostkowego. Obie zmienne są stacjonarne.

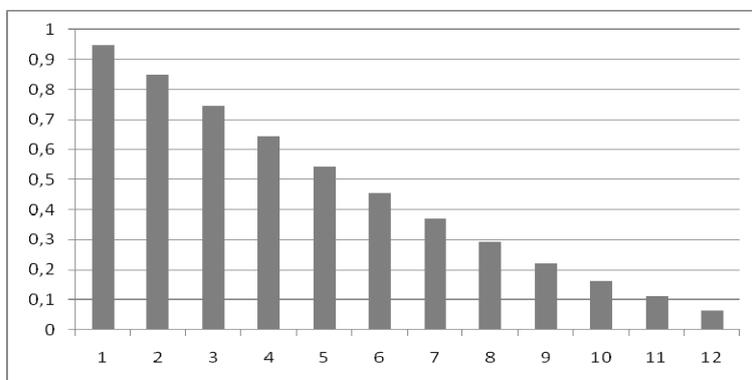
Tabela 1. Wyniki rozszerzonego testu Dickey'a-Fuller'a

Zmienna	Wartość statystyki ADF	<i>p-value</i>
Cena_pszenicy	-3,672	0,004
Cena_żyta	-3,831	0,002

Źródło: opracowanie własne

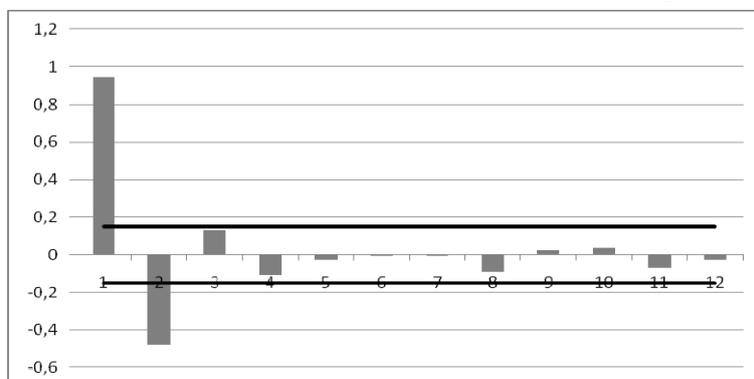
Kolejnym krokiem po zbadaniu stacjonarności w budowie modeli autoregresyjnych jest ustalenie rzędu opóźnień. Wykorzystuje się w tym celu funkcję autokorelacji ACF oraz funkcję autokorelacji cząstkowej PACF. Analizę wykresów uzupełniono testem Quenouille'a. W teście tym wartości funkcji autokorelacji cząstkowej porównuje się z wartością krytyczną. Na rysunkach 1-4 przedstawiono wykresy funkcji autokorelacji i autokorelacji cząstkowej dla poszczególnych zmiennych. Dodatkowo na wykresach funkcji PACF zaznaczono wartości krytyczne dla testu Quenouille'a.

Rysunek 1. Wykres funkcji autokorelacji dla zmiennej *cena_pszenicy* (ACF)



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 2. Wykres funkcji autokorelacji cząstkowej dla zmiennej cena_pszenicy (PACF)



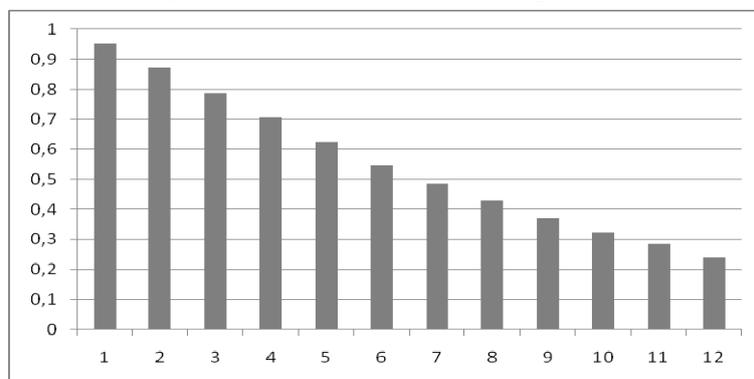
Źródło: opracowanie własne

Na podstawie wartości funkcji autokorelacji cząstkowej oraz wartości krytycznej statystyki w teście Quenouille'a dla obu zmiennych ustalono następujące drugi rząd opóźnień. Ze względu na stacjonarność zmiennych oraz rząd opóźnień dalszej analizie będą poddawane następujące modele: cena_pszenicy – AR(2); cena_żyta – AR(2).

Oceny parametrów oraz błędy szacunku dla poszczególnych zmiennych przedstawione są w tabelach 2 i 3. Podane w tabelach wartości statystyki t wskazują, że parametry modeli istotnie różnią się od zera.

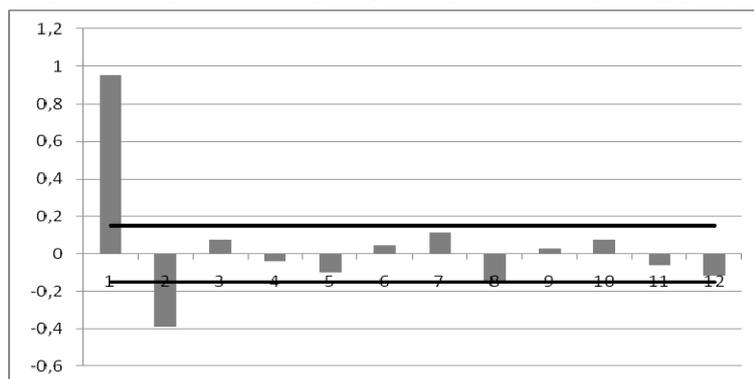
W celu weryfikacji własności reszt modeli przeanalizowano wykresy funkcji autokorelacji (ACF) oraz autokorelacji cząstkowej (PACF) reszt. Wskazują one na brak autokorelacji reszt. W praktyce na wykresach autokorelacji i autokorelacji cząstkowej zaznacza się granice wyznaczone przez podwojone wartości błędów standardowych odpowiednio funkcji ACF i PACF, za wartości różne od zera uznawane są te współczynniki, które przekraczają zaznaczone granice [Dudek 2005]. Na rysunkach 5-8 żadna z wartości współczynników autokorelacji nie wykracza poza zaznaczone linie.

Rysunek 3. Wykres funkcji autokorelacji dla zmiennej cena_żyta (ACF)



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 4. Wykres funkcji autokorelacji cząstkowej dla zmiennej cena_żyta (PACF)



Źródło: opracowanie własne

Tabela 2. Wyniki estymacji modelu AR(2) dla zmiennej cena_pszonicy

Parametr	Ocena parametru	Standardowy błąd szacunku	Wartość statystyki t
φ_1	1,404	0,067	20,976
φ_2	-0,484	0,067	-7,232

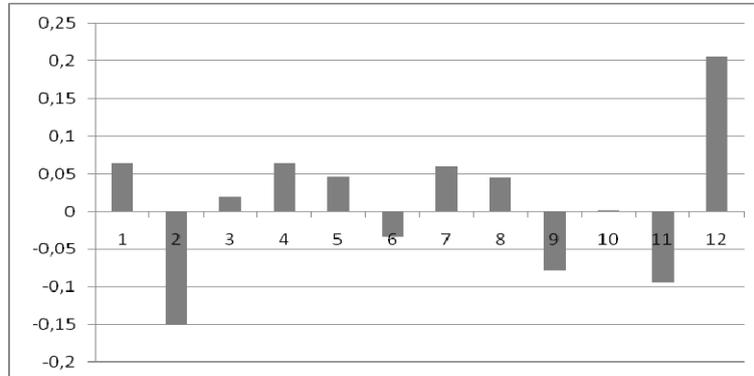
Źródło: obliczenia własne

Tabela 3. Wyniki estymacji modelu AR(2) dla zmiennej cena_żyta

Parametr	Ocena parametru	Standardowy błąd szacunku	Wartość statystyki t
φ_1	1,369	0,069	19,832
φ_2	-0,430	0,693	-0,621

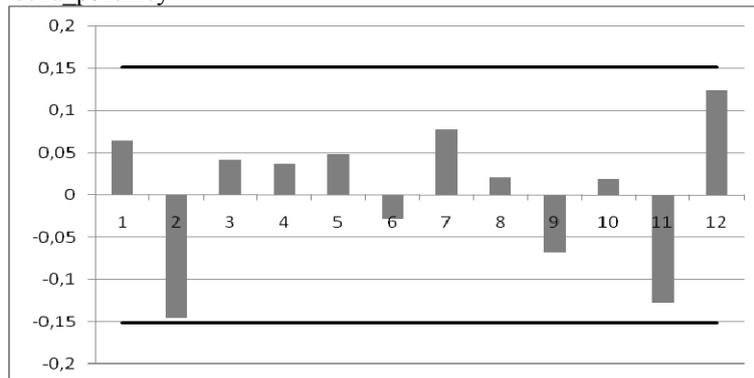
Źródło: obliczenia własne

Rysunek 5. Wykres funkcji autokorelacji reszt modelu AR(2) dla zmiennej cena_pszeniczy



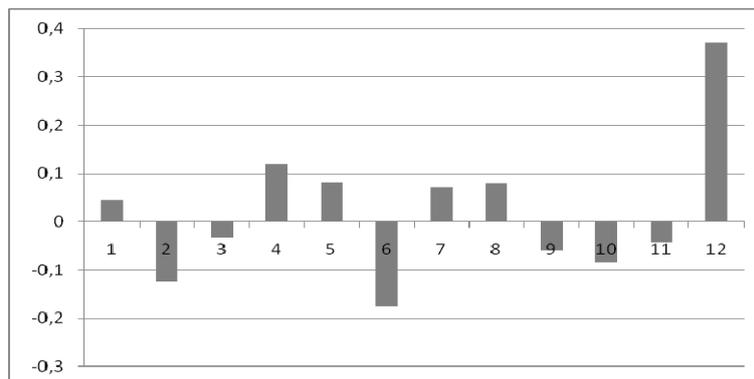
Źródło: opracowanie własne

Rysunek 6. Wykres funkcji autokorelacji cząstkowej reszt modelu AR(2) dla zmiennej cena_pszeniczy



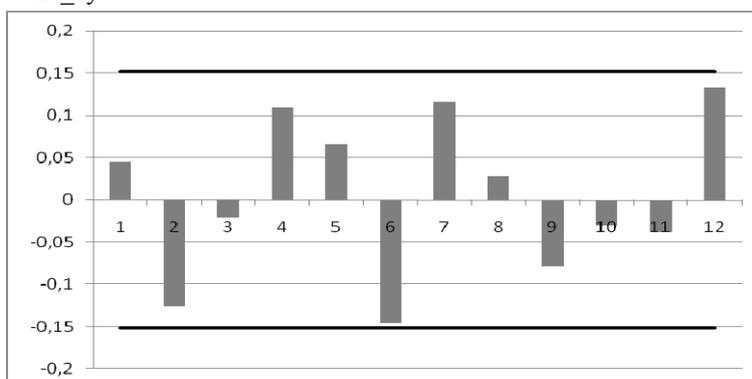
Źródło: opracowanie własne

Rysunek 7. Wykres funkcji autokorelacji reszt modelu AR(2) dla zmiennej cena_żyta



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 8. Wykres funkcji autokorelacji cząstkowej reszt modelu AR(2) dla zmiennej cena_żyta



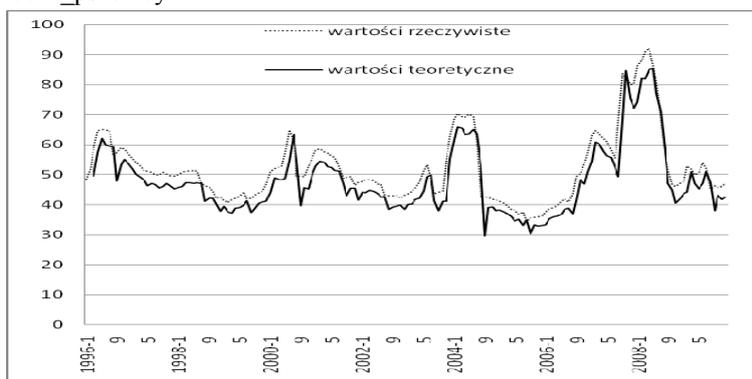
Źródło: opracowanie własne

Ostatecznie modele przeszły pozytywnie etap weryfikacji. Mogą być zatem wykorzystane do celów prognostycznych. Na rysunkach 9 i 10 zaprezentowano wartości rzeczywiste oraz wartości teoretyczne wyznaczone na podstawie oszacowanych modeli. Wykresy wskazują na dobre dopasowanie modeli do danych empirycznych, potwierdzają to również wartości współczynników determinacji, które wynoszą odpowiednio 0,79 dla modelu AR(2) dla zmiennej cena_pszonicy oraz 0,88 dla modelu AR(2) dla zmiennej cena_żyta.

Na podstawie oszacowanych modeli wyznaczono prognozy cen zbóż na 2010 rok, tabela 4.

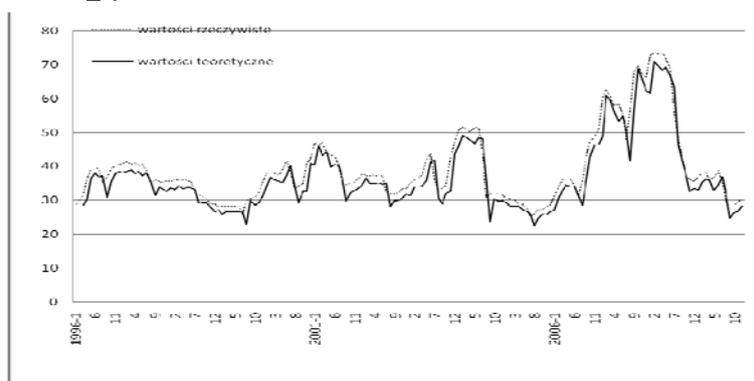
W celu określenia jakości prognoz obliczono odchylenie standardowe błędów prognozy (S_p), względny błąd predykcji (w^*), obciążenie predykcji (u) oraz współczynnik Theila (I^2). Wyniki dla poszczególnych modeli przedstawia tabela 5.

Rysunek 9. Dopasowanie modelu AR(2) do danych empirycznych dla zmiennej cena_pszonicy



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 10. Dopasowanie modelu AR(2,2) do danych empirycznych dla zmiennej cena_żyta



Źródło: opracowanie własne

Tabela 4. Prognozy cen zbóż na 2010 rok

	I	II	III	IV	V	VI
Cena pszenicy	48,05	48,79	49,38	49,86	50,24	50,54
Cena żyta	30,84	31,61	32,36	33,06	33,69	34,26
	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Cena pszenicy	50,79	50,98	51,14	51,27	51,36	51,44
Cena żyta	34,76	35,20	35,59	35,93	36,23	36,50

Źródło: obliczenia własne

Porównując wartości poszczególnych miar dla kolejnych produktów rolnych można stwierdzić, że:

1. prognozowane ceny pszenicy oraz żyta były niższe od rzeczywistych (dodatnia wartość parametru u), realizacje cen prognozowanych różniły się od rzeczywistych średnio o 6,61 zł/100 kg dla pszenicy i 4,38 zł/100 kg dla żyta, wyliczone według każdego modelu prognozy można uznać za dopuszczalne ponieważ względny błąd prognozy przyjmuje wartości poniżej 10%;
2. bliskie zeru wartości współczynnika Theila (I^2) dla każdego modelu i każdego gatunku zbóż pozwalają na uznanie prognoz za bardzo dokładne. Pierwiastek kwadratowy ze współczynnika Theila (I), informujący o przeciętnym względnym błędzie predykcji, jest podstawą do wniosku, że prognozy oparte na modelach autoregresyjnych mogą być uznane za dokładne.

Tabela 5. Mierniki jakości prognoz

	u	S_p	w^*	I^2	I
AR(2) cena pszenicy	4,426	6,615	9,2%	0,015	0,124
AR(2) cena żyta	2,603	4,387	6,9%	0,012	0,107

Źródło: obliczenia własne

PODSUMOWANIE

Zaprezentowane w opracowaniu modele autoregresyjne są dobrym narzędziem krótkookresowego prognozowania cen produktów rolnych w Polsce, a w szczególności cen zbóż. Oszacowane modele posłużyły do wyznaczenia prognoz cen na poszczególne miesiące 2010 roku. Prognozy te utrzymują się w długookresowej tendencji. Jakość prognoz oceniona na podstawie błędów prognoz *ex post* oceniona została jako satysfakcjonująca. Uzyskane prognozy nie mogą być uznane za całkowicie nieobciążone, wartość parametru u różniła się od zera. Można jednak uznać, że stosowanie modeli autoregresyjnych do opisu kształtowania się miesięcznych cen zbóż w skupie jest zasadne, a uzyskane prognozy charakteryzują się umiarkowaną dokładnością.

LITERATURA

- Dudek H. [2005], Prognozowanie cen skupu mięsa drobiowego za pomocą sezonowego modelu ARIMA, w: Roczniki Naukowe SERiA, t.VII, zeszyt 5, http://www.seria.home.pl/2005_zeszyt5/dudek.pdf, [data odczytu 14.05.2010].
- Hamulczyk M. [2006], Wykorzystanie modeli ARIMA w prognozowaniu cen wieprzowiny, Roczniki Naukowe SERiA, t.VIII, zeszyt 5, http://www.seria.home.pl/2006_zeszyt5/hamulczuk.pdf, [data odczytu 14.05.2010].
- Koško M., Osińska M., Stempińska J., Ekonometria współczesna. Dom Organizatora, Toruń 2007., s.132.
- Witkowska D. [2008], Wprowadzenie do ekonometrii dynamicznej i finansowej, Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Zeliaś A. [1997], Teoria prognozy, PWE, Warszawa.
- Zeliaś A, Pawełek B., Wanat S. [2004], Prognozowanie ekonomiczne, PWN, Warszawa.

Autoregressive models used for forecasting the prices of crops in Poland

Abstract: The forecasting of crop prices is one of the most important factors in making decision on production farms. The appropriate forecast allows for limiting the risk connected with one's economic activity. In this study autoregressive models have been used, which helped to determine the price forecast for crops in the purchasing centres in 2010. To determine the quality of forecast the average *ex-post* errors of the past forecasts have been used. The achieved results show that autoregressive models are an effective tool in forecasting the crop prices in Poland.

Key words: crop prices, autoregressive models, forecasting

WYZNACZANIE STRUKTURY EKONOMICZNEJ W PRZYPADKU WYSTĄPIENIA UJEMNYCH SKŁADOWYCH

Ewa Wasilewska

Katedra Ekonomiki Rolnictwa i Międzynarodowych
Stosunków Gospodarczych, SGGW
e-mail: ewa_wasilewska@sggw.pl

Streszczenie: W artykule zaprezentowano metodę pomiaru struktury zjawisk ekonomicznych oraz zmian strukturalnych w przypadku, gdy obok dodatnich składników wektora struktury występują również składniki ujemne. Problem interpretacyjny w przypadku wystąpienia ujemnych składników pojawia się często podczas analizy sprawozdań finansowych, gdyż pozycje bilansowe, rachunku zysków i strat oraz rachunku przepływów pieniężnych mogą być zarówno dodatnie, jak i ujemne. Istotą przedstawionej metody jest wyodrębnienie strumienia „korzyści” oraz strumienia „niekorzyści”, a następnie określenie struktury międzygrupowej oraz wewnątrzgrupowej. Metodę wykorzystano do analizy struktury wyniku finansowego Zakładów Odzieżowych „Bytom” S.A. w latach 2004-2008.

Słowa kluczowe: struktura ekonomiczna, wektor struktury, składowe wektora struktury, wynik finansowy

WPROWADZENIE

Problematyka badań struktury jest od dawna obecna w wielu dziedzinach nauki. Porównania struktur oraz określenie stopnia zmian struktur w czasie znajduje zastosowanie między innymi w naukach ekonomicznych oraz społecznych. W dosłownym rozumieniu „struktura” oznacza układ i wzajemne relacje elementów stanowiących całość, czyli budowę tejże całości. Porównania struktur można dokonywać w aspekcie przestrzennym, porównując struktury dwóch lub więcej obiektów, jak i czasowym, gdzie bada się strukturę zjawiska w dwóch lub więcej okresach. Pomimo swojego znaczenia, pojęcie struktury nie jest jednoznacznie rozumiane, przy czym można wyróżnić szerokie oraz wąskie podejście do tego pojęcia. Według Urbańczyka i Jurka [Urbańczyk,

Jurek 1998], struktura w ujęciu szerokim oznacza dynamiczny system celowych przemian w czasie i w przestrzeni, natomiast w ujęciu wąskim badanie struktury sprowadza się do badania rozkładów zmiennych losowych. Jedną z propozycji określenia struktury ekonomicznej jest definicja Marciniaka [Marciniak 1970], według której struktura ekonomiczna to całokształt wzajemnie powiązanych stosunków między poszczególnymi elementami danej gospodarki, przy czym struktura wyraża stosunek poszczególnych części do całości oraz stosunek tych części wzajemnie do siebie. Poza takim podejściem, pojęcie struktury używane jest również do określania pewnych pojęć ekonomicznych, takich jak struktura kapitału, struktura majątku.

Stawicki [Stawicki 2004] proponuje dwa podejścia w definiowaniu pojęcia struktury ekonomicznej. W pierwszym podejściu rozpatruje się strukturę liczebności pewnej populacji, rozumianą jako wektor, którego składowe oznaczają liczbę jednostek populacji, należących do poszczególnych klas (stanów) utworzonych w wyniku podziału zbiorowości według określonego kryterium. Suma składowych tego wektora daje ogólną liczebność populacji. W drugim podejściu rozpatruje się strukturę udziałów w pewnej populacji, rozumianą jako wektor, którego składowe przedstawiają udział liczebności poszczególnych klas (stanów), utworzonych w wyniku podziału zbiorowości według określonego kryterium, w ogólnej liczebności populacji. Suma składowych tego wektora równa się jeden. Pierwszemu ujęciu pojęcia struktury można przypisać wektory ilości z okresu badanego. Drugiemu przedstawionemu pojęciu struktury odpowiada tradycyjne rozumienie wektorów struktury, według którego wektor kolumnowy tworzony jest przez składniki (wskaźniki) struktury w danym okresie. Zarówno w pierwszym, jak i w drugim podejściu nakłada się warunek, aby składowe wektora struktury były nieujemne, natomiast suma składowych była dodatnia. Należy zaznaczyć, że o dodawaniu składowych wektora struktury mówi się tylko w przypadku tzw. addytywnych struktur ekonomicznych. Zagadnienie to szeroko omawiane jest w pracy Kukuły [Kukuła 1996]. W badaniach statystycznych na ogół rozważa się zbiorowości jednorodne, co umożliwia dodawanie składowych wektora struktury.

Problem, zarówno metodologiczny jak i interpretacyjny, pojawia się wówczas, gdy obok dodatnich składników struktury występują również składniki ujemne. Wyznaczając w tym przypadku wskaźniki struktury w sposób tradycyjny, czyli jako udziały poszczególnych części w całej zbiorowości, uzyskujemy sumę tych wskaźników równą 100%, jednak nie jest możliwe podanie zadowalającej interpretacji uzyskanych wyników. Interpretacja ujemnych „udziałów” ma znikomą wartość poznawczą i budzi zastrzeżenia natury merytorycznej, przede wszystkim w przypadku ujemnej kategorii wynikowej. Szczególnie niekorzystny przypadek ma miejsce, gdy suma składników wektora ilości równa jest zeru. W takiej sytuacji całkowicie niemożliwe jest określenie struktury w sposób tradycyjny.

Sytuacja, o której mowa, często ma miejsce podczas analizy sprawozdań finansowych, gdyż pozycje bilansowe, pozycje rachunku zysków i strat oraz rachunku przepływów pieniężnych bywają zarówno dodatnie, jak i ujemne.

Celem opracowania jest zaprezentowanie wykorzystania metody pomiaru struktury zjawisk ekonomicznych oraz zmian strukturalnych w przypadku, gdy obok dodatnich składników wektora struktury występują również składniki ujemne. Ponadto wykorzystano tę metodę do oceny sytuacji przedsiębiorstwa pod względem uzyskanych częściowych kategorii wynikowych oraz wyniku końcowego przed opodatkowaniem (zysk brutto). Analizie poddano strukturę wyniku finansowego Zakładów Odzieżowych „Bytom” S.A. w latach 2004-2008.

METODA BADAŃ

Dla potrzeb opracowania przyjęto pojęcie struktury traktować jako wektor ilości, którego składowe oznaczają wielkości badanego zjawiska jednorodnego (wielkości te można dodawać). W tym podejściu k składników struktury rozpatrywanej w okresie t tworzy następujący wektor:

$$\tilde{q}_t = [q_{t1}, q_{t2}, \dots, q_{tk}], \quad (1)$$

przy czym poszczególne składowe tego wektora mogą być dodatnie, ujemne lub równe zero. W szczególności równa zero może być suma składowych wektora.

Określenie struktury wektora o dowolnych składowych zostało przeprowadzone zgodnie z koncepcją zaproponowaną przez Żwirblę [Żwirbla 2006]. Wektor struktury traktowany jest jako strumień „wyniku końcowego”, natomiast poszczególne składniki struktury zalicza się do tzw. strumienia „korzyści” bądź strumienia „niekorzyści”, w zależności od tego, czy są dodatnie (lub równe zero), czy też ujemne. Przyjmuje się przy tym następujący model:

strumień „wyniku końcowego” = strumień „korzyści” – strumień „niekorzyści”.

Przy takim podejściu, ogólną postać wektora struktury (wektora ilości) przedstawia się jako:

$$\tilde{q}_t = [q_t^+, q_t^-], \quad (2)$$

gdzie:

$$q_t^+ = \sum_{i=1}^n q_{ti}^+ \quad \text{jest sumą strumieni „korzyści”, tj. sumą składników}$$

nieujemnych,

$$q_t^- = \sum_{j=1}^m |q_{tj}^-| \quad \text{jest sumą strumieni „niekorzyści”, tj. sumą modułów}$$

składników ujemnych.

Po określeniu postaci wektora \tilde{q}_t wyznacza się strukturę tego wektora rozumianą jako strukturę międzygrupową, obrazującą udziały strumieni „korzyści” oraz „niekorzyści” w strumieniu wyniku końcowego. Udział strumienia „korzyści” ma postać następującą:

$$w_{t+} = \frac{q_t^+}{q_t^+ + q_t^-} \cdot 100\%, \quad (3)$$

natomiast udział strumienia „niekorzyści” wyznacza się zgodnie z formułą:

$$w_{t-} = \frac{q_t^-}{q_t^+ + q_t^-} \cdot 100\%, \quad (4)$$

przy czym $w_{t+} + w_{t-} = 100\%$.

W drugim etapie wyznacza się strukturę wewnątrzgrupową, czyli niezależnie strukturę wektora „korzyści”:

$$\tilde{q}_t^+ = [q_{t1}^+, q_{t2}^+, \dots, q_{tn}^+], \quad (5)$$

oraz strukturę wektora „niekorzyści”:

$$\tilde{q}_t^- = [q_{t1}^-, q_{t2}^-, \dots, q_{tm}^-]. \quad (6)$$

Strukturę wektora „korzyści” w okresie t przedstawia wzór:

$$w_{ii}(q^+) = \frac{q_{ii}^+}{\sum_{i=1}^n q_{ii}^+} \cdot 100\% \quad (\text{dla } i = 1, 2, \dots, n), \quad (7)$$

natomiast strukturę wektora „niekorzyści” w okresie t oblicza się następująco:

$$w_{ii}(q^-) = \frac{q_{ij}^-}{\sum_{i=1}^m q_{ij}^-} \cdot 100\% \quad (\text{dla } i = 1, 2, \dots, m). \quad (8)$$

WYNIKI BADAŃ

Analizie poddano strukturę wyniku finansowego Zakładów Odzieżowych „Bytom” S.A. w latach 2004-2008. Zakłady Odzieżowe “Bytom” S.A. są jednostką dominującą grupy kapitałowej “Bytom” S.A. Spółka prowadzi działalność produkcyjną oraz działalność handlową. Podstawowym przedmiotem działalności jest produkcja odzieży. Spółka należy do branży przemysłu lekkiego. Dane analizowane w opracowaniu pochodzą ze sprawozdań finansowych spółki.

W tabeli 1 przedstawiona jest struktura wyniku finansowego brutto (zysk/strata) spółki w latach 2004-2008. Wyodrębnionymi składnikami analizowanej struktury są następujące kategorie: wynik ze sprzedaży, wynik operacyjny pozostały, wynik na operacjach finansowych, wynik zdarzeń nadzwyczajnych. Kategorie wynikowe kształtowane są przed odpowiednie pozycje

przychodów i kosztów, w ramach prowadzonych przez przedsiębiorstwo typów działalności.

Tabela 1. Struktura wyniku finansowego Zakładów Odzieżowych „Bytom” S.A. [tys. zł]

Wyszczególnienie	lata					zmiana	
	2004	2005	2006	2007	2008	tys.zł	%
Przychody ze sprzedaży	36386	41007	46483	57411	70429	34043	193,6
Koszty sprzedaży	38579	40939	44342	54036	69169	30590	179,3
Wynik ze sprzedaży	-2193	68	2141	3375	1260	X	X
Przychody z pozostałych dział. op.	7603	1831	1126	3986	2436	-5167	32,0
Koszty pozostałych dział. op.	6134	1557	1201	1300	2273	-3861	37,1
Wynik operacyjny pozostały	1469	274	-75	2686	163	X	X
Przychody z operacji finansowych	868	836	96	1110	1678	810	193,3
Koszty operacji finansowych	899	856	1118	1967	3296	2397	366,6
Wynik na operacjach finansowych	-31	-20	-1022	-857	-1618	X	X
Zysk nadzwyczajny	406	2012	601	0	0	-406	X
Strata nadzwyczajna							
Wynik zdarzeń nadzwyczajnych	406	2012	601	0	0	X	X
Przychody	45263	45686	48306	62507	74543	29280	164,7
Koszty	45612	43352	46661	57303	74738	29126	163,9
Zysk (strata) brutto	-349	2334	1645	5204	-195	X	X

Źródło: opracowanie własne

We wszystkich badanych latach poszczególne kategorie wynikowe kształtowały się w sposób zróżnicowany. Obserwuje się występowanie wielkości ujemnych, jak i dodatnich. W latach 2004 i 2008 stwierdzono ujemny wynik finansowy brutto, co sprawia trudności interpretacyjne przy tradycyjnym podejściu do obliczania wskaźników struktury. Sytuacja finansowa przedsiębiorstwa w latach 2005-2007 była stosunkowo korzystna, gdyż odnotowano zysk brutto. Wpływ wydzielonych pośrednich kategorii wynikowych na ukształtowanie się wartości zysku brutto w badanym okresie był stosunkowo zróżnicowany. W latach 2004 oraz 2006-2007 na ukształtowanie się tej kategorii wynikowej miał wpływ głównie wynik ze sprzedaży, natomiast w latach pozostałych wynik na operacjach finansowych oraz z tytułu zdarzeń nadzwyczajnych. Odzwierciedla to złożoność określania efektywności funkcjonowania przedsiębiorstwa w poszczególnych obszarach działalności, a przez to, przy różnorodnych wynikach (dodatnich lub ujemnych) - nastęrcza trudności w całościowej ocenie przedsiębiorstwa.

Korzystnie należy ocenić podstawową działalność przedsiębiorstwa w zakresie sprzedaży, gdyż wynik finansowy w tym obszarze był dodatni (z wyjątkiem 2004 roku). Korzystną tendencją była wyższa dynamika zwiększenia wartości przychodów ze sprzedaży, w stosunku do kosztów ich uzyskania w latach 2004-2008 (o 14,3 pkt%). Znaczące kwoty pozostałych przychodów i kosztów operacyjnych w 2004 roku mogą być odzwierciedleniem wymiany środków

trwałych, co mogło skutkować poniesieniem straty ze sprzedaży, i w efekcie przyczyniło się do poniesienia straty brutto. We wszystkich latach odnotowano ujemny wynik na operacjach finansowych, co na ogół świadczy o korzystaniu z kredytów bankowych, a przez to o konieczności ponoszenia kosztów odsetek, których kwoty są wyższe, niż kwoty przychodów z tytułu inwestycyjnego ulokowania wolnych środków pieniężnych. Wpływ zdarzeń nadzwyczajnych na ukształtowanie się zysku (straty) brutto jest trudny do przewidzenia, chociaż w badanym przedsiębiorstwie odnotowano korzyści z tytułu zysków nadzwyczajnych. W ujęciu łącznym stwierdzono wyższy przyrost przychodów, niż kosztów ich uzyskania (o 0,8 pkt%), co nie przyczyniło się jednak do osiągnięcia zysku brutto w 2008 roku, głównie z powodu ujemnego wyniku na działalności finansowej.

Ocena struktury wyniku finansowego pozwala określić znaczenie poszczególnych obszarów prowadzonej przez przedsiębiorstwo działalności na ukształtowanie się końcowej kategorii wynikowej (zysk/strata netto), dzięki czemu możliwa jest analiza poszczególnych kategorii wynikowych. W celu zastosowania metody prezentowanej w opracowaniu, wyodrębniono strumienie „korzyści” i „niekorzyści” kształtujące wynik finansowy w poszczególnych latach. Po wyodrębnieniu odpowiednich strumieni, wyznaczono strukturę międzygrupową (tabela 2).

Wpływ rozpatrywanych strumieni na wynik finansowy jest różnokierunkowy. Najkorzystniejszą sytuację z punktu widzenia struktury międzygrupowej stwierdza się w roku 2005, w którym udział strumienia „korzyści” wynosił 99,2%, natomiast udział strumienia „niekorzyści” 0,8%. W latach 2006 oraz 2008 nastąpiła niekorzystna zmiana struktury międzygrupowej w stosunku do lat poprzednich. Udział strumienia „korzyści” zmniejszył się, natomiast strumienia „niekorzyści” wzrósł, czego skutkiem był spadek wyniku finansowego w latach 2006 i 2008. Najgorszą sytuację finansową spółki stwierdzono w 2004 roku, w którym stosunek strumienia „korzyści” do strumienia „niekorzyści” wynosił 45,7 : 54,3.

Tabela 2. Struktura międzygrupowa wyniku finansowego Zakładów Odzieżowych „Bytom” S.A. [tys. zł]

Wyszczególnienie	2004	2005	2006	2007	2008
Strumień "korzyści"	1875	2354	2 742	6061	1423
Strumień "niekorzyści"	2224	20	1 097	857	1618
Suma	4099	2374	3 839	6918	3041
Udział strumienia "korzyści"	45,7	99,2	71,4	87,6	46,8
Udział strumienia "niekorzyści"	54,3	0,8	28,6	12,4	53,2
Suma	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Źródło: obliczenia własne

Struktura wewnątrzgrupowa w poszczególnych latach przedstawiona jest w tabeli 3. W badanym okresie istotnym zmianom uległa struktura „korzyści”. Wzrost udziału wyniku ze sprzedaży świadczy o wzroście efektywności w tym zakresie. Udział wyniku ze sprzedaży w strumieniu „korzyści” wzrósł od 2,9% w 2005 roku do 88,5% w 2008 roku. Charakterystyczny jest stosunkowo wysoki udział w strumieniu „korzyści” wyniku zdarzeń nadzwyczajnych w 2005 roku wynoszący 85,5%. Poziom zysku nadzwyczajnego w znaczący sposób wpłynął na wynik finansowy brutto spółki w danym roku. Istotnej zmianie uległa struktura strumienia „niekorzyści” w latach 2004-2006. Stwierdzono znaczne pogorszenie się wyniku na operacjach finansowych. W roku 2004 wynik z tytułu operacji finansowych stanowił 1,4% w strukturze strumienia „niekorzyści” i wynosił – 31 tys. zł, natomiast w 2008 roku poziom wyniku z tytułu operacji finansowych spadł do –1618 tys. zł i stanowił 100% w strumieniu „niekorzyści”.

PODSUMOWANIE

Sytuację finansową Zakładów Odzieżowych „Bytom” S.A. w badanym okresie można ocenić jako korzystną, pomimo poniesienia straty brutto w latach 2004 i 2008. Ujemny wynik na operacjach finansowych jest odzwierciedleniem wykorzystywania oprocentowanego kapitału obcego, co może świadczyć o prowadzeniu inwestycji w przedsiębiorstwie. Racjonalizacja poziomu wyników cząstkowych z poszczególnych rodzajów prowadzonej w przedsiębiorstwie działalności, przyczynia się do ukształtowania maksymalnego zysku brutto, co skutkuje zwiększeniem efektywności funkcjonowania przedsiębiorstwa.

Tabela 3. Struktura wewnątrzgrupowa wyniku finansowego Zakładów Odzieżowych „Bytom” S.A.

Wyszczególnienie	Korzyści [tys. zł]	Niekorzyści [tys. zł]	Struktura korzyści %	Struktura niekorzyści %
2004				
Wynik ze sprzedaży		-2 193		98,6
Wynik operacyjny pozostały	1469		78,3	
Wynik na operacjach finansowych		-31		1,4
Wynik zdarzeń nadzwyczajnych	406		21,7	
Suma	1 875	-2 224	100,0	100,0
2005				
Wynik ze sprzedaży	68		2,9	
Wynik operacyjny pozostały	274		11,6	
Wynik na operacjach finansowych		-20		100,0
Wynik zdarzeń nadzwyczajnych	2012		85,5	
Suma	2 354	-20	100,0	100,0
2006				
Wynik ze sprzedaży	2 141		78,1	
Wynik operacyjny pozostały		-75		6,8
Wynik na operacjach finansowych		-1 022		93,2
Wynik zdarzeń nadzwyczajnych	601		21,9	
Suma	2 742	-1 097	100,0	100,0
2007				
Wynik ze sprzedaży	3375		55,7	
Wynik operacyjny pozostały	2686		44,3	
Wynik na operacjach finansowych		-857		100,0
Wynik zdarzeń nadzwyczajnych	0		0,0	
Suma	6 061	-857	100,0	100,0
2008				
Wynik ze sprzedaży	1260		88,5	
Wynik operacyjny pozostały	163		11,5	
Wynik na operacjach finansowych		-1618		100,0
Wynik zdarzeń nadzwyczajnych	0		0,0	
Suma	1 423	-1 618	100,0	100,0

Źródło: obliczenia własne

Metoda strumieni „korzyści” i „niekorzyści” pozwala na pełniejszą ocenę zmian struktury analizowanego zjawiska w ujęciu dynamicznym, gdyż daje możliwość oceny struktury wyniku finansowego niezależnie od poziomu poszczególnych składników struktury oraz bez względu na poziom wyniku finansowego. Możliwość wyznaczenia struktury analizowanego zjawiska przy dowolnych składowych tejże struktury stanowi zasadniczą zaletę tej metody. W szczególności, przy zastosowaniu metody strumieni „korzyści” i „niekorzyści” możliwe jest wyznaczenie struktury w sytuacji, gdy suma składowych równa jest

zeru, co jest całkowicie niewykonalne przy tradycyjnym obliczaniu wskaźników struktury.

Struktura wyniku finansowego badanej spółki w latach 2004-2008 uległa znaczącym zmianom. Po gwałtownej poprawie struktury międzygrupowej w roku 2005 (udział strumienia „korzyści” znacznie przewyższający udział strumienia „niekorzyści”), w kolejnych latach nastąpiło pogorszenie się struktury wyniku finansowego, prowadzące do poniesienia straty brutto.

Reasumując można stwierdzić, że ocena struktury wyniku finansowego pozwala określić znaczenie poszczególnych obszarów prowadzonej przez przedsiębiorstwo działalności na ukształtowanie się końcowej kategorii wynikowej (zysk/strata netto). Zarządzający przedsiębiorstwem powinni prowadzić analizę poszczególnych kategorii wynikowych, gdyż może to przyczynić się do zwiększenia efektywności działalności, i odpowiednio wcześniejszej reakcji na niekorzystną sytuację.

LITERATURA

- Kukuła K. (1996): Statystyczne metody analizy struktur ekonomicznych, Wydawnictwo Edukacyjne, Kraków.
- Marciniak S. (1970): Struktura produkcji a dynamika wzrostu gospodarczego, Warszawa.
- Stawicki J. (2004): Wykorzystanie łańcuchów Markowa w analizie rynku kapitałowego, Wydawnictwo UMK, Toruń.
- Urbańczyk E., Jurek M. (1998): Wielokierunkowa analiza wyniku finansowego przedsiębiorstwa, Fundacja na Rzecz Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.
- Wędzki D. (2003): Analiza wstępna sprawozdań finansowych – nie taka prosta, Rachunkowość nr 4.
- Żwirbła A. (2006): Próba konstrukcji mierników struktury oraz zmian strukturalnych, Wiadomości Statystyczne nr 10.

Determine of economic structures in the event of a negative composition

Abstract: The paper presents a method for measuring the structure of economic phenomena and structural changes when the next positive components of the vector components of the structure are also negative. Problem of interpretation in the event of negative components, appears frequently in the analysis of financial statements, as balance sheet items, items of profit and loss account and cash flow may be either positive or negative. The essence of the presented method is to separate stream "benefits" and stream "disadvantages" and then determine the structure of inter- and intragroup. The method used to analyze the structure of the financial result Betting Clothes "Bytom" S.A. in 2004-2008.

Key words: economic structure, vector of the structure, components of the vector of the structure, the financial result

REAKCJA DETALICZNYCH CEN PALIW NA ZMIANY CEN HURTOWYCH PKNORLEN I LOTOS

Tadeusz H. Waściński, Grzegorz Przekota, Lidia M. Sobczak
Wydział Inżynierii Produkcji SGGW
e-mail: tadeusz_wascinski@sggw.pl

Streszczenie W artykule podjęto próbę określenia siły i kierunku wpływu hurtowych cen paliw koncernów PKNOrlen i Lotos na ceny detaliczne. Analizę przeprowadzono dla średnich tygodniowych hurtowych cen paliw koncernów Orlen i Lotos oraz cen detalicznych na wybranych stacjach. Otrzymane wyniki wskazują na silny wpływ cen hurtowych na ceny detaliczne, chociaż w krótkim okresie przyrosty cen hurtowych Orlen silniej niż przyrosty cen Lotos wpływają na przyrosty cen detalicznych, a reakcja przyrostów cen detalicznych na zmiany przyrostów cen hurtowych najsilniejsza jest w drugim tygodniu po zaistnieniu impulsu.

Słowa kluczowe: hurtowe ceny paliw, detaliczne ceny paliw, korelacja, model VAR, funkcja odpowiedzi na impuls.

WSTĘP

Poziom cen ropy naftowej zależy od wielu czynników: popytu i podaży w danym roku, polityki najważniejszych producentów, uwarunkowań politycznych i gospodarczych w regionach wydobycia (Stevens 1995). Rynek paliw charakteryzuje się wysokim poziomem koncentracji, zarówno dostawców jak i nabywców. Według danych EIA 40% światowej podaży pochodzi od pięciu producentów (Arabia Saudyjska, Rosja, USA, Iran, Meksyk), z kolei połowę światowego popytu generują USA, Chiny, Japonia, Rosja, Niemcy (Buńczyk 2005). Tak silna koncentracja oraz zależność do polityki sprawia, że rynek paliw charakteryzuje się znaczną zmiennością, którą może łagodzić na rynkach lokalnych kurs walutowy (Dornbusch 1987, Duarte 2001), jednak nawet jeżeli cena światowa i kurs walutowy są jedynymi czynnikami wpływającymi na cenę krajową trudno *a priori* zakładać, że zmiana kursu walutowego wywiera taki sam efekt jak zmiana ceny świato-

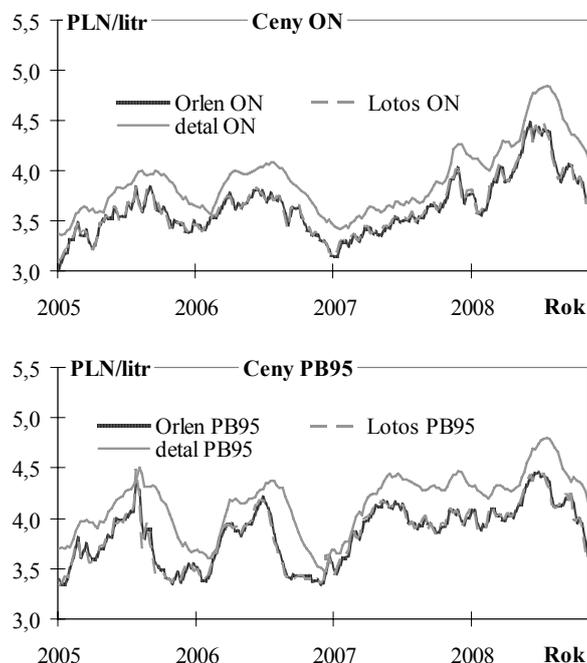
wej (Chamber i Just 1979). Wpływa to bezpośrednio na ceny hurtowe i detaliczne paliw na rynkach krajowych, które z kolei zależą od prowadzonej polityki fiskalnej oraz kursu walutowego.

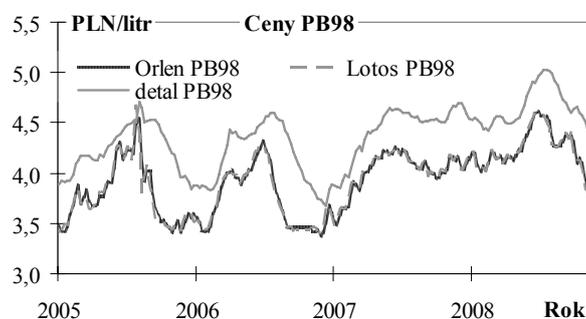
Celem pracy jest określenie wpływu hurtowych cen paliw benzyn i oleju napędowego koncernów PKN Orlen i Lotos na ceny detaliczne. Wykorzystano średnie tygodniowe ceny hurtowe koncernów Orlen i Lotos oraz średnie tygodniowe ceny detaliczne pochodzące z obserwowanych stacji paliw (próba do 200 stacji) w okresie czterech lat 2005-2008. Na początku 2005 roku próba obejmowała 173 stacje, a na koniec tego okresu 200, w tym:

- 53 stacje Orlen,
- 39 stacji BP,
- 31 stacji Statoil,
- 19 stacji Shell,
- 17 stacji Lotos,
- 9 stacji przy hipermarketach
- 32 inne stacje.

Badano powiązanie cen oleju napędowego oraz benzyny bezołowiowej 95-oktanowej i 98-oktanowej. W analizie wykorzystano współczynniki korelacji liniowej Pearsona, analizę stacjonarności, test przyczynowości Grangera, model VAR oraz funkcję odpowiedzi na impuls.

Wykres 1. Hurtowe i detaliczne ceny paliw w Polsce w latach 2005-2008





Źródło: opracowanie własne na podstawie danych producentów paliw i obserwacji własnych

Na wykresie 1 przedstawiono kształtowanie się cen paliw. Zauważyć można nieznacznie różniące się ceny hurtowe Orlen i Lotos oraz reagujące z pewnym opóźnieniem ceny detaliczne. Opóźnienie w reakcji cen detalicznych na zmiany cen hurtowych widoczne jest z ułożenia kolejnych szczytów i dołków, które następują po szczytach i dołkach dla cen hurtowych.

Tabela 1. Podstawowe charakterystyki opisowe szeregów czasowych cen paliw

Miara opisu	Orlen ON	Orlen PB95	Orlen PB98	Lotos ON	Lotos PB95	Lotos PB98	detal ON	detal PB95	detal PB98
	zł netto / m ³	zł netto / m ³	zł netto / m ³	zł netto / m ³	zł netto / m ³	zł netto / m ³	zł brutto / l	zł brutto / l	zł brutto / l
średnia	2974,85	3149,79	3222,48	2983,69	3152,44	3224,15	3,91	4,15	4,36
od.stand.	236,44	237,40	261,84	235,73	238,57	262,22	0,34	0,30	0,31
wsp.zm.	7,95%	7,54%	8,13%	7,90%	7,57%	8,13%	8,81%	7,32%	7,05%

Źródło: obliczenia własne

W tabeli 1 przedstawiono podstawowe charakterystyki opisowe badanych szeregów czasowych cen paliw. Zauważyć tutaj można nieznacznie wyższą średnią cen paliw Lotos od Orlen oraz prawie identyczną zmienność cen. Ceny oleju napędowego na stacjach detalicznych zmieniały się nieznacznie mocniej niż ceny hurtowe, a ceny benzyn nieznacznie słabiej. Różnice w zmienności cen detalicznych i hurtowych nie są jednak znaczące.

ANALIZA KORELACJI

Wstępna analiza powiązań hurtowych i detalicznych cen paliw obejmuje badanie korelacji poziomów i przyrostów cen. Uzyskane wyniki przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Korelacje poziomów i przyrostów cen paliw

Korelacje	Orlen ON	Orlen PB95	Orlen PB98	Lotos ON	Lotos PB95	Lotos PB98	detal ON	detal PB95	detal PB98
Orlen ON		0,711	0,714	0,990	0,690	0,697	0,949	0,764	0,775
Orlen PB95	0,600		0,992	0,708	0,984	0,981	0,645	0,863	0,853
Orlen PB98	0,541	0,961		0,709	0,972	0,985	0,660	0,876	0,867
Lotos ON	0,735	0,397	0,336		0,700	0,705	0,932	0,751	0,762
Lotos PB95	0,487	0,684	0,622	0,620		0,992	0,614	0,820	0,809
Lotos PB98	0,464	0,691	0,682	0,575	0,970		0,633	0,837	0,827
detal ON	0,312	0,299	0,305	0,120	0,103	0,121		0,769	0,783
detal PB95	0,230	0,392	0,419	0,061	0,087	0,121	0,759		0,998
detal PB98	0,190	0,321	0,350	0,028	0,025	0,053	0,706	0,934	

Współczynniki korelacji nad przekątną – dla poziomów cen paliw, współczynniki korelacji pod przekątną – dla przyrostów cen paliw.

Źródło: obliczenia własne

Wszystkie korelacje pomiędzy poziomami cen paliw są statystycznie istotne na poziomie $p < 0,00005$. Zauważyć można bardzo silne powiązanie cen w układach Orlen ON – Lotos ON – ON oraz Orlen PB95 – Lotos PB95 – PB95 – Orlen PB98 – Lotos PB98 – PB98 oraz słabsze powiązanie cen oleju napędowego z cenami benzyny.

Naturalnym zjawiskiem jest słabsze powiązanie przyrostów cen, chociaż nadal zdecydowana większość współczynników korelacji jest statystycznie istotna. Jedynie powiązanie przyrostów cen hurtowych Lotos i detalicznych jest nieistotne na poziomie $p > 0,05$. Dla pozostałych par istotność jest na poziomie $p < 0,01$.

MODEL VAR

Konstrukcję modelu VAR poprzedzono analizą stacjonarności szeregów czasowych (tabela 3). Zastosowano tutaj test ADF. Badane szeregi czasowe cen paliw są szeregami niestacjonarnymi. Stacjonarne są ich pierwsze różnice. Z tej przyczyny modelowanie zależności przy pomocy narzędzi VAR przeprowadzono dla pierwszych różnic. Z uwagi na istotne powiązanie przyrostów cen hurtowych Orlen oraz przyrostów cen detalicznych modele VAR ograniczono do tych szeregów, pominięto w nich przyrosty cen hurtowych Lotos.

Tabela 3. Test stacjonarności

H ₀ : szereg czasowy jest szeregiem niestacjonarnym	I(0)		I(1)	
	t	poziom p	t	poziom p
Orlen ON	0,2900	0,7689	-11,0190	0,0000
Orlen PB95	-0,1321	0,6369	-5,9091	0,0000
Orlen PB98	-0,1132	0,6435	-5,7307	0,0000
Lotos ON	0,4318	0,8061	-13,4763	0,0000
Lotos PB95	0,0726	0,7047	-7,0032	0,0000
Lotos PB98	0,0249	0,6895	-6,9073	0,0000
ON	0,3695	0,7902	-6,5443	0,0000
PB95	0,0358	0,6930	-6,8349	0,0000
PB98	-0,0858	0,6528	-4,4005	0,0000

I(0) – test dla wartości szeregów czasowych, I(1) – test dla przyrostów wartości.

Źródło: obliczenia własne.

Biorąc pod uwagę wyniki testów przyczynowości Grangera dla przyrostów cen hurtowych Orlen oraz przyrostów cen detalicznych (tabela 4), które wskazują, iż prognozowanie przyrostów cen detalicznych paliw można poprawić poprzez włączenie do modelu przyrostów cen hurtowych Orlen zdecydowano się na trzy dwurównaniowe modele VAR:

- $d(\text{Orlen ON}) - d(\text{ON})$,
- $d(\text{Orlen PB95}) - d(\text{PB95})$,
- $d(\text{Orlen PB98}) - d(\text{PB98})$.

W modelach tych na podstawie kryterium Schwarz'a przyjęto dwa opóźnienia.

Tabela 4. Test nieprzyczynowości Grangera

H ₀ : X nie jest przyczyną Y	F	poziom p
Orlen ON → ON	31,9803	0,0000
ON → Orlen ON	1,0991	0,3353
Orlen PB95 → PB95	41,2916	0,0000
PB95 → Orlen PB95	0,7088	0,4935
Orlen PB98 → PB98	31,9159	0,0000
PB98 → Orlen PB98	1,2722	0,2826

Źródło: obliczenia własne

Tabela 5. Modele VAR dla przyrostów cen oleju napędowego oraz benzyny

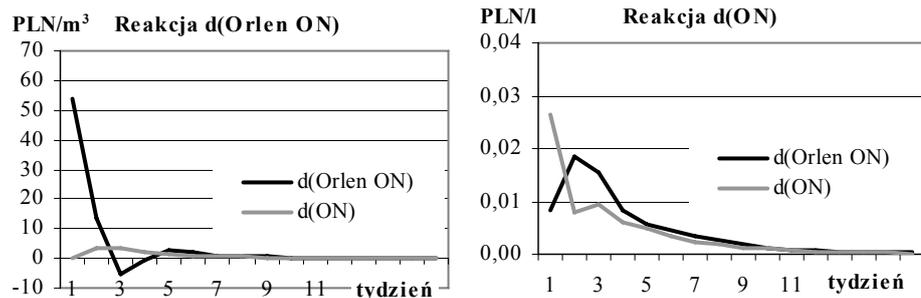
	d(Orlen ON)	d(ON)		d(Orlen PB95)	d(PB95)		d(Orlen PB98)	d(PB98)
d(Orlen ON) (-1)	0,2325 [3,10]	0,0003 [7,73]	d(Orlen PB95) (-1)	0,3923 [4,99]	0,0004 [9,11]	d(Orlen PB98) (-1)	0,3922 [5,22]	0,0004 [7,99]
d(Orlen ON) (-2)	-0,2043 [-2,43]	0,0001 [1,66]	d(Orlen PB95) (-2)	-0,1849 [-2,13]	0,0000 [-0,79]	d(Orlen PB98) (-2)	-0,2550 [-3,06]	0,0000 [-0,66]
d(ON) (-1)	118,56 [0,82]	0,3028 [4,12]	d(PB95) (-1)	-113,56 [-0,84]	0,2602 [3,45]	d(PB98) (-1)	-80,24 [-0,67]	0,2186 [2,93]
d(ON) (-2)	72,78 [0,58]	0,2304 [3,61]	d(PB95) (-2)	135,64 [1,17]	0,2892 [4,49]	d(PB98) (-2)	167,61 [1,61]	0,2300 [3,51]
R²	0,0781	0,5489	R²	0,1296	0,5510	R²	0,1489	0,4224

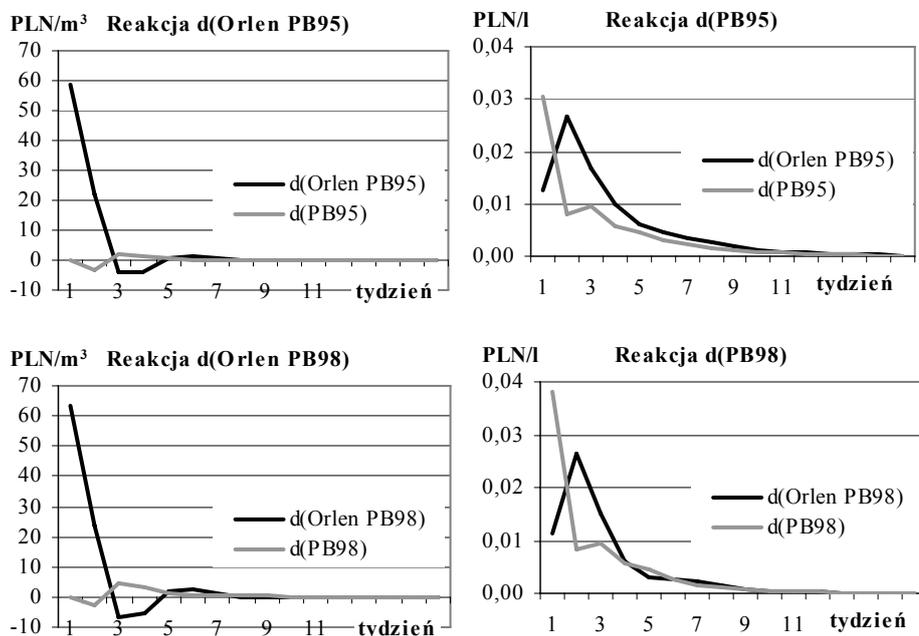
Pierwsza liczba w komórce oznacza wartość parametru, druga liczba wartość statystyki t-Studenta.

Źródło: obliczenia własne.

Wyznaczone modele VAR dla oleju napędowego i benzyny (tabela 5) charakteryzują się podobnymi właściwościami: przyrosty cen hurtowych Orlen związane są istotnie jedynie z własnymi opóźnionymi przyrostami, a przyrosty cen detalicznych związane są istotnie z własnymi opóźnionymi przyrostami oraz przyrostami cen hurtowych opóźnionymi o jeden tydzień. Biorąc pod uwagę fakt, iż są to modele dla przyrostów można stwierdzić, iż uzyskane równania dobrze wyjaśniają kształtowanie się przyrostów cen detalicznych oraz słabiej przyrostów cen hurtowych, co jest potwierdzeniem istotnego wpływu przyrostów cen hurtowych na przyrosty cen detalicznych.

Wykres 2. Funkcje reakcji na impuls dla przyrostów cen oleju napędowego i benzyny





Źródło: opracowanie własne

Podobne właściwości statystyczne modeli VAR przełożyły się na podobne wartości funkcji odpowiedzi na impuls (wykres 2). Zauważyć można na nich brak wpływu przyrostów cen detalicznych na przyrosty cen hurtowych oraz wyraźny wpływ przyrostów cen hurtowych na przyrosty cen detalicznych. Zmiana ceny hurtowej ON o jedno odchylenie standardowe (ok. 55 zł netto/m³), wywołuje wzrost cen detalicznych brutto w pierwszym tygodniu po zmianie o około 0,01 zł/l, w drugim o niecałe 0,02 zł/l, w trzecim o 0,015 zł/l, łącznie przez 10 tygodni o 0,07 zł/l. Podobne zależności zauważyć można dla cen benzyny. Generalnie ceny detaliczne wyraźnie reagują na impuls ze strony przyrostów cen hurtowych, racja ta następuje już w pierwszym tygodniu, ale najsilniejsza jest w drugim, po czym wolniej redukowana.

PODSUMOWANIE

Przeprowadzone badania wskazują na silny wpływ cen hurtowych paliw na ceny detaliczne. Kształtowanie cen w długim okresie jest zbliżone, chociaż można zauważyć tutaj pewne przesunięcie – opóźnienie w zmianach cen paliw detalicznych. Badanie powiązań długookresowych nie wskazuje na zasadnicze różnice pomiędzy powiązaniem cen detalicznych i hurtowych koncernów Orlen i Lotos. Inaczej jest w krótkim okresie. Przyrosty cen paliw detalicznych istotnie reagują jedynie na przyrosty cen hurtowych Orlen. Jest to reakcja dość silna o maksimum

w drugim tygodniu po zaistnieniu zmiany ceny hurtowej. Stąd też bierze się przesunięcie widoczne na wykresach.

LITERATURA

- Buńczyk A, Daniluk A., Masri S. (2005), Energetyka w liczbach: ropa naftowa, „Biuletyn Urzędu Regulacji Energetyki”.
- Chamber R.G., Just R.E. (1979), A critique of exchange rates treatment in agricultural trade models, „American Journal of Agricultural Economics”, 61, 249-257.
- Dornbusch R.(1987), Exchange rates and prices, „American Economic Review”, 77, 93-106.
- Duarte M. (2001), International pricing in new open-economy models, „Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly”, 87, 53-70.
- Stevens P. (1995), The Determination of Oil Prices 1945-1995 – A Diagrammatic Interpretation, „Energy Policy”, 23, 861-870.

Reaction of retail fuel prices to changes in PKNOrlen and Lotos wholesale prices

Abstract: In this article an attempt was made to determine the strength and direction of the impact of the PKNOrlen and Lotos wholesale fuel prices to retail prices. The analysis was performed for the average weekly wholesale price of fuel groups Orlen and Lotos, and retail prices on selected stations in the years 2004-2008. Correlation analysis was used here and the tools associated with the VAR model. The results indicate strong influence of the wholesale prices into retail prices. But in the short-term differences in wholesale prices Orlen increases stronger than differences in wholesale prices Lotos affect the retail price differences. Retail prices respond with a two-week delay to changes in wholesale prices.

Keywords: wholesale fuel prices, retail fuel prices, correlation, VAR model, impulse response functions.

ZASTOSOWANIE SYNTETYCZNYCH MIERNIKÓW TAKSONOMICZNYCH DO POMIARU EFEKTYWNOŚCI CHIŃSKICH BANKÓW

Dorota Witkowska

Katedra Ekonometrii i Informatyki SGGW

e-mail: dorota_witkowska@sggw.pl

Streszczenie: Celem prowadzonych badań jest próba oceny efektywności 72 chińskich banków w latach 2006 i 2007, przy wykorzystaniu syntetycznych mierników taksonomicznych. Do konstrukcji indykatorów wykorzystano dane opisujące sytuację finansową analizowanych banków. Zmienne diagnostyczne wybrano na podstawie analizy korelacji. W oparciu o wartości wyznaczonych mierników dokonano klasyfikacji banków do czterech klas o podobnej efektywności. W analizie uwzględniono również pozycje poszczególnych banków na chińskim rynku oraz udział kapitału zagranicznego w aktywach banków.

Słowa kluczowe: syntetyczne mierniki taksonomiczne, efektywność, wyniki finansowe, sektor bankowy

WPROWADZENIE

Reformy systemu gospodarczego w Chinach trwają już ponad 30 lat, ale chiński model transformacji jest bardzo odległy od przekształceń, jakie dokonały się w Europie Środkowo – Wschodniej. W Kraju Środka w dalszym ciągu większość decyzji podejmowana jest przez władze centralne, a cele polityczne są ważniejsze od gospodarczych. Chiński rynek bankowy stopniowo otwiera się na zagranicznych inwestorów, aczkolwiek jest silnie chroniony, aby rząd nie stracił nad nim kontroli. Dlatego udziały kapitału zagranicznego w aktywach sektora bankowego są ściśle limitowane i w zasadzie nie przekraczają 19,9% aktywów banku¹.

¹ Japoński Bank Eksportowo – Importowy otworzył, jako pierwszy, swoje przedstawicielstwo w 1979r., a pierwszą zagraniczną filię Nanyang Commercial Bank z Hongkongu zlokalizowano w Shenzhen w 1982r. [Fairbank 1996, s. 388], [Lee, Wong 2009, s. 4]. Naj-

W związku z powyższym nasuwa się pytanie czy obecność kapitału zagranicznego w chińskim sektorze bankowym wpływa na jego efektywność. W tym celu na podstawie syntetycznych mierników taksonomicznych, skonstruowanych dla danych opisujących wyniki finansowe w latach 2006 i 2007, pogrupowano 72 banki do czterech klas zawierających podobne obiekty i sprawdzono czy można mówić o większej efektywności banków z udziałem inwestorów zagranicznych.

ANALIZA ZMIENNYCH DIAGNOSTYCZNYCH

Chiński rynek bankowy jest zdominowany przez cztery duże komercyjne banki państwowe: Industrial and Commercial Bank of China, China Construction Bank, Agricultural Bank of China oraz Bank of China. Udział w rynku każdego z tych banków, mierzony wielkością aktywów, jest wyższy niż 10%, a w przypadku pierwszego z tych banków wynosi aż 20,9% w 2006r. i 20,1% w 2007r. Trzy z nich posiadają zagranicznych udziałowców, a Agricultural Bank of China jest w całości bankiem państwowym. Podstawowym problemem chińskiego systemu bankowego jest znacząca kwota nieściągalnych kredytów, wartość których w 2006r. wyniosła 21,67% PKB. Nie bez znaczenia jest również fakt, że Chiny posiadają słaby, stronnicy i podatny na korupcję system sądowniczy, co sprawia, że egzekucja należności jest niezmiernie rzadka.

W badaniu efektywności wykorzystano dane dotyczące wyników finansowych 72 chińskich banków w latach 2006 i 2007. Każdy z banków został opisany przez 18 charakterystyk²: ROA (*return on assets*), ROE (*return on equity*), ROS (*return on sales*), PM (*profit margin*), EM (*equity multiplier*), NII (*net interest income*), NI (*non-interest income*), OE (*operating expenses*), OPBP (*operating profit before provisions*), PBT (*profit before tax*), NPAT (*net profit after tax*), TA (*total assets*), GATC (*gross advances to customers*), TDFC (*total deposits from customers*), TE (*total equity*), NLDR (*net loan/ deposit ratio*), GNPL (*gross non-performing loans*), GNPLR (*gross NPLs/ gross advances to customers ratio*).

Po przeprowadzonej (dla każdego roku oddzielnie) analizie korelacji wymienionych atrybutów, ze zbioru cech diagnostycznych usunięto zmienne, które tworzyły silnie skorelowane pary tj. współczynnik korelacji liniowej Pearsona był większy od 0,9. W związku z tym dla każdego okresu analizy wybrano zestawy po 9 zmiennych (tab. 1), dla których określono ich wpływ na efektywność banku, oznaczając przez S – stymulanty oraz przez D – destymulanty.

większy zaobserwowany procentowy udział wyniósł 27% w przypadku Shenzhen Ping An Bank w 2008r. por. [Mainland China Banking Survey 2008], [Foo2008].

² Dane pochodzą z [Mainland China Banking Survey 2008], a wyniki cząstkowe z [Mąka 2009]. Warto dodać, że zmienność wszystkich cech była wyższa od 26%.

Tabela 1. Zmienne uwzględnione w analizach

Zmienna	Miano	Typ	Rok	Zmienna	Miano	Typ	Rok
ROA	brak	S	2006 - 07	OE	mln RMB	D	2006 - 07
ROE	brak	S	2006 - 07	OPBP	mln RMB	S	2007
ROS	brak	S	2007	TE	mln RMB	S	2006
PM	brak	S	2006 - 07	NLDR	brak	S	2006 - 07
EM	brak	S	2006 - 07	GNPLR	brak	D	2006 - 07
NI	mln RMB	S	2006				

Źródło: opracowanie własne

METODY PORZĄDKOWANIA LINIOWEGO

Grupowanie [Zajac 1994, s. 67-69] polega na podziale niejednorodnej zbiorowości na możliwie jednorodne klasy. W przypadku bezwzorcowych metod klasyfikacji zbiorowość zostaje uporządkowana ze względu na dobrane cechy, a następnie podzielona na grupy zawierające obserwacje, które w danych warunkach, są najbardziej do siebie podobne. W badaniach wykorzystano syntetyczny miernik rozwoju (SMR) oraz wskaźnik względnego poziomu rozwoju (BZW). Pierwszy z wymienionych [Hellwig 1968] wyznacza się jako:

$$SMR_i = 1 - \frac{q_i}{q_0} \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (1)$$

gdzie: q_i - odległość i -tego obiektu (banku) od hipotetycznego wzorca, wyznaczona za pomocą metryki euklidesowej:

$$q_i = \sqrt{\sum_{j=1}^k v_j (z_j^i - z_j^0)^2} \quad (2)$$

z_j^0, z_j^i - wartości zmiennych opisujących odpowiednio wzorec oraz i -ty obiekt badania po standaryzacji, przeprowadzonej wg wzoru:

$$z_j^i = \frac{x_j^i - \bar{x}_j}{S_j^x} \quad (3)$$

dla obiektu wzorcowego wyznaczonego jako:

$$z_j^0 = \max_{i=1,2,\dots,n} \{z_j^i\} \text{ dla } z_{S_j}^i \quad (4)$$

gdzie: $z_{S_j}^i$ - stymulanty, x_j^i - wartości zmiennych, \bar{x}_j, \bar{q} - średnie i S_j^x, S_q - odchylenia standardowe odpowiednio zmiennych i miary odległości.

Syntetyczny miernik rozwoju skonstruowano dla dwóch wariantów:

- mianownika ze wzoru (1):

$$q_0 = \max\{q_i\} \quad (5a)$$

$$q_0 = \bar{q} + 2 \cdot S_q \quad (5b)$$

- przekształceń destymulant x_{Dj}^i na stymulanty x_{Sj}^i :

$$x_{Sj}^i = -x_{Dj}^i \quad (6a)$$

$$x_{Sj}^i = \frac{1}{x_{Dj}^i} \quad (6b)$$

- wag v_j we wzorze (2):

$$v_j = \frac{1}{k} \quad (7a)$$

$$v_j = \frac{\frac{S_j^x}{\bar{x}_j}}{\sum_{j=1}^k \frac{S_j^x}{\bar{x}_j}} \quad (7b)$$

Innymi słowy w wariancie (a) przyjęto stałe, a w (b) zróżnicowane wagi [Pociecha 1996, s. 140]. Do porównań wykorzystano dwie postacie syntetycznego miernika rozwoju (1) – (4), oznaczone jako SMR(a) oraz SMR(b), wyznaczone wg wzorów (5a), (6a) i (7a) oraz (5b), (6b) i (7b).

Wskaźnik względnego poziomu rozwoju dla zmiennych znormalizowanych, będących stymulantami, wyznacza się jako [Łuniewska, Tarczyński 2006, s. 54]:

$$BZW_i = \frac{\sum_{j=1}^k \left(z_j^i + \left| \min_i \{z_j^i\} \right| \right)}{\sum_{j=1}^k \max_i \left\{ z_j^i + \left| \min_i \{z_j^i\} \right| \right\}} \quad (8)$$

gdzie oznaczenia jak poprzednio, destymulanty przekształcono wg (6a).

Omawiane mierniki są unormowane w przedziale [0 ; 1], a analizowany obiekt osiąga tym wyższy poziom rozwoju, im bardziej wartość miary taksonomicznej zbliża się do jedności.

Za pomocą wymienionych mierników przeprowadzono klasyfikację chińskich banków do czterech jednorodnych grup, przyjmując że najbardziej efektywne banki należą do grupy I, a najmniej efektywne do grupy IV. Zatem dla $SM_i = \{SMR_i, BZW_i\}$ kryteria podziału na klasy są postaci³:

- klasa I zawiera obiekty, dla których $SM_i \geq SM + S_{SM}$,

³ Por. [Nowak 1990, s. 92 – 95], [Malina 2004, s. 76 – 77].

- klasa II zawiera obiekty, dla których $SM + S_{SM} > SM_i \geq SM$,
- klasa III zawiera obiekty, dla których $SM > SM_i \geq SM - S_{SM}$,
- klasa IV zawiera obiekty, dla których $SM_i < SM - S_{SM}$,

gdzie SM, S_{SM} to odpowiednio średnia i odchylenie standardowe mierników SMR_i i BZW_i .

Oznaczając przez N_l liczbę obiektów zawartych w l -tej klasie ($l = 1, 2, 3, 4$) możemy opisać strukturę zbioru obiektów za pomocą wskaźnika:

$$u_l = \frac{N_l}{\sum_{l=1}^4 N_l} \cdot 100 \quad (9)$$

W celu porównania zgodności klasyfikacji uzyskanych za pomocą dwóch metod wyznaczono miarę zgodności klasyfikacji postaci:

$$z_{pr} = \frac{a_{pr}}{N_{pr}} \cdot 100 \quad (10)$$

gdzie: a_{pr} – liczba zgodnych klasyfikacji wykonanych na podstawie p -tego i r -tego miernika, N_{pr} – ogólna liczba klasyfikacji wykonanych na podstawie p -tego i r -tego miernika.

WYNIKI KLASYFIKACJI

Po wyznaczeniu wartości mierników $SMR(a)$ i $SMR(b)$ oraz BZW , wszystkie analizowane banki pogrupowano do czterech klas. W tabelach 2a i 2b zamieszczono numery klas, w jakich znalazły się banki, które wymieniono według wartości posiadanych aktywów w taki sposób, że początkowe pozycje zajmują największe banki. Spośród wszystkich analizowanych banków, w 23 odnotowano obecność kapitału zagranicznego (- te banki zostały „zacienione”). Jak widać w tab. 2., zagraniczni inwestorzy zainteresowani są jedynie wielkimi bankami, które posiadają wiele placówek i znaczne aktywa oraz silną pozycję na rynku.

Biorąc pod uwagę klasyfikację przeprowadzoną na podstawie syntetycznego miernika rozwoju $SMR(a)$, zauważamy że najbardziej efektywnymi bankami w latach 2006 i 2007 były: China Development Bank, Agricultural Development Bank of China oraz Panzhihua City Commercial Bank. Żaden z nich nie posiadał kapitału zagranicznego w badanym okresie. W obu analizowanych okresach China Development Bank charakteryzował się najwyższą wartością miernika. Spośród czterech największych banków, funkcjonujących na chińskim rynku, Industrial and Commercial Bank of China, China Construction Bank oraz Bank of China zostały zaklasyfikowane do I grupy w 2006 roku oraz do klasy II w 2007 roku. Podczas gdy Agricultural Bank of China został rozpoznany jako obiekt z III grupy w 2006 roku i z IV grupy w 2007 roku.

W obu latach w grupie IV - najmniej efektywnych banków znalazły się: Xian City Commercial Bank, China Bohai Bank, Quanzhou City Commercial Bank, Deyang City Commercial Bank, Heng Yang City Commercial Bank oraz Shangrao City Commercial Bank. Przy czym jedynie dwa pierwsze posiadały w analizowanym okresie zagraniczne udziały, odpowiednio 2,90% oraz 19,99%.

Tabela 2a. Numery grup do jakich zakwalifikowano poszczególne banki

L.p.	Nazwa banku	SMR (a)		SMR (b)		BZW	
		2006	2007	2006	2007	2006	2007
1	Industrial and Commercial Bank of China	I	II	I	II	I	II
2	China Construction Bank	I	II	I	II	II	II
3	Agricultural Bank of China	III	IV	I	II	IV	IV
4	Bank of China	I	II	I	II	I	II
5	China Development Bank	I	I	I	I	I	I
6	Bank of Communications	II	II	II	II	II	II
7	China Merchants Bank	II	I	II	II	II	II
8	Agricultural Development Bank of China	I	I	II	II	II	II
9	China CITIC Bank	III	III	III	III	III	III
10	China Minsheng Banking	II	III	III	III	II	III
11	Shanghai Pudong Development Bank	II	II	III	III	II	II
12	Industrial Bank	I	II	III	II	I	II
13	Hua Xia Bank	III	II	IV	III	III	II
14	Bank of Beijing	II	III	III	III	II	III
15	Shenzhen Development Bank	II	I	II	III	II	II
16	Bank of Shanghai	II	II	III	III	II	II
17	Beijing Rural Commercial Bank	III	IV	III	IV	IV	IV
18	Shenzhen Ping An Bank	III	I	III	III	IV	I
19	Huishang Bank	I	II	I	III	I	II
20	Bank of Tianjin	III	III	III	III	III	III
21	Bank of Dalian	II	II	III	III	II	II
22	Bank of Nanjing	II	III	III	III	II	III
23	Bank of Ningbo	II	III	III	III	II	II
24	Bank of Hangzhou	II	II	III	III	II	II
25	Bank of Dongguan	II	I	II	III	II	I
26	Baoshang Bank	II	II	III	III	II	II
27	Bank of Chongqing	III	II	III	III	II	II
28	Xian City Commercial Bank	IV	IV	III	III	IV	IV
29	Jinan City Commercial Bank	III	III	III	III	III	III
30	Fuzhou City Commercial Bank	II	II	III	III	II	II
31	China Bohai Bank	IV	IV	I	I	IV	IV
32	Bank of Qingdao	III	III	III	III	IV	III
33	Commercial Bank of Zhengzhou	II	III	III	III	III	III
34	Bank of Wenzhou	II	II	III	III	II	II
35	Bank of Lanzhou	III	IV	III	III	IV	IV
36	Jiangyin Rural Commercial Bank	II	II	III	III	II	I

Źródło: opracowanie własne

Tabela 2b. Numery grup do jakich zakwalifikowano poszczególne banki

L.p.	Nazwa banku	SMR (a)		SMR (b)		BZW	
		2006	2007	2006	2007	2006	2007
37	Bank of Nanchang	III	IV	III	III	III	IV
38	Ningbo Yinzhou Rural Cooperative Bank	III	II	III	III	III	II
39	Yinchuan City Commercial Bank	II	III	I	III	II	III
40	Shaoxing City Commercial Bank	II	III	III	III	II	III
41	Commercial Bank of Luoyang	III	III	III	III	III	III
42	Wujiang Rural Commercial Bank	II	II	III	III	II	II
43	Zibo City Commercial Bank	III	III	III	III	III	III
44	Taizhou Commercial Bank	II	II	III	III	I	I
45	Jinhua City Commercial Bank	III	II	III	III	III	III
46	Linyi City Commercial Bank	III	IV	III	III	III	IV
47	First Sino Bank	III	III	II	I	III	II
48	Laishang Bank	II	II	II	II	II	I
49	Dongying City Commercial Bank	II	II	III	III	II	II
50	Zhejiang Tailong Commercial Bank	II	II	III	III	II	II
51	Jiaxing City Commercial Bank	III	II	III	III	III	II
52	Zhanjiang Commercial Bank	I	II	II	II	I	I
53	Zhejiang Chouzhou Commercial Bank	II	II	III	II	II	II
54	Nanchong City Commercial Bank	III	II	III	II	II	II
55	Panzhuhua City Commercial Bank	I	I	II	II	I	I
56	Nanning City Commercial Bank	III	III	III	III	III	IV
57	Zhejiang Mintei Commercial Bank	III	III	III	III	II	III
58	Xinxiang City Commercial Bank	III	II	III	II	III	I
59	Quanzhou City Commercial Bank	IV	IV	III	III	IV	IV
60	Deyang City Commercial Bank	IV	IV	III	III	IV	IV
61	Jiaozuo City Commercial Bank	III	III	III	III	III	III
62	Jiujiang City Commercial Bank	II	II	II	II	II	II
63	Huzhou City Commercial Bank	II	II	III	III	II	II
64	Mianyang City Commercial Bank	III	III	III	III	III	III
65	Cangzhou City Commercial Bank	III	II	III	III	III	II
66	Guilin City Commercial Bank	III	III	III	III	IV	III
67	Ganzhou City Commercial Bank	III	II	III	II	III	II
68	Heng Yang City Commercial Bank	IV	IV	III	III	IV	IV
69	Chengde City Commercial Bank	II	I	II	II	II	I
70	Shangrao City Commercial Bank	IV	IV	IV	IV	IV	IV
71	Huangshi City Commercial Bank	III	II	III	II	III	II
72	Xiaogan City Commercial Bank	IV	III	III	II	IV	III

Źródło: opracowanie własne

Wartości miernika SMR(b) zostały wyznaczone dla zróżnicowanych wag, preferujących cechy charakteryzujące się największą zmiennością. Przyjęto rów-

niez ilorazowe przekształcenie destymulant na stymulanty oraz nieco inny sposób normowania indykatora. Zmiany te w istotny sposób wpłynęły na klasyfikację obiektów.

Na podstawie taksonomicznej miary rozwoju SMR(b), dwa banki China Development Bank i China Bohai Bank zostały zaliczone w obu analizowanych latach do I – najlepszej grupy. Z kolei w IV – najgorszej grupie, w roku 2006 i 2007, znalazł się tylko Shangrao City Commercial Bank. Spośród trzech wymienionych banków tylko w China Bohai Bank zainwestowali zagraniczni inwestorzy, wykupując 19,99% udziałów.

Najwyższą wartość agregatowego miernika odnotował China Bohai Bank w obu analizowanych okresach. Natomiast wszystkie cztery największe banki komercyjne zostały jednakowo sklasyfikowane w I grupie w 2006 oraz w II grupie w 2007 roku.

Wnioskując na podstawie wartości miernika względnego poziomu rozwoju BZW, do I – najlepszej grupy – w obu analizowanych latach zakwalifikowano: China Development Bank, Taizhou Commercial Bank, Zhanjiang Commercial Bank oraz Panzhihua City Commercial Bank. Żaden z wymienionych banków nie posiadał kapitału zagranicznego w badanym okresie. Najwyższą wartość wskaźnika osiągnął zarówno w 2006, jak i w 2007 roku China Development Bank.

Aż dziewięć banków zostało zakwalifikowanych w obu analizowanych latach do IV- najgorszej grupy. Są to między innymi: Agricultural Bank of China, Shenzhen Ping An Bank i Bank of Lanzhou. Jedynymi bankami, z tej grupy, które posiadają zagranicznych inwestorów są: Xian City Commercial Bank oraz China Bohai Bank.

Wśród czterech największych na rynku banków tylko Industrial and Commercial Bank of China oraz Bank of China zostały sklasyfikowane, na podstawie wyznaczonego wskaźnika, w I grupie. W obu przypadkach dotyczy to jedynie roku 2006. Z kolei China Construction Bank w obu analizowanych latach został sklasyfikowany w II grupie, zaś Agricultural Bank of China w grupie najgorszej - IV.

PODSUMOWANIE

Reasumując wyniki zawarte w tab. 2 należy zauważyć, że 11 banków zostało zaklasyfikowanych przez wszystkie mierniki do tych samych klas w obu latach analizy:

- klasa I: China Development Bank ;
- klasa II: Bank of Communications, Jiujiang City Commercial Bank;
- klasa III: China CITIC Bank, Bank of Tianjin, Jinan City Commercial Bank, Commercial Bank of Luoyang, Zibo City Commercial Bank, Jiaozuo City Commercial Bank, Mianyang City Commercial Bank;
- klasa IV Shangrao City Commercial Bank;

dwa kolejne banki Industrial and Commercial Bank of China oraz Bank of China w 2006 roku zostały przez wszystkie metody rozpoznane jako należące do klasy I, a rok później - do klasy II. Następne 14 banków zostało zaklasyfikowanych w identyczny sposób przez wszystkie mierniki w 2006 roku oraz 12 w 2007 roku. Jednakowa (przez trzy mierniki) klasyfikacja dla 2006 roku dotyczyła:

- klasa I: Huishang Bank;
- klasa II: China Merchants Bank, Shenzhen Development Bank, Bank of Dongguan, Laishang Bank, Chengde City Commercial Bank
- klasa III: Bank of Nanchang, Ningbo Yinzhou Rural Cooperative Bank; Jinhua City Commercial Bank, Linyi City Commercial Bank, Jiaxing City Commercial Bank, Nanning City Commercial Bank, Cangzhou City Commercial Bank, Ganzhou City Commercial Bank;

a w 2007r. były to banki:

- klasa II: China Construction Bank, Industrial Bank, Zhejiang Chouzhou Commercial Bank, Nanchong City Commercial Bank;
- klasa III: China Minsheng Banking, Bank of Beijing, Bank of Nanjing, Commercial Bank of Zhengzhou, Yinchuan City Commercial Bank, Shaoxing City Commercial Bank, Zhejiang Mintei Commercial Bank, Guilin City Commercial Bank;
- klasa IV: Beijing Rural Commercial Bank.

Z przedstawionych wyników klasyfikacji można wyciągnąć wniosek (tab. 3), że stosunkowo mało banków znalazło się w skrajnych klasach tj. w I lub IV. Liderem efektywności jest China Development Bank, a po nim Huishang Bank oraz Industrial and Commercial Bank of China. Przy czym tylko ostatni z nich, zajmujący pierwszą pozycję na rynku ma zagranicznych inwestorów (zagraniczne udziały szacuje się od 10 % do 24,99%). Pozostałe dwa zajmują odpowiednio 5. i 19. pozycję na rynku i - jak widać - dobrze sobie radzą bez kapitału zagranicznego. Z kolei najmniej efektywnym bankiem jest, zajmujący 70. pozycję na rynku, Shangrao City Commercial Bank. Dalej wymienić można kilka banków często rozpoznawanych jako należących do IV klasy (w nawiasach podano pozycję na liście wynikającą z udziału banku w rynku), China Bohai Bank (31), Xinxiang City Commercial Bank (58), Quanzhou City Commercial Bank (59), Heng Yang City Commercial Bank (68), Beijing Rural Commercial Bank (17) oraz Xian City Commercial Bank (28), który jako jedyny w tej grupie ma niemal 3% udziały kapitału zagranicznego.

Tabela 3. Struktura banków wg klasyfikacji przeprowadzonej na podstawie poszczególnych mierników agregatowych (9)

Miernik	2006				2007			
	Numer	klasy			Numer	klasy		
	I	II	III	IV	I	II	III	IV
SMR(a)	12,50	38,89	38,89	9,72	11,11	45,83	27,78	15,28
SMR(b)	11,11	15,28	70,83	2,78	4,17	26,39	66,67	2,78
BZW	11,11	43,06	27,78	18,06	13,89	44,44	25,00	16,67

Źródło: opracowanie własne

Na podstawie uzyskanych wyników niezmiernie trudno jest obronić - często stawianą - tezę, że wejście kapitału zagranicznego, w szczególności do sektora bankowego, gwarantuje wzrost efektywności. Z przeprowadzonych analiz wynika, że na efektywność w większym stopniu wpływa pozycja rynkowa banku, co oczywiście nie jest bez znaczenia dla potencjalnych inwestorów zagranicznych.

Biorąc pod uwagę ocenę stabilności rozwiązań wyznaczonych w oparciu o opisane mierniki syntetyczne należy zauważyć, że wszystkie są skonstruowane w podobny sposób i we wszystkich zastosowano taką samą metodę normalizacji zmiennych, aczkolwiek występują różnice dotyczące sposobu przekształceń destymulant na stymulanty oraz określania wartości wag. Przedstawione wyniki oznaczają, że 36% wszystkich obiektów zostało identycznie rozpoznanych (przynajmniej w jednym roku), w tym dla połowy została zachowana pełna zgodność klasyfikacji przeprowadzonej w oparciu o wszystkie mierniki. Podczas gdy pozostałe banki zostały rozpoznane inaczej przez co najmniej jeden z mierników, a w przypadku 11 z nich (15,3%) brak jest zgodności klas wyznaczonych w oparciu o dwa mierniki dla obu lat jednocześnie. Najwięcej zgodnych wskazań dla obu lat jednocześnie zaobserwowano w przypadku klasyfikacji za pomocą SMR(a) oraz BZW (- 33 banków, co daje 45,8%), następnie dla obu wariantów syntetycznego miernika rozwoju (- 10 banków, czyli 13,9%) i dla pary SMR(b) i BZW (5 obiektów - 6,9%).

Tabela 4. Zgodność klasyfikacji dla par mierników (10)

Lata	2006		2007	
	SMR(a)	SMR(b)	SMR(a)	SMR(b)
Udziały wszystkich analizowanych banków				
SMR(b)	53	100	47	100
BZW	82	43	83	44
Udziały 30 największych banków				
SMR(b)	50	100	47	100
BZW	80	40	87	50

Źródło: opracowanie własne

W tabeli 4. przedstawiono procentowe udziały identycznie rozpoznanych obiektów przez dwa z trzech mierników (np. w 2006r. 83% banków zostało identycznie zaklasyfikowanych przez SMR(a) i BZW, a tylko 53% przez oba mierniki rozwoju SMR). Analizę przeprowadzono dla wszystkich analizowanych banków oraz dla 30 z nich mających największy udział w rynku. Jak można zauważyć, między indykatorami SMR(a) i BZW istnieje silniejsza korelacja niż między dwoma miernikami rozwoju SMR, a jeszcze mniejsza między SMR(b) i BZW. Wniosek ten potwierdzą również względne liczebności poszczególnych klas wyznaczonych w oparciu o trzy zastosowane mierniki (tab. 3). Jak bowiem łatwo zauważyć, w przypadku mierników SMR(a) i BZW w 2007r. klasa II zawiera najwięcej obiektów, a w dla SMR(b) dominującą jest klasa III. Wniosek ten nie jest aż tak oczywisty dla 2006r., ponieważ SMR(a) w jednakowym stopniu „obdzieliło” klasy II i III.

LITERATURA

- Fairbanks J. K. (1996) Historia Chin. Nowe spojrzenie, Wydawnictwo Marabut, Gdańsk.
- Foo J. (2008) Foreign participation in the development of the Chinese banking system, maszynopis, Stetson University.
- Hellwig Z. (1968) Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę kwalifikowanych kadr, Przegląd Statystyczny Nr 4.
- Banking Survey Report (2008) KPMG.
- Lee J., Wong A., Impact of financial liberalisation on stock market liquidity: Experience of China, Hong Kong Monetary Authority Working Paper 03/2009, <http://ssrn.com/abstract=1340849>
- Łuniewska M., Tarczyński W. (2006) Metody wielowymiarowej analizy porównawczej na rynku kapitałowym, Wydawnictwo PWN, Warszawa.
- Mainland China Banking Survey (2008) KPMG, www.kpmg.com.
- Malina A. (2004) Wielowymiarowa analiza przestrzennego zróżnicowania struktury gospodarki Polski według województw”, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Mąka B. (2009) Statystyczna analiza chińskiego sektora bankowego, praca magisterska napisana pod kierunkiem D. Witkowskiej, SGGW, Warszawa.
- Nowak E. (1990) Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno - gospodarczych”, PAN, Warszawa.
- Pociecha J. (1996) Metody statystyczne w badaniach marketingowych, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Zajac K. (1994) Zarys metod statystycznych, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.

Application of synthetic taxonomic indicators to measure the efficiency of Chinese banks

Abstract: The aim of investigation is efficiency evaluation of 72 Chinese banks in years 2006 and 2007, applying synthetic taxonomic measures. To construct the indicators we employ data describing the financial situation of banks. Diagnostic variables are selected due to correlation analysis. On the basis of aggregated measures values banks are classified to four classes containing similar objects. The market position of analyzed banks and foreign investments are also considered in analysis.

Key words: synthetic taxonomic measures, efficiency, financial performance, banking sector